

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ  
«ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕМАТИКИ ТОЧКИ ШАТУНА  
КРИВОШИПНО-ШАТУННОГО МЕХАНІЗМУ»  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ІІ КУРСУ  
СПЕЦІАЛЬНОСТІ «ГАЛУЗЕВЕ МАШИНОБУДУВАННЯ»

Затверджено на засіданні  
кафедри матеріалознавства.  
Протокол № 8 від 20.04.2016

Методичні вказівки до виконання комп'ютерної лабораторної роботи  
«Дослідження кінематики точки шатуна кривошипно-шатунного механізму»  
для студентів II курсу спеціальності «Галузеве машинобудування» / Укл.:  
С.І. Немчинов, Б.В. Виноградов, Д.О. Федін. – Дніпропетровськ: ДВНЗ  
УДХТУ, 2016. – 16 с.

Укладачі: С.І. Немчинов, канд. техн. наук  
Б.В. Виноградов, д-р техн. наук  
Д.О. Федін, канд. техн. наук

Відповідальний за випуск О. Б. Гірін, д-р техн. наук

Навчальне видання

Методичні вказівки  
до виконання комп'ютерної лабораторної роботи  
«Дослідження кінематики точки шатуна  
кривошипно-шатунного механізму» для студентів  
II курсу спеціальності «Галузеве машинобудування»

Укладачі: НЕМЧИНОВ Сергій Ілліч  
ВИНОГРАДОВ Борис Володимирович  
ФЕДІН Дмитро Олександрович

Редактор Л.М. Тонкошкур  
Коректор Л.Я. Гоцуцова

Підписано до друку 26.05.16. Формат 60×84 1/16. Папір ксерокс. Друк різогр.  
Умов.-друк. арк. 0,66. Облік.-вид. арк. 0,71. Тираж 100 прим. Замов. № 187.  
Свідоцтво ДК № 5026 від 16.12.2015.

---

ДВНЗ УДХТУ, 49005, Дніпропетровськ-5, просп. Гагаріна, 8.

---

Редакційно-видавничий комплекс

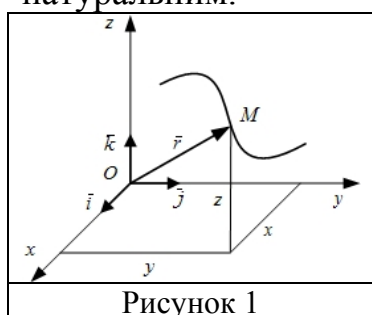
# ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

## 1. Способи задання руху точки

Основним завданням кінематики є вивчення залежності між положенням рухомої точки в просторі та часі. Ця залежність визначає закон руху точки, який вважається відомим, якщо можна визначити положення точки у просторі у довільний момент часу.

Лінія, яку описує точка при своєму русі, називається траєкторією. Рух точки буде прямолінійним у випадку, коли траєкторія точки є пряма лінія і криволінійним – коли траєкторія точки крива.

Рух точки визначається трьома способами: векторним, координатним і натуральним.



*Векторний спосіб.* При векторному способі задання руху точки її положення визначається за допомогою радіуса-вектора  $\bar{r}$ , який проводиться з деякої заданої нерухомої точки  $O$  в дану точку  $M$  (рис. 1). При русі точки радіус-вектор  $\bar{r}$  змінюється за величиною і напрямком. Кожному моменту часу  $t$  відповідає певне значення  $\bar{r}$ , тобто  $\bar{r}$  є функцією часу  $t$

$$\bar{r} = \bar{r}(t). \quad (1)$$

Функція  $\bar{r}(t)$  має бути однозначною, неперервною і щонайменше двічі диференційованою. Рівняння (1) називають кінематичним рівнянням руху точки у векторній формі. Рівняння виражає закон руху точки.

*Координатний спосіб.* Положення точки можна визначити і за допомогою координат (рис. 1), які при русі точки змінюються у часі. Тоді рівняння руху точки набувають вигляду:

$$\begin{aligned} x &= x(t), \\ y &= y(t), \\ z &= z(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Функції (2) мають бути однозначними, неперервними і двічі диференційованими.

