

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
„УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ”

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
з організації самостійної роботи  
з дисципліни «Вища та прикладна математика»  
для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр»  
напряму підготовки 073 «Менеджмент»  
денної та заочної форм навчання

Затверджено на засіданні  
кафедри вищої математики  
Протокол № 3 від 17.10.16

Дніпро ДВНЗ УДХТУ 2017

Методичні вказівки з організації самостійної роботи з дисципліни «Вища та прикладна математика» для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки 073 «Менеджмент» денної та заочної форми навчання / Укл.: Т.С. Науменко, І.В. Шапка. – Дніпро: ДВНЗ УДХТУ, 2017. –16 с.

Укладачі: Т.С. Науменко  
І.В. Шапка

Відповідальний за випуск В.І. Олевський, д-р техн. наук

#### Навчальне видання

Методичні вказівки з організації самостійної роботи з дисципліни «Вища та прикладна математика» для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки 073 «Менеджмент» денної та заочної форм навчання

Укладачі: НАУМЕНКО Тетяна Станіславівна  
ШАПКА Ірина Віталіївна

Технічний редактор Л.Я. Гоцуцова  
Комп'ютерна верстка Л.Я. Гоцуцова

Підписано до друку 10.04.17. Формат 60×84/16. Папір ксерокс. Друк різнограф. Умов. друк. арк. 0,77. Обл.-вид. арк. 0,82. Тираж 100 прим. Зам. № 502. Свідоцтво ДК № 5026 від 16.12.2015.

---

ДВНЗ УДХТУ, 49005, Дніпро-5, просп. Гагаріна, 8.

---

Редакційно-видавничий відділ

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Векторна алгебра.....	4
Індивідуальне завдання на тему «Векторна алгебра».....	5
Аналітична геометрія в просторі.....	6
Індивідуальне завдання «Аналітична геометрія в просторі».....	7
Повне дослідження функції.....	11
Індивідуальне завдання на тему «Повне дослідження функції».....	11

## ВСТУП

Методичні вказівки з організації самостійної роботи з дисципліни «Вища та прикладна математика» для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки 073 «Менеджмент» денної та заочної форм навчання розроблені з метою перевірки самостійної роботи студентів з тем, що не передбачені в плані аудиторних занять. Студент повинен самостійно опрацювати наступні теми та відповісти на запитання. Також розв'язати індивідуальні завдання, що дає змогу викладачеві оцінити рівень самостійної роботи студента. Типові розрахунки можуть бути використані викладачами для контролю знань студентів, для проведення аудиторних індивідуальних практичних занять, а також як домашні індивідуальні завдання.

## ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

1. Дати означення вектора. Навести приклади векторних величин.
2. Як знайти координати вектора? Навести приклади.
3. Як знайти довжину вектора?
4. Що мають на увазі під словосполученням «напрямні косинуси»?
5. Що таке орт вектора?
6. Дати означення координатного базису.
7. Назвати координати вектора  $3i+2j-5k$ .
8. Які властивості у векторів  $i, j, k$ ?
9. Дати означення колінеарних векторів.
10. Дати означення перпендикулярних векторів.
11. Дати означення компланарних векторів.
12. Які добутки векторів Ви знаєте? Дати означення.
13. Які умови повинні виконуватися для перпендикулярності, колінеарності, компланарності векторів?
14. Які дії можна виконувати з векторами?
15. Властивості скалярного добутку.
16. Властивості векторного добутку.
17. Властивості мішаного добутку.
18. Як знайти добуток вектора на число?
19. Який є фізичний зміст скалярного добутку?
20. Як знайти кут між векторами, що задаються своїми координатами?
21. Дати означення проекції вектора на вектор.
22. Що є результатом скалярного добутку?
23. Який є геометричний зміст векторного добутку?
24. Як обчислюється векторний добуток у координатній формі?
25. Чи можна перемножити векторно три вектори?
26. Чому дорівнює векторний добуток двох рівних векторів?
27. Як знайти площу паралелограма, побудованого на двох векторах?
28. Формула для знаходження висоти трикутника.
29. Чи можна міняти місцями співмножники в мішаному добутку?

30. Який геометричний зміст мішаного добутку?
31. Як знайти об'єм піраміди, що побудована на трьох векторах?
32. Як знайти висоту піраміди, що побудована на трьох векторах?
33. Чому дорівнює мішаний добуток, якщо вектори задаються координатами?
34. Чи можна змінити місцями співмножники в мішаному добутку?
35. У яких випадках мішаний добуток дорівнює 0?

