МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторної роботи № 2

«РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ»

з дисциплін:

«Процеси та апарати біотехнологічних виробництв»,

«Процеси та апарати харчових виробництв»

для студентів II-IV курсів усіх форм навчання спеціальностей:

162 – «Біотехнологія та біоінженерія»;

181 – «Харчові технології»

Затверджено на засіданні кафедри «Процеси, апарати та загальна хімічна технологія»
Протокол № 9 від 30.05.17

Дніпро ДВНЗ УДХТУ 2018

Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи № 2 «Рівняння Бернуллі» з дисциплін: «Процеси і апарати біотехнологічних виробництв», «Процеси та апарати харчових виробництв» для студентів II-IV курсів усіх форм навчання спеціальностей: 162 – «Біотехнологія та біоінженерія»; 181 – «Харчові технології» / Укл.: С.О. Опарін, Т.В. Гриднєва, П.В. Рябік. – Дніпро: ДВНЗ УДХТУ, 2018. – 12 с.

Укладачі: Опарін С.О., канд. техн. наук
Гриднєва Т.В.
Рябік П.В., канд. техн. наук

Відповідальний за випуск О.В. Кравченко, д-р техн. наук

Навчальне видання

Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи № 2 «Рівняння Бернуллі» з дисциплін: «Процеси і апарати біотехнологічних виробництв», «Процеси та апарати харчових виробництв» для студентів II-IV курсів усіх форм навчання спеціальностей: 162 – «Біотехнологія та біоінженерія»; 181 – «Харчові технології»

Укладачі: ОПАРІН Сергій Олександрович
ГРИДНЄВА Тетяна Василівна
РЯБІК Павло Васильович

Технічний редактор Л.Я. Гоцуцова
Комп’ютерна верстка Л.Я. Гоцуцова

Підписано до друку 17.04.18. Формат 60×84/16. Папір ксерокс. Друк різограф. Умов. друк. арк. 0,46. Обл.-вид. арк. 0,51. Тираж 100 прим. Зам. № 510. Свідоцтво ДК № 5026 від 16.12.2015.

ДВНЗ УДХТУ, 49005, Дніпро-5, просп. Гагаріна, 8.

Редакційно-видавничий відділ

Лабораторна робота № 2

РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ

Мета роботи – на основі рівняння Бернуллі визначити швидкості руху рідини за показаннями гідрометрів і п'єзометрів та порівняти зі швидкостями, розрахованими за рівнянням нерозривності потоку; графічно зобразити напори, які входять у рівняння Бернуллі.

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Рівняння нерозривності (суцільності) потоку.

Рівняння суцільності потоку застосовують при знаходженні витрати або швидкості рідини в певному перерізі трубопроводу.

Розглянемо трубопровід змінного перерізу (рис. 1.1).

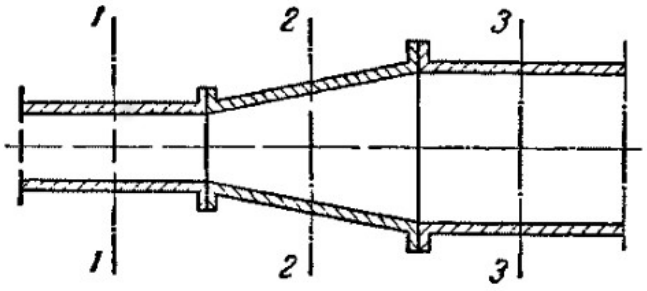

Рисунок 1.1 – Трубопровід змінного перерізу

При сталому русі рідини масові витрати рідини в кожному поперечному перерізі є рівними, тоді *рівняння суцільності потоку* має вигляд:

$$M_1 = M_2 = M_3, \tag{1.1}$$

де M_i – масова витрата рідини в *i*-му перерізі, *кг/с*.

Так як $M = \omega \cdot S \cdot \rho$, то рівняння суцільності потоку можна записати як

$$\omega_1 \cdot S_1 \cdot \rho_1 = \omega_2 \cdot S_2 \cdot \rho_2 = \omega_3 \cdot S_3 \cdot \rho_3, \tag{1.2}$$

де ω_i – швидкість руху рідини в *i*-му перерізі, *м/с*;

S_i – площа *i*-го поперечного перерізу, $м^2$;

ρ_i – густина рідини в *i*-му перерізі, $кг/м^3$.