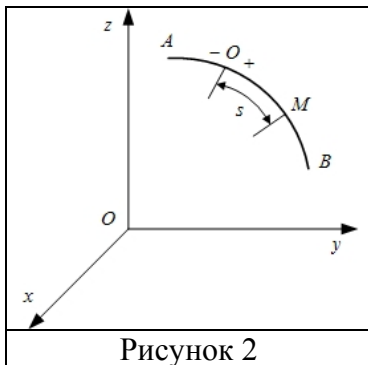
Між векторним і координатним способами руху точки існує зв'язок:

$$\bar{r} = x \cdot \bar{i} + y \cdot \bar{j} + z \cdot \bar{k}, \quad (3)$$

де  $\bar{i}$ ,  $\bar{j}$ ,  $\bar{k}$  – одиничні вектори (орти), які спрямовані уздовж осей координат  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  відповідно.

Зазначимо, що окрім декартової системи координат можна застосовувати і інші – криволінійні системи координат, зокрема полярні, циліндричні, сферичні тощо.

*Натуральний (природний) спосіб.*



Натуральним способом задання руху доцільно користуватися у випадку коли траєкторія руху точки заздалегідь відома. Нехай крива  $AB$  є траєкторією точки  $M$  при її русі відносно системи відліку  $Oxyz$  (рис. 2). Візьмемо на цій траєкторії будь-яку нерухому точку  $O$ , яку будемо вважати за початок відліку і встановимо на траєкторії додатній і від’ємний напрямки відліку. Тоді положення точки  $M$  на траєкторії буде визначатися криволінійною координатою точки  $s$ . При русі точка  $M$  переміщується у положення  $M_1, M_2, \dots$ , тобто відстань  $s$  буде змінюватися у часі. Щоб знати положення точки  $M$  на траєкторії у будь-який момент часу, необхідно знати залежність

$$s = s(t). \quad (4)$$

Рівняння (4) виражає закон руху точки  $M$  уздовж траєкторії.

## 2. Швидкість руху точки

Важливою характеристикою руху точки є її швидкість.

При векторному способі задання руху швидкість точки дорівнює першій похідній від радіуса-вектора точки за часом:

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}. \quad (5)$$

Вектор швидкості точки в заданий момент часу напрямлений по дотичній до траєкторії точки у бік руху.

При координатному способі задання руху модуль швидкості визначається за формулою

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (6)$$

де  $v_x, v_y, v_z$  – проекції швидкості на вісі координат, які визначаються за формулами:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}; \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}; \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}. \quad (7)$$

Напрямок швидкості в цьому випадку знаходиться за напрямними косинусами

$$\cos(\hat{\bar{v}}, x) = \frac{v_x}{v}; \quad \cos(\hat{\bar{v}}, y) = \frac{v_y}{v}; \quad \cos(\hat{\bar{v}}, z) = \frac{v_z}{v}. \quad (8)$$

При натуральному способі задання руху вираз для швидкості має вигляд:

$$\bar{v} = \dot{s} \cdot \bar{\tau}, \quad (9)$$

де  $\bar{\tau}$  – орт,  $\dot{s} = \frac{ds}{dt} = v_\tau$

Із виразу випливає, що при  $v_\tau > 0$  точка рухається у додатному напрямку, а при  $v_\tau < 0$  – у від'ємному.

### 3. Прискорення точки

Прискоренням точки називається векторна величина, яка характеризує зміну модуля і напрямку швидкості точки за часом.

При векторному способі задання руху, вектор прискорення точки в даний момент часу дорівнює першій похідній від вектора швидкості, або другій похідній від радіуса – вектора точки за часом

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}. \quad (10)$$

У загальному випадку вектор прискорення  $\bar{a}$  лежить у стичній площині і напрямлений у бік угнутості.

При координатному способі задання руху модуль вектора прискорення визначається через його проекції на координатні вісі  $a_x, a_y, a_z$  за формулою

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \quad (11)$$

$$\text{де } a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}. \quad (12)$$

Напрямні косинуси

$$\cos\left(\hat{\bar{a}}, x\right) = \frac{a_x}{a}; \quad \cos\left(\hat{\bar{a}}, y\right) = \frac{a_y}{a}; \quad \cos\left(\hat{\bar{a}}, z\right) = \frac{a_z}{a}. \quad (13)$$

При натуральному способі задання руху, вектор прискорення  $\bar{a}$  дорівнює векторній сумі нормального  $\bar{a}_n$  і дотичного  $\bar{a}_\tau$  прискорень

$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau. \quad (14)$$

Модулі нормального і дотичного прискорень визначаються за формулами:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}, \quad (15)$$

де  $\rho$  – радіус кривизни траєкторії в даній точці;

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (16)$$

Вектор  $\bar{a}_n$  завжди напрямлений у бік угнутості, а вектор  $\bar{a}_\tau$  може бути напрямленим як у додатному, так і від'ємному напрямку в залежності від знака проекції  $a_\tau$ .