### Індивідуальне завдання за темою „Векторна алгебра”

Дано координати точок  $A, B, C, D, E$ . Необхідно:

1. Знайти довжину та напрямні косинуси вектора  $\overrightarrow{BE}$  у просторі.
2. Знайти кут між векторами  $\overrightarrow{AB}$  та  $\overrightarrow{AC}$ .
3. Знайти проекцію вектора  $\overrightarrow{AD}$  на напрям вектора  $(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})$ .
4. Знайти вектор  $\vec{c}$ , перпендикулярний до вектора  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  і до  $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ .
5. Обчислити площу трикутника  $ABC$ .
6. Знайти висоту паралелограма, побудованого на векторах  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  і  $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ .
7. Обчислити об'єм піраміди  $ABCD$ .
8. Перевірити, чи колінеарні вектори  $\overrightarrow{AB}$  і  $\overrightarrow{DE}$ .
9. Перевірити, чи ортогональні вектори  $\overrightarrow{AB}$  і  $\overrightarrow{EC}$ .
10. Перевірити, чи належать точки  $A, B, C, E$  до однієї площини.

Варіант 1	$A (0; -1; 2)$	$B (1; 2; 1)$	$C (-3; 2; 1)$	$D (0; 0; -1)$	$E (2; 6; -3)$
Варіант 2	$A (-1; 3; 0)$	$B (2; 1; -1)$	$C (3; -1; 2)$	$D (1; -1; 3)$	$E (5; 2; 2)$
Варіант 3	$A (0; 3; 1)$	$B (2; -1; 3)$	$C (0; 2; 1)$	$D (0; 1; 3)$	$E (1; -1; -4)$
Варіант 4	$A (-1; 2; 3)$	$B (-1; 3; 0)$	$C (0; -1; 2)$	$D (-2; 1; -1)$	$E (5; 2; 3)$
Варіант 5	$A (2; -2; 0)$	$B (-2; -1; 3)$	$C (1; -2; 0)$	$D (-1; 0; 1)$	$E (7; -2; -5)$
Варіант 6	$A (-2; 0; -1)$	$B (1; -2; 0)$	$C (0; 1; 1)$	$D (2; 0; -3)$	$E (-1; 1; 4)$
Варіант 7	$A (0; 1; -2)$	$B (2; 2; -1)$	$C (-1; -1; 0)$	$D (-1; -1; 0)$	$E (5; 2; 3)$
Варіант 8	$A (3; 1; -1)$	$B (2; -1; 0)$	$C (2; 1; 0)$	$D (2; 1; 3)$	$E (4; 0; 0)$
Варіант 9	$A (3; 2; 0)$	$B (1; -1; 1)$	$C (2; 0; -1)$	$D (2; 0; -1)$	$E (6; 6; -3)$
Варіант 10	$A (0; -3; -1)$	$B (1; 0; -2)$	$C (-1; 0; 2)$	$D (0; 0; 1)$	$E (-1; 1; 5)$
Варіант 11	$A (2; 1; -2)$	$B (1; 2; 3)$	$C (0; 3; 1)$	$D (-1; -2; -3)$	$E (2; -5; -18)$
Варіант 12	$A (0; 3; -2)$	$B (1; -2; 1)$	$C (-1; 0; 3)$	$D (1; -2; 0)$	$E (-4; 0; 4)$
Варіант 13	$A (2; -1; 3)$	$B (0; 1; -1)$	$C (-2; 3; 1)$	$D (0; -1; 0)$	$E (1; -2; 2)$
Варіант 14	$A (0; 2; -1)$	$B (1; 3; -1)$	$C (-2; 1; 0)$	$D (3; 0; 1)$	$E (0; -1; 3)$
Варіант 15	$A (1; -1; 2)$	$B (3; 1; -2)$	$C (0; 1; -1)$	$D (2; 3; 0)$	$E (1; 2; 2)$
Варіант 16	$A (1; 0; 2)$	$B (-1; 2; 3)$	$C (1; 0; -3)$	$D (2; 1; -1)$	$E (5; 3; -1)$
Варіант 17	$A (1; -3; -2)$	$B (0; -2; 1)$	$C (2; -3; 1)$	$D (-1; 0; 0)$	$E (-4; 3; 9)$
Варіант 18	$A (1; -2; 2)$	$B (0; 1; 3)$	$C (2; 1; -1)$	$D (-3; 1; 0)$	$E (6; 2; 0)$
Варіант 19	$A (2; -1; 0)$	$B (0; 1; 1)$	$C (-2; 0; 1)$	$D (-1; -1; -1)$	$E (0; -2; 0)$
Варіант 20	$A (-3; 0; 1)$	$B (1; -2; -1)$	$C (0; 3; 1)$	$D (-2; 1; 0)$	$E (1; 4; 2)$
Варіант 21	$A (-3; 1; -1)$	$B (0; 2; 1)$	$C (-1; 3; 2)$	$D (2; -2; 2)$	$E (-1; -3; 0)$