Згідно з рівнянням суцільності потоку, *при сталому русі рідини, який повністю заповнює трубопровід, через кожен його поперечний переріз проходить за одиницю часу однакова кількість рідини.*

Рівняння суцільності потоку є окремим випадком *закону збереження маси та виражає матеріальний баланс потоку.*

Для краплинних рідин густина є постійною величиною, тобто $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$, і враховуючи, що $\omega \cdot S = Q$, рівняння (1.2) матиме вигляд:

$$\omega_1 \cdot S_1 = \omega_2 \cdot S_2 = \omega_3 \cdot S_3. \qquad (1.3)$$

або

$$Q_1 = Q_2 = Q_3, \qquad (1.4)$$

де Q_i – об'ємна витрата рідини в *i*-му перерізі, *м*^{3}*/с*.

Рівняння Бернуллі

Одним із найбільш важливих рівнянь гідродинаміки є рівняння Бернуллі, з допомогою якого вирішують цілий ряд практичних задач: знаходять швидкість потоку, його витрату, тиск, напір, час витікання рідини із резервуарів та багато інших.

Для 2-х поперечних перерізів потоку *рівняння Бернуллі* має вигляд:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g}, \qquad (1.5)$$

де Z_1, Z_2 – геометричний напір або нівелірна висота, або питома потенційна енергія положення точки, *м (Дж/Н)*;

$\frac{P_1}{\rho g}, \frac{P_2}{\rho g}$ – статичний або п'єзометричний напір, або питома потенційна енергія тиску в точці, *м (Дж/Н)*;

$\frac{\omega_1^2}{2g}, \frac{\omega_2^2}{2g}$ – динамічний або швидкісний напір, або питома кінетична енергія в точці, *м (Дж/Н)*;

$(Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g}), (Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g})$ – гідродинамічний напір, або питома повна енергія в точці, *м (Дж/Н)*;

ρ – густина рідини, *кг/м*^{3};

g – прискорення вільного падіння, g = 9,81 *м/с*^{2};

P_1, P_2 – абсолютний тиск у перерізах *1* та *2*, *Па*;

ω_1, ω_2 – швидкість руху рідини в перерізах *1* та *2*, *м/с*.

Геометричний напір (*Z*) – це відстань від точки, що розглядається, або від центра перерізу потоку до довільно вибраної площини.

Геометричний напір *характеризує* питому потенційну енергію положення точки, що розглядається, або перерізу потоку відносно вибраної площини.

Статичний напір *характеризує* питому потенційну енергію тиску в точці, що розглядається, або в перерізі потоку.

Динамічний напір *характеризує* питому кінетичну енергію в точці, що розглядається, або в центрі перерізу потоку.

Таким чином, *згідно з рівнянням Бернуллі, при сталому русі ідеальної рідини, яка повністю заповнює трубопровід, сума геометричного, статичного та динамічного напорів, що дорівнює гідродинамічному напору, не змінюється при переході від одного поперечного перерізу потоку до іншого.*

Відповідно до *енергетичного змісту* рівняння Бернуллі є окремим випадком *закону збереження енергії та виражає енергетичний баланс потоку*, з якого виходить, що *при встановленому русі ідеальної рідини сума потенційної* ($Z + \frac{P}{\rho g}$) *та кінетичної* ($\frac{\omega^2}{2g}$) *енергії рідини для кожного з поперечних перерізів потоку залишається незмінною.*

Для горизонтального трубопроводу $Z_1 = Z_2$ і рівняння Бернуллі спрощується:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g}. \qquad (1.6)$$

Якщо $\omega_1 = \omega_2$, або $\omega_1 = \omega_2 = 0$, тоді рівняння Бернуллі перетворюється на *основне рівняння гідростатики*:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g}. \qquad (1.7)$$

При русі *реальної рідини* в праву частину рівняння Бернуллі додаємо втрачений напір ($h_{вт}$, *м*):

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g} + h_{вт}. \qquad (1.8)$$

Втрати напору *виникають* при подоланні гідравлічного опору, який складається з *опору тертя* та *місцевих опорів*.

Втрачений напір ($h_{вт}$) *характеризує* питому енергію, що витрачається на подолання гідравлічного опору при русі реальної рідини та розсіюється у вигляді тепла в навколишнє середовище.

Практичне використання рівняння Бернуллі

Розглянемо *використання* рівняння Бернуллі для визначення витрат і швидкості рідини та швидкості витікання з ємностей.

Для визначення витрат та швидкостей рідини в промисловості використовують *пневмометричні трубки* та *дросельні прилади*.