Вектор прискорення  $\bar{a}$  зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на складових  $\bar{a}_n$  і  $\bar{a}_\tau$ . Оскільки ці складові взаємно перпендикулярні, то модуль вектора  $\bar{a}$  визначається за формулою

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}. \quad (17)$$

#### 4. Рекомендації до розв'язання задач кінематики точки

При розв'язуванні задач по визначенню закону руху і рівнянь траєкторії, необхідно притримуватися такої послідовності:

1) вибирається система нерухомих координат (декартова, полярна або інша) і початок координат. Бажано, щоб, виходячи з цих умов, розв'язування задачі було простим;

2) за даними умовами задачі складаються рівняння руху точки, тобто знаходиться залежність координат від часу;

3) на основі закону руху знаходиться положення точки в будь-який

момент часу, напрямок руху.

При розв'язуванні задач по визначенню швидкостей і прискорень точки корисно притримуватися наступної послідовності:

- вибрати систему координат;
- скласти рівняння руху точки у вибраній системі координат;
- за рівнянням руху визначити проекції швидкості точки на вісь координат, модуль і напрямок швидкості;
- за проекціями швидкостей визначити проекції прискорень точки на вісі координат, модуль і напрямок прискорення.

### 5. Лабораторна робота «Дослідження кінематики точки шатуна кривошипно-шатунного механізму»

**Мета роботи.** Провести дослідження кінематичних характеристик руху точки шатуна кривошипно-шатунного механізму.

**Об'єкт дослідження.** Кривошип  $OA$  кривошипно-шатунного механізму (рис. 3), який обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$ . Радіус кривошипа  $OA = r$ , довжина шатуна  $AB = L$ , відстань  $MB = l$ .

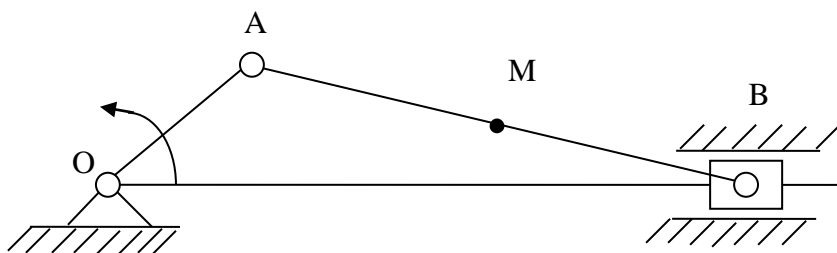


Рисунок 3 – Кривошипно-шатунний механізм

Потрібно:

- 1) знайти рівняння руху точки  $M$  шатуна  $AB$ ;
  - 2) побудувати траєкторію руху точки  $M$ ;
  - 3) визначити проекції та модулі швидкості та прискорення точки  $M$  для 24 положень механізму і побудувати графіки залежностей цих кінематичних характеристик від кута повороту кривошипу  $\varphi$  ( $\varphi = 0 \div 2\pi$ );
  - 4) визначити значення дотичного і нормального прискорень, радіуси кривизни точки  $M$  для 24 положень і побудувати графіки їх залежностей від кута повороту кривошипу  $\varphi$ ;
  - 5) всі розрахунки виконати на ЕОМ.
- Вихідні дані взяти із табл. 1.

## Вказівки для складання рівнянь руху точки $M$

Для складання рівнянь руху точки необхідно зобразити кривошипно-шатунний механізм у довільний момент часу  $t$  і визначити координати точки  $M$  як функції часу  $t$ .