Варіант 22	$A(-1;-2;-3)$	$B(2; 1; 0)$	$C(0; 1; -1)$	$D(-3;1;-1)$	$E(-1; 1; 0)$
Варіант 23	$A(-1; 0; 0)$	$B(1; 2; -3)$	$C(2; 0; -1)$	$D(1; 3; -1)$	$E(-1; 1; 2)$
Варіант 24	$A(0; 0; -2)$	$B(2; 1; -3)$	$C(0; 1; -2)$	$D(-2;-1;0)$	$E(1; 4; 3)$
Варіант 25	$A(-2;-1;-3)$	$B(-3; 1; 0)$	$C(2; 1; -1)$	$D(0; 1; 3)$	$E(-2; 5; 9)$
Варіант 26	$A(0; 1; -4)$	$B(2; 2; -3)$	$C(-1;3;-1)$	$D(1; 1; 1)$	$E(-2; 4; 0)$
Варіант 27	$A(-3;0;1)$	$B(-2; 1; 3)$	$C(0;-1; -2)$	$D(-1;-2;-5)$	$E(1; 0; 3)$
Варіант 28	$A(3; 0; -2)$	$B(2; 1; -3)$	$C(-1; 0; 2)$	$D(2;-1;-1)$	$E(2; 0; -1)$
Варіант 29	$A(-4; 0; 3)$	$B(-3; 1; 2)$	$C(-1; 0; 2)$	$D(0; -3; 1)$	$E(-3; 0; 4)$
Варіант 30	$A(2; 2; 2)$	$B(3; 2; 0)$	$C(-1; 3;-1)$	$D(-2;-1;3)$	$E(-1;-1;-1)$

## АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРОСТОРИ

1. Дати означення площини.
2. Загальне рівняння площини. Що означають коефіцієнти при невідомих у цьому рівнянні?
3. Рівняння площини, що проходить через точку перпендикулярно до заданого вектора.
4. Положення площини відносно координатних осей. Навести приклади рівнянь таких площин.
5. Рівняння площини, що проходить через задані три точки.
6. Дати означення нормального вектора.
7. Дати означення напрямного вектора.
8. Вказати координати нормального вектора площини  $2x-4y+5=0$ .
9. Як переконатися, що задана точка належить площині?
10. Навести приклад рівняння площини у відрізках на осях. Який є зміст коефіцієнтів цього рівняння?
11. Як визначити кут між двома площинами?
12. Як із загального рівняння площини одержати рівняння у відрізках на осях.
13. Умова паралельності площин.
14. Умова перпендикулярності площин.
15. Що таке в'язка площин. Яке рівняння визначає в'язку площин?
16. Як знайти відстань від заданої точки до площини?
17. Нормальне рівняння площини.
18. Як одержати із загального рівняння площини нормальне?
19. Як визначається пряма у просторі?
20. Загальне рівняння прямої у просторі.
21. Канонічне рівняння прямої у просторі.
22. Параметричне рівняння у просторі.
23. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.
24. Кут між двома прямими у просторі.
25. Яка умова паралельності двох прямих у просторі?
26. Яка умова перпендикулярності двох прямих у просторі?
27. Яка умова паралельності прямої та площини?
28. Яка умова перпендикулярності прямої та площини?

29. Як звести загальні рівняння прямої до канонічного вигляду?

30. Як перейти від канонічного рівняння прямої до параметричного?

**Індивідуальне завдання за темою „Аналітична геометрія у просторі”**

**Завдання І.** Дано рівняння площини. Знайти:

- 1) нормальний вектор площини;
- 2) записати рівняння площини у відрізках;
- 3) записати рівняння площини в нормальному вигляді;
- 4) перевірити, чи лежить точка  $M$  на площині;
- 5) побудувати площину.