Пневмометричні трубки (рис. 1.2) складаються з гідрометра та п’єзометра.

Гідрометр (гідрометрична трубка), на відміну від *п’єзометра* (п’єзометричної трубки) має загнутий кінець, який встановлюється назустріч руху рідини.

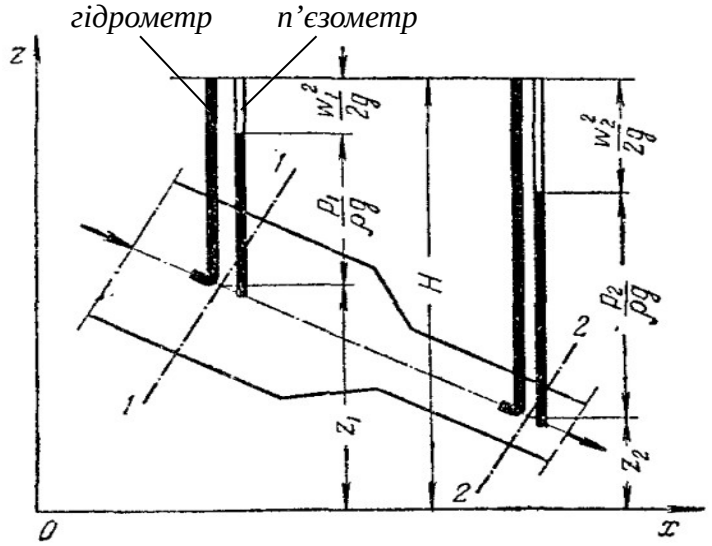

Рисунок 1.2 – Пневмометричні трубки

Гідрометр *показує* суму п’єзометричного та динамічного напорів ($H_г = \frac{P}{\rho g} + \frac{\omega^2}{2g}$), а п’єзометр – тільки п’єзометричний напір ($H_п = \frac{P}{\rho g}$). Тобто знаючи показання гідрометра та п’єзометра, знаходять їх різницю, яка дорівнює швидкісному напору ($H_г - H_п = \Delta H = h_{шв} = \frac{\omega^2}{2g}$). Звідки

$$\omega = \sqrt{2gh_{шв}} . \qquad (1.9)$$

Більш практичніше використання *диференційного манометра*, який *показує* динамічний напір. Він складається з гідрометра та п’єзометра, що з’єднані між собою.

Спосіб визначення витрат та швидкості рідини за допомогою пневмометричних трубок є простим, але не достатньо точним у зв’язку зі складністю їх встановлення по центру трубопроводу.

Більш поширене визначення витрат та швидкості рідини за допомогою дросельних приладів.

У якості дросельних приладів використовують *мірні діафрагми, сопла та труби Вентурі.*

За допомогою рівняння Бернуллі визначають швидкість витікання рідини із ємностей. Так при постійному рівні рідини (*H*) в ємності:

$$\omega = \sqrt{2gH} . \qquad (1.10)$$

2. СХЕМА ТА ОПИС УСТАНОВКИ

Схема установки з вивчення рівняння Бернуллі (рис. 2.1) складається з водонапірної ємності *1*, трубопроводу змінного перерізу *3*, до і після якого встановлені вентилі *2* та *7*, мірної ємності *4* з вентилем *8*. На кожній ділянці трубопроводу (I, II, III, IУ) встановлено гідрометр (гідрометрична трубка) *5* та п’єзометр (п’єзометрична трубка) *6*.