Таблиця 1 – Варіанти задач

Варіант	Кутова швидкість кривошипа $\omega$ , $\text{с}^{-1}$	Довжина кривошипа $OA$ $r$ , см	Довжина шатуна $AB$ $L$ , см	Відношення $MB/AB$ , $\alpha = l/L$
1	$2,4\pi$	0,2	0,64	0,1
2	$2,3\pi$	0,21	0,68	0,13
3	$2,2\pi$	0,22	0,76	0,16
4	$2,1\pi$	0,23	0,82	0,19
5	$2\pi$	0,24	0,88	0,22
6	$1,9\pi$	0,25	0,94	0,25
7	$1,8\pi$	0,26	1	0,28
8	$1,7\pi$	0,27	0,92	0,31
9	$1,6\pi$	0,28	0,98	0,34
10	$1,5\pi$	0,29	0,9	0,37
11	$1,4\pi$	0,30	0,86	0,4
12	$1,3\pi$	0,31	0,94	0,43
13	$1,2\pi$	0,32	1,01	0,47
14	$1,1\pi$	0,33	1,05	0,5
15	$\pi$	0,2	0,6	0,53
16	$0,9\pi$	0,21	0,62	0,56
17	$0,8\pi$	0,22	0,66	0,59
18	$0,7\pi$	0,23	0,68	0,62
19	$0,6\pi$	0,24	0,72	0,65
20	$0,5\pi$	0,25	0,76	0,68
21	$0,4\pi$	0,26	0,84	0,71
22	$0,3\pi$	0,27	1,04	0,74
23	$0,4\pi$	0,28	1,0	0,77
24	$0,5\pi$	0,29	0,98	0,8
25	$0,6\pi$	0,3	0,92	0,83
26	$0,7\pi$	0,22	0,72	0,86
27	$0,8\pi$	0,23	0,74	0,89
28	$0,9\pi$	0,24	0,82	0,92
29	$0,8\pi$	0,25	0,88	0,95
30	$0,7\pi$	0,26	0,94	0,52



## Вказівки до розв'язання задачі на ЕОМ

Всі необхідні розрахунки виконуються за допомогою загально математичного пакета прикладних програм Mathcad (версія 11). З метою спрощення роботи в Mathcad на кафедрі матеріалознавства розроблено файл-шаблон\*, за допомогою якого студент виконує розрахунки.

### 6. Приклад виконання лабораторної роботи

**Об'єкт дослідження.** Кривошип  $OA$  кривошипно-шатуного механізму  $OAB$  (рис. 4), який обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$ . Радіус кривошипа  $OA = r$ , довжина шатуна  $AB = L$ , відстань  $MB = l$ .

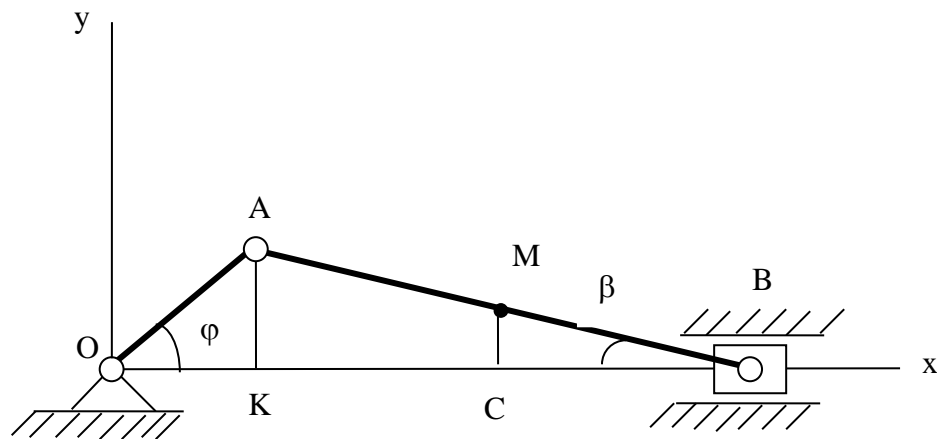


Рисунок 4 – Розрахункова схема кривошипно-шатуного механізму

Дано:  $\omega = \pi/6 \text{ c}^{-1}$ ,  $r = 0,2 \text{ м}$ ,  $L = 0,8 \text{ м}$ ,  $\alpha = 0,4$ .

Необхідно:

- 1) знайти рівняння руху точки  $M$  шатуна  $AB$ ;
- 2) побудувати траєкторію руху точки  $M$ ;
- 3) визначити проекції та модулі швидкості та прискорення точки  $M$  для 24 положень механізму і побудувати графіки залежностей цих кінематичних характеристик від кута повороту кривошипу  $\varphi$  ( $\varphi = 0 \div 2\pi$ );
- 4) визначити значення дотичного і нормального прискорень, радіуси кривизни точки  $M$  для 24 положень і побудувати графіки їх залежностей від кута повороту кривошипу  $\varphi$ ;
- 5) всі розрахунки виконати на ЕОМ.