<b>Варіант 1</b>	$2x + 3y + z - 1 = 0$	$M (0; 1; -2)$
<b>Варіант 2</b>	$x - 2y + z + 1 = 0$	$M (2; 1; 2)$
<b>Варіант 3</b>	$5x - y + z - 4 = 0$	$M (1; 1; 0)$
<b>Варіант 4</b>	$x - 3y + z - 2 = 0$	$M (-2; 4; 1)$
<b>Варіант 5</b>	$x - 2y + 3z - 6 = 0$	$M (0; 0; 2)$
<b>Варіант 6</b>	$2x + y + 2z + 2 = 0$	$M (1; 2; 3)$
<b>Варіант 7</b>	$3x + y + z - 3 = 0$	$M (1; 1; -1)$
<b>Варіант 8</b>	$x + y - z + 7 = 0$	$M (3; 2; 1)$
<b>Варіант 9</b>	$7x - y + z - 14 = 0$	$M (2; 1; 1)$
<b>Варіант 10</b>	$x - 2y + 6z - 12 = 0$	$M (1; 3; 1)$
<b>Варіант 11</b>	$x + y + z - 5 = 0$	$M (1; 5; -1)$
<b>Варіант 12</b>	$x + 2y + z - 2 = 0$	$M (2; 1; 1)$
<b>Варіант 13</b>	$x + y + 3z - 6 = 0$	$M (1; -1; 2)$
<b>Варіант 14</b>	$x - y - z - 1 = 0$	$M (1; 0; 2)$
<b>Варіант 15</b>	$3x - y + 5z - 6 = 0$	$M (1; 3; 2)$
<b>Варіант 16</b>	$2x - y + 3z - 6 = 0$	$M (1; 2; 2)$
<b>Варіант 17</b>	$4x + 2y - z - 8 = 0$	$M (2; 1; 2)$
<b>Варіант 18</b>	$7x - 6y + z - 5 = 0$	$M (0; 3; 1)$
<b>Варіант 19</b>	$x + 4y - z + 4 = 0$	$M (1; -1; 1)$
<b>Варіант 20</b>	$2x - y + 3z - 2 = 0$	$M (0; 0; -5)$
<b>Варіант 21</b>	$2x + 3y + 4z + 5 = 0$	$M (5; 3; 1)$
<b>Варіант 22</b>	$x + 2z + 4 = 0$	$M (0; 5; -2)$
<b>Варіант 23</b>	$4x + 3y + z - 12 = 0$	$M (5; 3; 0)$
<b>Варіант 24</b>	$3x + 2y - z + 1 = 0$	$M (1; 1; 1)$
<b>Варіант 25</b>	$x - 3y + z + 2 = 0$	$M (1; 0; -1)$
<b>Варіант 26</b>	$5x + y + z - 5 = 0$	$M (0; 0; 1)$
<b>Варіант 27</b>	$3x + y + 3z + 3 = 0$	$M (0; 0; -1)$
<b>Варіант 28</b>	$x + 2y + 2z - 4 = 0$	$M (4; 1; -1)$
<b>Варіант 29</b>	$x + 7y - 14 = 0$	$M (0; 2; 2)$
<b>Варіант 30</b>	$x + y + z + 1 = 0$	$M (1; -1; -1)$

**Завдання II.** Знайти рівняння площини, що проходить через точки  $M_1, M_2, M_3$  і відстань від точки  $M_4$  до цієї площини.