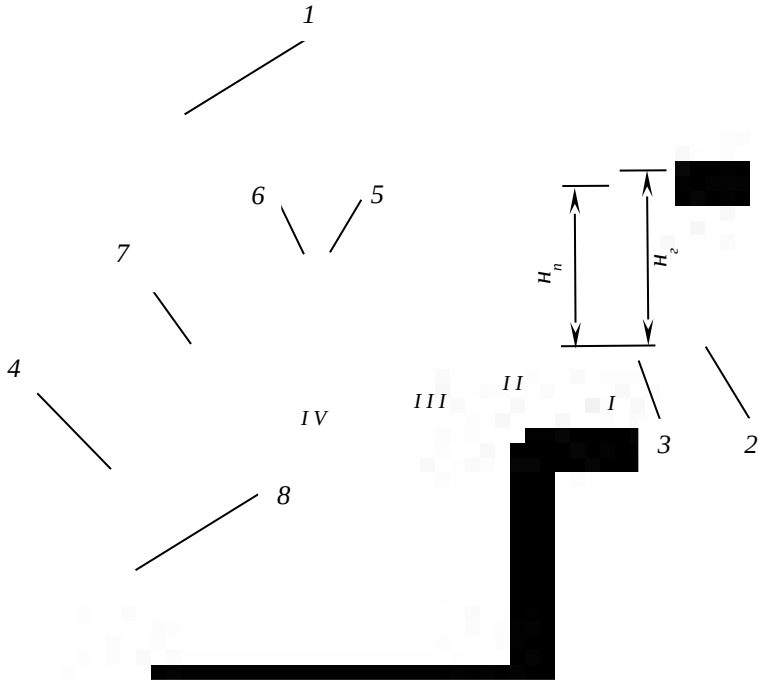

Рисунок 2.1 – Схема установки з вивчення рівняння Бернуллі:
1 – напірний бак; 2, 7, 8 – вентиль; 3 – трубопровід змінного перерізу; 4 – мірна ємність; 5 – гідрометр; 6 – п’єзометр

3. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ДОСЛІДУ

1. Відкрити вентиль *7*, звільняючи досліджуваний трубопровід і приєднані до нього гідрометри та п’єзометри від бульбашок повітря.

2. Регулюючи вентилем *2*, крізь який рідина заповнює ділянку трубопроводу, що досліджується; встановити витрату рідини, достатню для спостерігання рівнів у гідрометрах та п’єзометрах.

Таблиця 3.1

Дослідні та розрахункові значення параметрів

	Дослідні значення				Розрахункові значення				
	Показання гідрометра $H_г$, *м*	Показання п’єзометра $H_п$, *м*	Об’єм рідини в мірному бачку V, $м^3$	Час наповнення об’єму рідини V τ, *с*	Швидкісний напір $H_{шв}$, *м*	Швидкість потоку по центру ω_{max}, *м/с*	Об’ємна витрата рідини Q, $м^3/с$	Площа поперечного перерізу трубопроводу S, $м^2$	Середня швидкість потоку $\omega_{ср}$, *м/с*
I									
II									
III									
IУ									

3. Закрити вентиль *8* на виході із мірної ємності і заміряти об’єм наповненої рідини за певний проміжок часу.

4. Зафіксувати показання гідрометра *5* та п’єзометра *6* на кожній ділянці трубопроводу.

4. МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ

1. Визначити швидкісний напір ($H_{шв}$) за різницею показань гідрометра ($H_г$) та п’єзометра ($H_п$) для кожного перерізу, (*м*):

$$H_{шв} = \frac{\omega^2}{2g} = H_г - H_п. \quad (4.1)$$

2. Визначити швидкість по центру поперечного перерізу ділянок трубопроводу, (*м/с*):

$$\omega_{max} = \sqrt{2gH_{шв}}. \quad (4.2)$$

3. Визначити об'ємну витрату рідини, як відношення об’єму рідини (V) у мірній ємності до часу її наповнення (τ), ($м^3/с$):

$$Q = V/\tau. \quad (4.3)$$

4. Визначити середню швидкість руху рідини на кожній ділянці трубопроводу, використовуючи рівняння суцільності потоку, (*м/с*):

$$Q = Q_i = const, \quad (4.4)$$

де Q_i – витрата рідини в *i*-му перерізі, $м^3/с$.

Так як

$$Q_i = \omega_{ср.i} \cdot S_i, \quad (4.5)$$

де ω_i – середня швидкість руху рідини в *i*-му перерізі, *м/с*,

та враховуючи, що $Q = Q_i$, отримаємо:

$$\omega_{ср.i} = \frac{Q}{S_i}, \quad (4.6)$$

де S_i – площа *i*-го поперечного перерізу, $м^2$.

Площа *i*-го поперечного перерізу:

$$S_i = \frac{\pi d_i^2}{4}, \quad (4.7)$$

де d_i – діаметр *i*-го поперечного перерізу, *м*.

d_1 = 44 *мм* = 0,044 *м;* d_2 = 24 *мм* = 0,024 *м;*
d_3 = 42 *мм* = 0,042 *м;* d_4= 64 *мм* = 0,064 *м.*

5. За показаннями гідрометрів та п’єзометрів для кожного перерізу побудувати в масштабі графік зміни напорів, які входять у рівняння Бернуллі (рис. 4.1).