*Примітка*

\* – у розробці файл-шаблону приймав участь ас. Трубіцин М.М.

## Розв'язання задачі

1. Для складання рівнянь руху точки зображаємо кривошипно-шатунний механізм у довільний момент часу  $t$  (рис. 4). Вибираємо систему координат  $Oxy$  і визначаємо координати точки  $M$  як функції часу  $t$ . Із рис. 4 знаходимо координати  $x, y$  точки  $M$ :

$$x = OK + KC, \quad (18)$$

$$y = MC. \quad (19)$$

$$OK = OA \cos \varphi = r \cos \varphi. \quad (20)$$

$$KC = KB - CB = L \cos \beta - MB \cos \beta = L \cos \beta - \alpha L \cos \beta = L \cos \beta (1 - \alpha). \quad (21)$$

$$MC = MB \sin \beta = \alpha L \sin \beta. \quad (22)$$

Знайдемо залежності між  $\varphi$  й  $\beta$ .

Із рис. 4 видно, що

$$AK = OA \sin \varphi = AB \sin \beta.$$

Звідси

$$r \sin \varphi = L \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{r}{L} \sin \varphi,$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L} \sin \varphi\right)^2}. \quad (23)$$

Підставляємо (20), (21) у (18), а (22), (23) у (19) і отримуємо рівняння руху точки  $M$ :

$$x = r \cdot \cos \varphi + L \cdot (1 - \alpha) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L} \sin \varphi\right)^2}, \quad (24)$$

$$y = \alpha \cdot L \cdot \frac{r}{L} \cdot \sin \varphi = \alpha \cdot r \cdot \sin \varphi. \quad (25)$$

2. Визначаємо швидкість точки  $M$ . При координатному способі задання руху точки модуль швидкості визначається за формулою

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \quad (26)$$

де  $v_x$  – проекція швидкості точки  $M$  на вісь  $Ox$ ;

$v_y$  – проекція швидкості точки  $M$  на вісь  $Oy$ ;

$v$  – модуль швидкості точки  $M$ .

Для визначення  $v_x$  і  $v_y$  застосуємо меню Математика (CalculusToolbar, Derivative) для знаходження перших похідних від відповідних функцій.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -r \cdot \omega \cdot \sin \varphi - (1 - \alpha) \cdot r^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\omega}{L \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L} \sin \varphi\right)^2}}. \quad (27)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \alpha \cdot r \cdot \omega \cdot \cos \varphi. \quad (28)$$

Напрямні косинуси

$$\cos(\bar{v}, x) = \frac{v_x}{v} \Rightarrow (\bar{v}, x) = \arccos \frac{v_x}{v},$$

$$\cos(\bar{v}, y) = \frac{v_y}{v} \Rightarrow (\bar{v}, y) = \arccos \frac{v_y}{v}. \quad (29)$$

3. Визначаємо прискорення точки  $M$ . Модуль прискорення точки  $M$  визначимо за формулою

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2},$$

де  $a_x$  – проекція прискорення точки  $M$  на вісь  $Ox$ ;

$a_y$  – проекція прискорення точки  $M$  на вісь  $Oy$ .

Для визначення  $a_x$  і  $a_y$  застосуємо меню Математика (CalculusToolbar, Derivative) для знаходження других похідних від відповідних функцій.

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = -r \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi - ((1-\alpha) \cdot r^4 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi) / L^3 \cdot (1 - (r^2 / L^2) \cdot \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}} - ((1-\alpha) \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\varphi) / L \cdot (1 - (r^2 / L^2) \cdot \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}. \quad (30)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\alpha \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin \varphi. \quad (31)$$

Напрявні косинуси

$$\cos(\bar{a}, x) = \frac{a_x}{a} \Rightarrow (\bar{a}, x) = \arccos\left(\frac{a_x}{a}\right), \quad (32)$$

$$\cos(\bar{a}, y) = \frac{a_y}{a} \Rightarrow (\bar{a}, y) = \arccos\left(\frac{a_y}{a}\right). \quad (33)$$

Дотичне прискорення точки  $M$   $a_\tau$  визначаємо за формулою

$$a_\tau = \frac{v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y}{v}. \quad (34)$$

Нормальне прискорення точки  $M$   $a_n$  визначатимемо за формулою

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}. \quad (35)$$

Радіус кривизни  $\rho$  дорівнює

$$\rho = \frac{V^2}{a_n}. \quad (36)$$

Всі розрахунки виконуємо за допомогою Mathcad (версія 11).