<b>Варіант 1</b>	$M_1 (1; 1; -1)$	$M_2 (2; 3; 1)$	$M_3 (3; 2; 1)$	$M_4 (-3; -7; 6)$
<b>Варіант 2</b>	$M_1 (1; 5; -7)$	$M_2 (-3; 6; 3)$	$M_3 (-2; 7; 3)$	$M_4 (1; -1; 2)$
<b>Варіант 3</b>	$M_1 (2; 3; 1)$	$M_2 (4; 1; -2)$	$M_3 (6; 3; 7)$	$M_4 (-5; -4; 8)$
<b>Варіант 4</b>	$M_1 (1; 1; 2)$	$M_2 (-1; 1; 3)$	$M_3 (2; -2; 4)$	$M_4 (2; 3; 8)$
<b>Варіант 5</b>	$M_1 (2; -1; 2)$	$M_2 (1; 2; -1)$	$M_3 (5; 2; 6)$	$M_4 (-13; -8; -16)$
<b>Варіант 6</b>	$M_1 (14; 4; 5)$	$M_2 (-5; -3; 2)$	$M_3 (-2; -6; -3)$	$M_4 (-1; -8; 7)$
<b>Варіант 7</b>	$M_1 (-2; 0; -4)$	$M_2 (-1; 7; 1)$	$M_3 (4; -8; -4)$	$M_4 (-6; 5; 5)$
<b>Варіант 8</b>	$M_1 (2; -1; -2)$	$M_2 (1; 2; 1)$	$M_3 (5; 0; -6)$	$M_4 (14; -3; 7)$
<b>Варіант 9</b>	$M_1 (5; 2; 0)$	$M_2 (2; 5; 0)$	$M_3 (1; 2; 4)$	$M_4 (-3; -6; -8)$
<b>Варіант 10</b>	$M_1 (0; -1; -1)$	$M_2 (-2; 3; 5)$	$M_3 (1; -5; -9)$	$M_4 (-4; -13; 6)$
<b>Варіант 11</b>	$M_1 (-1; -5; 2)$	$M_2 (-6; 0; -3)$	$M_3 (3; 6; -3)$	$M_4 (10; -8; -7)$
<b>Варіант 12</b>	$M_1 (-3; 4; -7)$	$M_2 (1; 5; -4)$	$M_3 (-5; -2; 0)$	$M_4 (-12; 7; -1)$
<b>Варіант 13</b>	$M_1 (-1; 2; -3)$	$M_2 (4; -1; 0)$	$M_3 (2; 1; -6)$	$M_4 (1; -6; -5)$
<b>Варіант 14</b>	$M_1 (-3; -1; 1)$	$M_2 (-9; 1; -2)$	$M_3 (3; -5; 4)$	$M_4 (-7; 0; -1)$
<b>Варіант 15</b>	$M_1 (1; -1; 1)$	$M_2 (-2; 0; 3)$	$M_3 (2; 1; -1)$	$M_4 (-2; 4; 2)$
<b>Варіант 16</b>	$M_1 (1; 2; 0)$	$M_2 (1; -1; 2)$	$M_3 (0; 1; -1)$	$M_4 (2; -1; 4)$
<b>Варіант 17</b>	$M_1 (1; 0; 2)$	$M_2 (1; 2; -1)$	$M_3 (2; -2; 1)$	$M_4 (-5; -9; 1)$
<b>Варіант 18</b>	$M_1 (1; 0; 1)$	$M_2 (-2; -1; 6)$	$M_3 (1; 2; -3)$	$M_4 (3; -2; 9)$
<b>Варіант 19</b>	$M_1 (-2; 3; -5)$	$M_2 (-6; 0; -3)$	$M_3 (3; 10; -1)$	$M_4 (-6; 7; -10)$
<b>Варіант 20</b>	$M_1 (-1; -2; -4)$	$M_2 (-1; 2; 4)$	$M_3 (3; 0; -1)$	$M_4 (-2; 3; 5)$
<b>Варіант 21</b>	$M_1 (-4; 1; 2)$	$M_2 (0; -3; 1)$	$M_3 (2; -1; 5)$	$M_4 (-3; 4; 5)$
<b>Варіант 22</b>	$M_1 (-4; 1; 2)$	$M_2 (0; -3; 1)$	$M_3 (2; -1; 5)$	$M_4 (-3; 4; 5)$
<b>Варіант 23</b>	$M_1 (0; 3; 2)$	$M_2 (-2; -1; -1)$	$M_3 (3; 1; -4)$	$M_4 (-11; 10; 6)$
<b>Варіант 24</b>	$M_1 (-3; -5; 6)$	$M_2 (2; 1; -4)$	$M_3 (0; -3; -1)$	$M_4 (3; 6; 8)$
<b>Варіант 25</b>	$M_1 (2; -4; -3)$	$M_2 (5; -6; 0)$	$M_3 (-1; 3; -3)$	$M_4 (2; -10; 8)$
<b>Варіант 26</b>	$M_1 (1; -1; 2)$	$M_2 (2; 1; 2)$	$M_3 (1; 1; 4)$	$M_4 (-3; 2; 7)$
<b>Варіант 27</b>	$M_1 (1; 3; 6)$	$M_2 (2; 2; 1)$	$M_3 (-1; 0; 1)$	$M_4 (5; -4; 5)$
<b>Варіант 28</b>	$M_1 (-4; 2; 6)$	$M_2 (2; -3; 0)$	$M_3 (-1; 5; 8)$	$M_4 (-12; 1; 8)$
<b>Варіант 29</b>	$M_1 (2; 1; 4)$	$M_2 (7; 5; -2)$	$M_3 (-7; -3; 2)$	$M_4 (-3; 1; 8)$
<b>Варіант 30</b>	$M_1 (7; -1; 2)$	$M_2 (7; 2; 4)$	$M_3 (-5; -2; -1)$	$M_4 (10; 1; 8)$



**Завдання III.** Скласти рівняння прямої, що проходить через точку  $A$  паралельно вектору  $\overline{BC}$ . Записати рівняння у канонічному та параметричному вигляді.