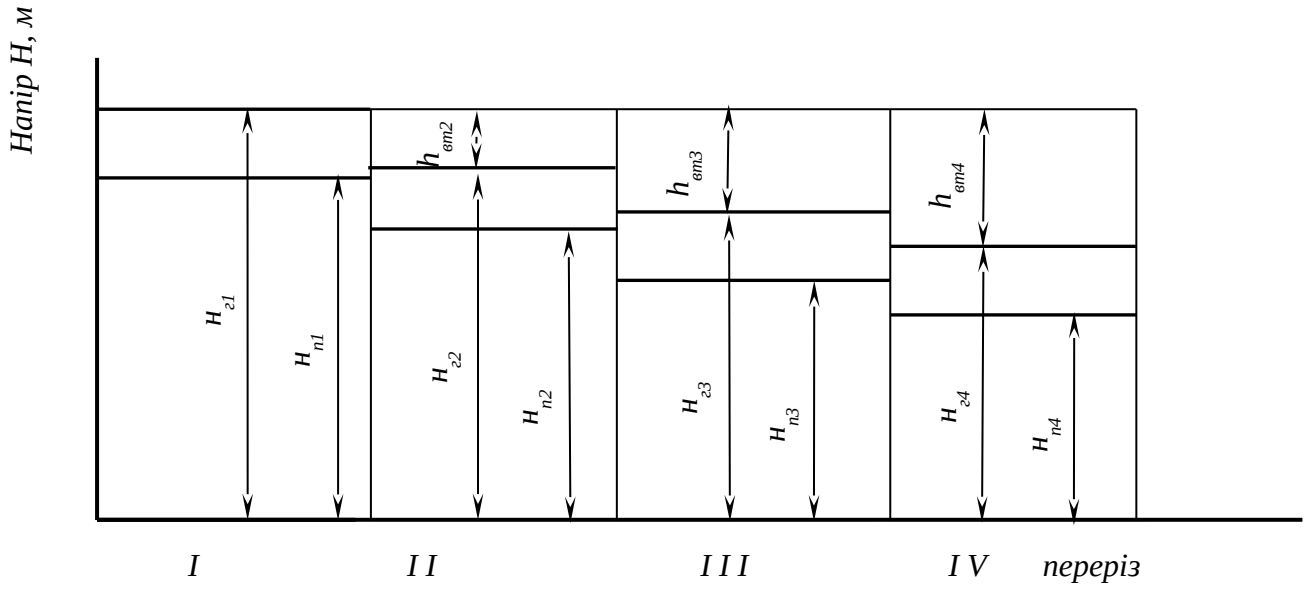

Рисунок 4.1 – Графік напорів, які входять у рівняння Бернуллі

ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Назва лабораторної роботи.
2. Мета роботи.
3. Схема та опис установки.
4. Таблиця даних.
5. Розрахунки.
6. Висновок.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Вказати мету роботи.
2. Для якої практичної мети застосовується рівняння суцільності потоку?
3. Рівняння суцільності потоку. Розшифрування величин та їх розмірність.
4. Навести визначення рівняння суцільності потоку.
5. Фізичний зміст рівняння суцільності потоку.
6. Для якої практичної мети застосовується рівняння Бернуллі?
7. Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини. Розшифрування величин та їх розмірність.
8. Навести визначення рівняння Бернуллі.
9. Фізичний зміст рівняння Бернуллі.
10. Що таке геометричний напір?
11. Що характеризує геометричний напір?
12. Що характеризує п’єзометричний напір?
13. Що характеризує динамічний напір?
14. Рівняння Бернуллі для горизонтального трубопроводу. Розшифровка величин та їх розмірність.
15. На яке рівняння перетвориться рівняння Бернуллі, якщо швидкість потоку дорівнює 0?
16. Рівняння Бернуллі для реальної рідини. Розшифровка величин та їх розмірність.
17. Що характеризує втрачений напір?
18. За рахунок чого виникають втрати напору?
19. З якою метою застосовують пневмометричні трубки та дросельні прилади?
20. Будова п’єзометричної трубки та який напір вона показує?
21. Будова гідрометричної трубки та який напір вона показує?
22. Як знайти швидкість потоку за показаннями гідрометричної та п’єзометричної трубки?
23. Навести типи дросельних приладів.
24. Формула розрахунку швидкості витікання рідини з ємностей. Розшифровка величин та їх розмірність.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А.* Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. – Л.: Химия, 1987. – 576 с.

2. *Касаткин А.Г.* Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1971. – 764 с.

3. *Плановский А.Н., Рамм В.М., Коган С.З.* Процессы и аппараты химической технологи. – М.: Химия, 1969. – 848 с.