Mathcad-документ надано на сторінках 13-15.

В кінці Mathcad-документу надається тестовий контроль (Test) для перевірки вірності обчислених кінематичних характеристик, які отримав студент.

## Mathcad-документ

$$\phi(t, \omega) := \omega \cdot t$$

$$x(t, r, \omega, \alpha, L) := r \cdot \cos(\phi(t, \omega)) + (1 - \alpha) \cdot L \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r}{L} \cdot \sin(\phi(t, \omega))\right)^2}$$

$$y(t, r, \omega, \alpha) := \alpha \cdot r \cdot \sin(\phi(t, \omega))$$

$$\frac{d}{dt} x(t, r, \omega, \alpha, L) \rightarrow \frac{\omega \cdot r^2 \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot (\alpha - 1)}{L \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)^2}{L^2}}} - \omega \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$v_x(t, r, \omega, \alpha, L) := -r \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \omega - \frac{1 - \alpha}{L \cdot \left(1 - \frac{r^2}{L^2} \cdot \sin(\omega \cdot t)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot r^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \omega$$

$$\frac{d}{dt} y(t, r, \omega, \alpha) \rightarrow \alpha \cdot \omega \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad v_y(t, r, \omega, \alpha) := \alpha \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \omega$$

$$v(t, r, \omega, \alpha, L) := \sqrt{(v_y(t, r, \omega, \alpha))^2 + (v_x(t, r, \omega, \alpha, L))^2}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t, r, \omega, \alpha, L) \rightarrow \frac{\omega^2 \cdot r^2 \cdot \cos(\omega \cdot t)^2 \cdot (\alpha - 1)}{L \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)^2}{L^2}}} - \omega^2 \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) - \frac{\omega^2 \cdot r^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)^2 \cdot (\alpha - 1)}{L \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)^2}{L^2}}} + \frac{\omega^2 \cdot r^4 \cdot \cos(\omega \cdot t)^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)^2 \cdot (\alpha - 1)}{L^3 \cdot \left(1 - \frac{r^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)^2}{L^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$a_x(t, r, \omega, \alpha, L) := \frac{d^2}{dt^2} x(t, r, \omega, \alpha, L)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} y(t, r, \omega, \alpha) \rightarrow -\alpha \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

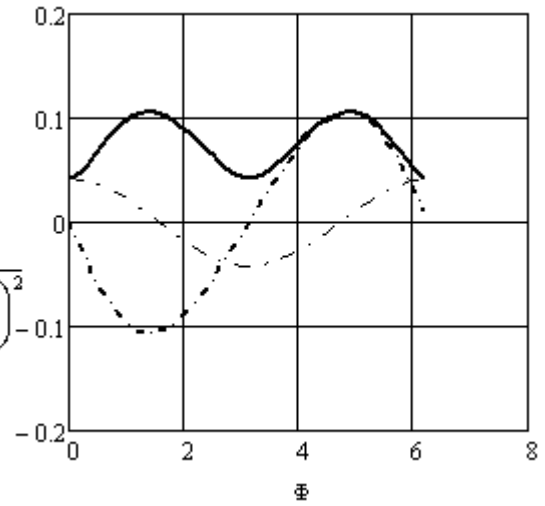
$$a_y(t, r, \omega, \alpha) := \frac{d^2}{dt^2} y(t, r, \omega, \alpha)$$

$$a(t, r, \omega, \alpha, L) := \sqrt{(a_x(t, r, \omega, \alpha, L))^2 + (a_y(t, r, \omega, \alpha))^2}$$

$$\underline{\omega} := 0, 0.1.. 2 \cdot \pi \quad \begin{pmatrix} \omega & \alpha \\ r & L \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \frac{\pi}{6} & 0.4 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