<b>Варіант 1</b>	$A (1; 0; -2)$	$B (2; -1; 3)$	$C (0; -3; 2)$
<b>Варіант 2</b>	$A (-1; 3; 4)$	$B (-1; 5; 0)$	$C (2; 6; 1)$
<b>Варіант 3</b>	$A (4; -2; 0)$	$B (1; -1; -5)$	$C (-2; 1; -3)$
<b>Варіант 4</b>	$A (-8; 0; 7)$	$B (-3; 2; 4)$	$C (-1; 4; 5)$
<b>Варіант 5</b>	$A (7; -5; 1)$	$B (5; -1; -3)$	$C (3; 0; -4)$
<b>Варіант 6</b>	$A (-3; 5; -2)$	$B (-4; 0; 3)$	$C (-3; 2; 5)$
<b>Варіант 7</b>	$A (1; -1; 8)$	$B (-4; -3; 10)$	$C (-1; -1; 7)$
<b>Варіант 8</b>	$A (-2; 0; -5)$	$B (2; 7; -3)$	$C (1; 10; -1)$
<b>Варіант 9</b>	$A (1; 9; -4)$	$B (5; 7; 11)$	$C (3; 5; 0)$
<b>Варіант 10</b>	$A (-7; 0; 3)$	$B (1; -5; -4)$	$C (2; -3; 0)$
<b>Варіант 11</b>	$A (0; -3; 5)$	$B (-7; 2; 6)$	$C (-3; 2; 4)$
<b>Варіант 12</b>	$A (5; -1; 2)$	$B (2; -4; 3)$	$C (4; -1; 3)$
<b>Варіант 13</b>	$A (-2; 0; -5)$	$B (2; 7; -3)$	$C (1; 10; -1)$
<b>Варіант 14</b>	$A (0; -2; 8)$	$B (4; 3; 2)$	$C (1; 4; 3)$
<b>Варіант 15</b>	$A (1; -2; 5)$	$B (0; 7; 8)$	$C (-1; 3; 8)$
<b>Варіант 16</b>	$A (-10; 0; 9)$	$B (12; 4; 11)$	$C (8; 5; 15)$
<b>Варіант 17</b>	$A (3; -3; -6)$	$B (1; 9; -5)$	$C (6; 6; -4)$
<b>Варіант 18</b>	$A (2; 1; 7)$	$B (9; 0; 2)$	$C (9; 2; 3)$
<b>Варіант 19</b>	$A (-7; 1; -4)$	$B (8; 11; -3)$	$C (9; 9; -1)$
<b>Варіант 20</b>	$A (-7; 2; 1)$	$B (1; 0; -6)$	$C (-9; 6; 1)$
<b>Варіант 21</b>	$A (-3; 1; 0)$	$B (6; 3; 3)$	$C (9; 4; -2)$
<b>Варіант 22</b>	$A (-4; -4; 5)$	$B (3; -3; -7)$	$C (9; 3; -7)$
<b>Варіант 23</b>	$A (0; -8; 10)$	$B (-5; 5; 7)$	$C (-9; 0; 4)$
<b>Варіант 24</b>	$A (1; -5; -2)$	$B (6; -2; 1)$	$C (2; -2; -2)$
<b>Варіант 25</b>	$A (0; 7; 9)$	$B (-1; 8; -11)$	$C (-4; 3; -12)$
<b>Варіант 26</b>	$A (-3; -1; 7)$	$B (0; 2; -6)$	$C (2; 3; -5)$
<b>Варіант 27</b>	$A (5; 3; -1)$	$B (0; 0; -3)$	$C (5; -1; 0)$
<b>Варіант 28</b>	$A (-1; 2; -2)$	$B (13; 14; 1)$	$C (14; 15; 2)$
<b>Варіант 29</b>	$A (7; -5; 0)$	$B (8; 3; -1)$	$C (8; 5; 1)$
<b>Варіант 30</b>	$A (-3; 6; 4)$	$B (8; -3; 5)$	$C (10; -3; 7)$

**Завдання IV.** Записати рівняння прямої загального виду в канонічному та параметричному виглядах.

<b>Варіант 1</b> $\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 2</b> $\begin{cases} x - 3y + 2z + 2 = 0 \\ x + 3y + z + 14 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 3</b> $\begin{cases} x - 2y + z - 4 = 0 \\ 2x + 2y - z - 8 = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 4</b> $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y - 2z + 2 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 5</b> $\begin{cases} 2x + 3y + z + 6 = 0 \\ x - 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 6</b> $\begin{cases} 3x + y - z - 6 = 0 \\ 3x - y + 2z = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 7</b> $\begin{cases} x + 5y + 2z + 11 = 0 \\ x - y - z - 1 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 8</b> $\begin{cases} 3x + 4y - 2z + 1 = 0 \\ 2x - 4y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 9</b> $\begin{cases} 5x + y - 3z + 4 = 0 \\ x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 10</b> $\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ x - 2y + z + 4 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 11</b> $\begin{cases} 4x + y + 3z + 2 = 0 \\ 2x - y + z - 8 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 12</b> $\begin{cases} 3x + 3y - 2z - 1 = 0 \\ 2x - 3y + z + 1 = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 13</b> $\begin{cases} 6x - 7y - 4z - 2 = 0 \\ x + 7y - z - 5 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 14</b> $\begin{cases} 8x - y - 3z - 1 = 0 \\ x + y + z + 10 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 15</b> $\begin{cases} 6x - 5y - 4z + 8 = 0 \\ 6x + 5y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 16</b> $\begin{cases} x + 5y - z - 5 = 0 \\ 6x + 5y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 17</b> $\begin{cases} 2x - 3y + z + 6 = 0 \\ x - 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 18</b> $\begin{cases} 5x + y + 2z + 4 = 0 \\ x - y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 19</b> $\begin{cases} 4x + y + z + 2 = 0 \\ 2x - y - 3z - 8 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 20</b> $\begin{cases} 2x + y - 3z - 2 = 0 \\ 2x - y + z + 6 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 21</b> $\begin{cases} x + y - 2z - 2 = 0 \\ x - y + z + 2 = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 22</b> $\begin{cases} x + 5y - z + 11 = 0 \\ x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 23</b> $\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ x - 2y - z + 4 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 24</b> $\begin{cases} 6x - 7y - z - 2 = 0 \\ x + 7y - 4z - 5 = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 25</b> $\begin{cases} x + 5y + 2z - 5 = 0 \\ 2x - 5y - z + 5 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 26</b> $\begin{cases} x - 3y + z + 2 = 0 \\ x + 3y + 2z + 14 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 27</b> $\begin{cases} 2x + 3y - 2z + 6 = 0 \\ x - 3y + z + 3 = 0 \end{cases}$
<b>Варіант 28</b> $\begin{cases} 3x + 4y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - 4y - 2z + 4 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 29</b> $\begin{cases} 3x + 3y + z - 1 = 0 \\ 2x - 3y - 2z + 6 = 0 \end{cases}$	<b>Варіант 30</b> $\begin{cases} 6x - 5y + 3z + 8 = 0 \\ 6x + 5y - 4z + 4 = 0 \end{cases}$

## ПОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ

1. Яка функція називається зростаючою (спадною) на проміжку?
2. Сформулювати достатню умову зростання (спадання) функції.
3. Сформулювати означення точок мінімуму та максимуму функції.
4. Що таке екстремальні точки?
5. Локальний екстремум функції.
6. Сформулювати теорему Ферма.
7. Які точки називаються стаціонарними, критичними?
8. Яка крива називається опуклою (угнутою) на інтервалі?
9. Що розуміють під точкою перегину кривої?
10. Сформулювати достатню умову існування точки перегину?
11. Як знайти інтервали опуклості (угнутості) кривої.
12. Чи може точка перегину графіка функції бути її точкою екстремуму?
13. Які точки називають критичними точками 2-го порядку?
14. Знайти екстремум функції  $y=x^4-5$ .
15. Що називається асимптотою кривої?
16. Які види асимптот існують?
17. Записати рівняння асимптот та вказати як їх можна знайти?
18. Чи може крива перетинати свою асимптоту?
19. Алгоритм дослідження функції.
20. Як досліджують функції на періодичність, парність та непарність?
21. Як побудувати графік функції, враховуючи її періодичність?
22. Як спростити побудову графіка функції, враховуючи її парність (непарність)?
23. Чи може максимум деякої функції виявитися меншим, ніж значення мінімуму цієї ж функції?
24. Чи може функція мати екстремум у точці перегину?
25. Навести схему побудови графіка функції.

### Індивідуальне завдання за темою «Повне дослідження функції»

**Завдання 1.** Знайти найбільше та найменше значення функцій на заданих відрізках:

1.  $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$ ,  $[1;4]$ .
2.  $y = 2\sqrt{x} - x$ ,  $[0;4]$ .
3.  $y = \frac{10x}{1+x^2}$ ,  $[0;3]$ .
4.  $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)} - 2$ ,  $[-3;3]$ .
5.  $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^3}$ ,  $[-1;2]$ .
6.  $y = \frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2}$ ,  $[1;4]$ .

7.  $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}, [1;5].$
8.  $y = \frac{-x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8, [-4;-1].$
9.  $y = \frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}, [-2;1].$
10.  $y = \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}, [0;4].$
11.  $y = 2\sqrt{x-1} - x + 2, [1;5].$
12.  $y = \frac{-x^2}{2} + 2x + \frac{8}{x-2} + 5, [-2;1].$
13.  $y = \frac{2(x^2+3)}{x^2-2x+5}, [-3;3].$
14.  $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(x-2)} + 3, [-4;2].$
15.  $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15, \left[-2; -\frac{1}{2}\right].$
16.  $y = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}, [-1;5].$
17.  $y = x - 4\sqrt{x} + 5, [1;9].$
18.  $y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59, [2;4].$
19.  $y = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}, [-1;6].$
20.  $y = x - 4\sqrt{x+2} + 8, [-1;7].$
21.  $y = \frac{4x}{4+x^2}, [-4;2].$
22.  $y = \sqrt[3]{2x^2(x-6)}, [-2;4].$
23.  $y = -\frac{2(x^2+3)}{x^2+2x+5}, [-5;1].$
24.  $y = x^2 - 2x + \frac{16}{1-x}, [2;5].$
25.  $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}, [-3;4].$
26.  $y = 8x + \frac{4}{x^2}, \left[\frac{1}{2}; 2\right].$
27.  $y = x^2 + 4x + \frac{16}{x+2}, [-1;2].$
28.  $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}, [-2;5].$
29.  $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1, [0;3].$
30.  $y = 4 - x - \frac{4}{x^2}, [1;4].$