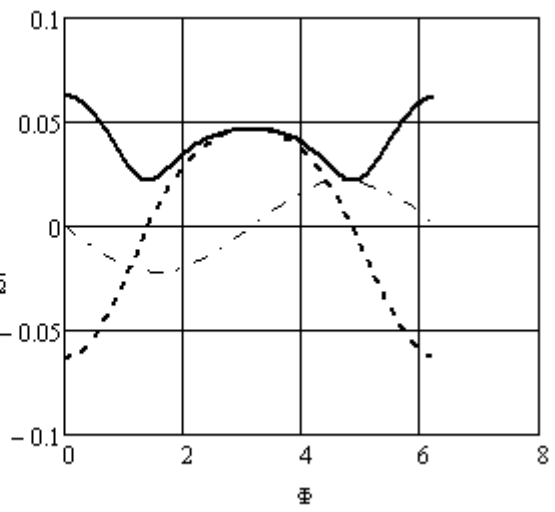
$$\frac{v_y\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha\right)}{v_x\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha, L\right)}$$

$$\sqrt{\left(v_y\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha\right)\right)^2 + \left(v_x\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha, L\right)\right)^2}$$

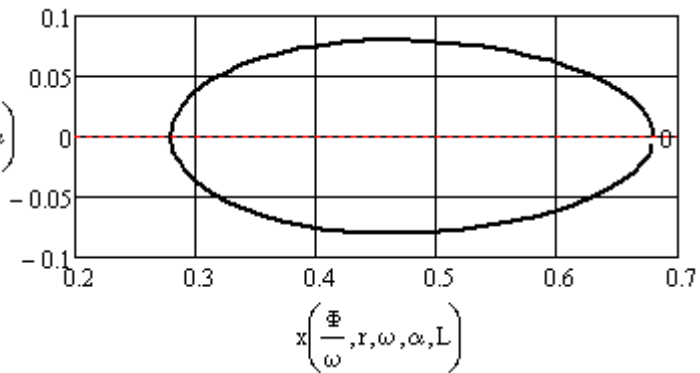


$$\frac{a_y\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha\right)}{a_x\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha, L\right)}$$

$$\sqrt{\left(a_y\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha\right)\right)^2 + \left(a_x\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha, L\right)\right)^2}$$



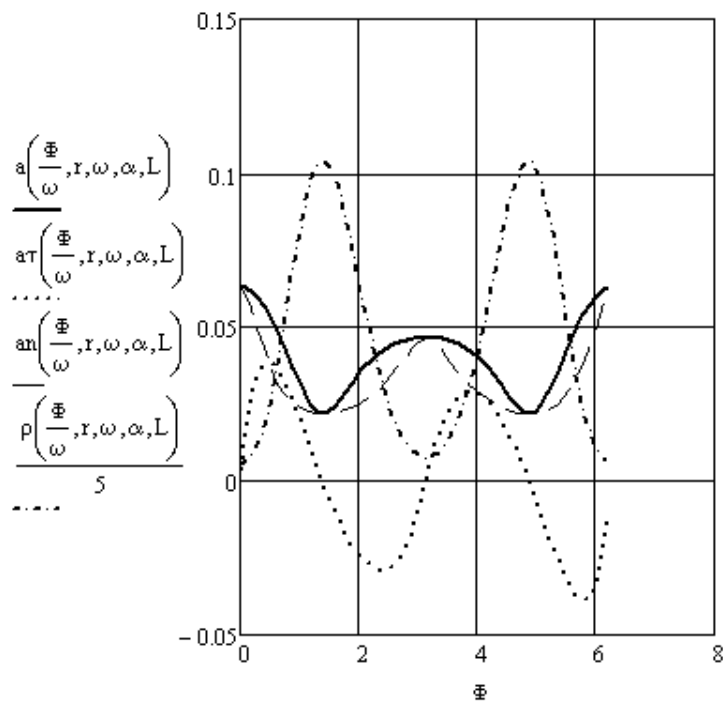
$$\frac{y\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha\right)}{x\left(\frac{\Phi}{\omega}, r, \omega, \alpha, L\right)}$$



$$a_t(t, r, \omega, \alpha, L) := \frac{v_x(t, r, \omega, \alpha, L) \cdot a_x(t, r, \omega, \alpha, L) + v_y(t, r, \omega, \alpha) \cdot a_y(t, r, \omega, \alpha)}{v(t, r, \omega, \alpha, L)}$$

$$a_n(t, r, \omega, \alpha, L) := \sqrt{\left(a(t, r, \omega, \alpha, L)\right)^2 - \left(a_t(t, r, \omega, \alpha, L)\right)^2}$$

$$\rho(t, r, \omega, \alpha, L) := \frac{\left(v(t, r, \omega, \alpha, L)\right)^2}{a_n(t, r, \omega, \alpha, L)}$$



Test

$$\psi := \frac{\pi}{6}$$

$$t := \frac{\psi}{\omega}$$

Speed

$$v_x(t, r, \omega, \alpha, L) = -0.059$$

$$v_y(t, r, \omega, \alpha) = 0.036$$

$$v(t, r, \omega, \alpha, L) = 0.069$$

$$\gamma_1(t, r, \omega, \alpha, L) := \arccos\left(\frac{v_x(t, r, \omega, \alpha, L)}{v(t, r, \omega, \alpha, L)}\right)$$

$$\gamma_1(t, r, \omega, \alpha, L) \frac{180}{\pi} = 148.508$$

$$\gamma_2(t, r, \omega, \alpha, L) := \arccos\left(\frac{v_y(t, r, \omega, \alpha)}{v(t, r, \omega, \alpha, L)}\right)$$

$$\gamma_2(t, r, \omega, \alpha, L) \frac{180}{\pi} = 58.508$$

Acceleration

$$a_x(t, r, \omega, \alpha, L) = -0.052$$

$$a_y(t, r, \omega, \alpha) = -0.011$$

$$a(t, r, \omega, \alpha, L) = 0.053$$

$$\theta_1(t, r, \omega, \alpha, L) := \arccos\left(\frac{a_x(t, r, \omega, \alpha, L)}{a(t, r, \omega, \alpha, L)}\right)$$

$$\theta_1(t, r, \omega, \alpha, L) \frac{180}{\pi} = 168.031$$

$$\theta_2(t, r, \omega, \alpha, L) := \arccos\left(\frac{a_y(t, r, \omega, \alpha)}{a(t, r, \omega, \alpha, L)}\right)$$

$$\theta_2(t, r, \omega, \alpha, L) \frac{180}{\pi} = 101.969$$

Radius

$$\rho(t, r, \omega, \alpha, L) = 0.133$$

## 7. Питання до захисту лабораторної роботи

1. Що називається кінематикою?
2. Назвати способи задання руху точки.
3. Що називається траєкторією точки?
4. В якому випадку можна задати натуральний спосіб задання руху точки?
5. В чому полягає відмінність між дуговою координатою та пройденим

шляхом точки. Коли вони збігаються?

6. Чому дорівнює радіус кривизни траєкторії в точці її перетину?

7. За якими формулами обчислюються швидкості та прискорення точок при векторному, координатному та натуральному способах задання руху точки?

8. Як можна пояснити, що напрямок прискорення точки напрямлений у бік угнутості?

9. За даними лабораторної роботи записати рівняння руху точки шатуна у координатній формі.

10. Визначити швидкість та прискорення точки шатуна у заданому викладачем положенні кривошипно-шатунного механізму і порівняти з рішенням, яке отримано на ЕОМ.

11. Пояснити взаємне розміщення екстремумів функції  $v_x(t)$  і нулів  $a_x(t)$ .

12. Пояснити по виду функції  $a(t)$  характер зміни функції  $v(t)$ .

13. Визначити радіус кривизни траєкторії точки шатуна у заданому викладачем положенні кривошипно-шатунного механізму.

14. Що являють собою траєкторії довільних точок кривошипа і шатуна кривошипно-шатунного механізму?

15. За якою формулою обчислюється пройдений шлях, якщо рух точки задано координатним способом?

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Павловський М.А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.

2. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики: Учебн. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1990. – 607 с.

3. Виноградов Б.В., Немчинов С.І. Теоретична механіка. Практичні заняття. Електронне тестування. Ч.1. – Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ, 2014. – 397 с.

4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учебн. пособие для техн. вузов / Яблонский А.А., Норейко С.С., Вольфсон С.А. и др.; Под ред. А.А.Яблонского. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 367 с.

5. Бертяев В.Д. Теоретическая механика на базе MATHCAD. Практикум. – С.-Пб.: БХВ – Петербург, 2005. – 752 с.

6. Новожилов И.В., Зацепин М.Ф. Типовые расчеты по теоретической механике на базе ЭВМ: Учебн. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 136 с.

7. Методические указания к выполнению компьютерных лабораторных работ по дисциплине «Теоретическая механика» для студентов всех специальностей / Сост. Ю.А. Мушенков, В.Т. Вышинский. – Днепропетровск: НМетАУ, 1999. – 26 с.