**Завдання 2.** Провести повне дослідження функцій та побудувати їх графіки:

1.  $y = 3x - x^3$
2.  $y = \frac{x^3 - 9x^2}{4} + 5x - 9$
3.  $y = (x+1)^2(x-1)^2$
4.  $y = 3x^2 - 2 - x^3$
5.  $y = \frac{x^3 + 3x^2}{4} - 5$
6.  $y = 16x^2(x-1)^2$
7.  $y = 2 - 12x^2 - 8x^3$
8.  $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x$
9.  $y = (2x-1)^2(2x-3)^2$
10.  $y = \frac{x(12-x^2)}{8}$
11.  $y = \frac{27(x^3+x^2)}{4} - 5$
12.  $y = \frac{-(x^2-4)^2}{16}$
13.  $y = \frac{6x^2 - x^3 - 16}{8}$
14.  $y = 16x^3 - 12x^2 - 4$
15.  $y = \frac{-(x+1)^2(x-3)^2}{16}$
16.  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$
17.  $y = x^2(x-2)^2$
18.  $y = 2 - 3x^2 - x^3$
19.  $y = 2x^3 - 3x^2 - 4$
20.  $y = (x-1)^2(x-3)^2$
21.  $y = 6x - 8x^3$
22.  $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$
23.  $y = (2x+1)^2(2x-1)^2$
24.  $y = 12x^2 - 8x^3 - 2$
25.  $y = \frac{27(x^3-x^2)}{4} - 4$
26.  $y = \frac{x^2(x-4)^2}{16}$
27.  $y = \frac{16-6x^2-x^3}{8}$
28.  $y = 16x^3 - 36x^2 + 24x - 9$

$$29. y = \frac{-(x-2)^2(x-6)^2}{16}$$

$$30. y = \frac{11+9x-3x^2-x^3}{8}$$

**Завдання 3.** Провести повне дослідження функцій та побудувати їх графіки:

$$1. y = \frac{3x^2 - 7x - 16}{x^2 - x - 6}$$

$$2. y = \frac{4x}{4+x^2}$$

$$3. y = \frac{1}{x^2 + 2x}$$

$$4. y = \frac{1-2x}{x^2 - x - 2}$$

$$5. y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

$$6. y = \frac{x^3}{x^2 + 2x + 3}$$

$$7. y = \frac{x^3 - 8}{2x^2}$$

$$8. y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$$

$$9. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$$

$$10. y = \frac{4x^3 + 5}{x}$$

$$11. y = \frac{12x}{9+x^2}$$

$$12. y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$$

$$13. y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$$

$$14. y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$$

$$15. y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$$

$$16. y = \frac{x^2 + 1}{x}$$

$$17. y = \frac{(x-1)^2}{x^2 + 1}$$

$$18. y = \frac{x}{3-x^2}$$

$$19. y = \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$20. y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$$

$$21. y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

$$22. y = \frac{4 - x^3}{x^2}$$

$$23. y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$$

$$24. y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$$

$$25. y = \frac{1 - 2x^3}{x^2}$$

$$26. y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$$

$$27. y = \frac{8}{9 + x^2}$$

$$28. y = \frac{x^3 + 1}{x^2}$$

$$29. y = \frac{1}{1 - x^2}$$

$$30. y = \frac{2x - 1}{(x-1)^2}$$

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кудрявцева В.А., Демидович В.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1969.
2. Овчинников П.Ф., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Высшая математика. Ч.1, 2. – К.: Вища шк., 1987, 1989.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том I. – М.: Наука, 1970. – 607 с.
4. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. – К., 2009.
5. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. – М.: Высш. шк., 1964. – 479 с.
6. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. 1. – М.: Высш. шк., 1986. – 304 с.
7. Методичні вказівки та індивідуальні завдання для самостійної роботи з курсу «Вища математика» за темою «Повне дослідження функції однієї змінної» для студентів 1 курсу всіх спеціальностей / Укл.: Т.О. Гранкіна, А.В. Поліщук. – Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ, 2013. – 25 с.
8. Методичні вказівки та індивідуальні завдання з курсу вищої математики за темою «Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія на площині та у просторі» для студентів економічних спеціальностей денної та заочної форм навчання / Укл.: Д.Г. Зеленцов, Н.Ю. Науменко, Л.І. Коротка, Т.Ю. Ускова, О.А. Радуль. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2007. – 45 с.