

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО РОЗРАХУНКУ СТАНИН ГІДРАВЛІЧНИХ ПРЕСІВ  
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ІІІ–V КУРСІВ  
СПЕЦІАЛЬНОСТІ «ГАЛУЗЕВЕ МАШИНОБУДУВАННЯ»

Затверджено на засіданні  
кафедри матеріалознавства.  
Протокол № 8 від 20.04.16.

Дніпропетровськ УДХТУ 2016

Методичні вказівки до розрахунку станин гідравлічних пресів із застосуванням комп'ютерних технологій для студентів III–V курсів спеціальності «Галузеве машинобудування» / Укл.: С.І. Немчинов, І.І. Начовний, О.В. Христенко. – Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ, 2016. – 44 с.

Укладачі: С.І. Немчинов, канд. техн. наук  
І.І. Начовний, канд. техн. наук  
О.В. Христенко

Відповідальний за випуск О.Б. Гірін, д-р техн. наук

#### Навчальне видання

Методичні вказівки до розрахунку станин гідравлічних пресів із застосуванням комп'ютерних технологій для студентів III–V курсів спеціальності «Галузеве машинобудування»

Укладачі: НЕМЧИНОВ Сергій Ілліч  
НАЧОВНИЙ Ілля Іванович  
ХРИСТЕНКО Олександр Володимирович

Коректор Л.Я. Гоцуцова  
Комп'ютерна верстка Л.Я. Гоцуцова

Підписано до друку 06.06.16. Формат 60×84 1/16. Папір ксерокс. Друк різогр. Умов.-друк. арк. 2,1. Облік.-вид. арк. 2,05. Тираж 100 прим. Замов. № 194. Свідоцтво ДК № 5026 від 16.12.2015.

ДВНЗ УДХТУ, 49005, Дніпропетровськ-5, просп. Гагаріна, 8.

Редакційно-видавничий комплекс

# 1 МЕТОД СИЛ

## 1.1 Загальні теоретичні відомості

Статично невизначуваними називаються системи, в яких кількість невідомих перевищує кількість незалежних рівнянь рівноваги. Отже, статично невизначувана система має деяку кількість «зайвих» в'язей. Термін «зайва» в'язь слід розуміти як «надлишкова» в'язь, а не як «непотрібна» в'язь.

Статично невизначувані системи складають важливий клас серед геометрично незмінних стержневих систем і широко застосовуються в багатьох галузях сучасної техніки.

Наявність «зайвих» в'язей забезпечує більшу жорсткість стержневої системи та перерозподіл внутрішніх зусиль між її елементами, тому руйнування однієї чи декількох із в'язей не спричинює руйнування конструкції в цілому.

Рамою називається стержнева система, що складається з прямолінійних стержнів, які поєднуються між собою у вузлах, причому принаймні деякі з вузлів є жорсткими. Жорсткий вузол характеризується тим, що кут між осями стержнів, що його утворюють, не змінюється при дії навантаження.

Вертикальні стержні або такі, що наближаються до вертикальних, називаються стояками, горизонтальні стержні або майже горизонтальні – ригелями (рис. 1).

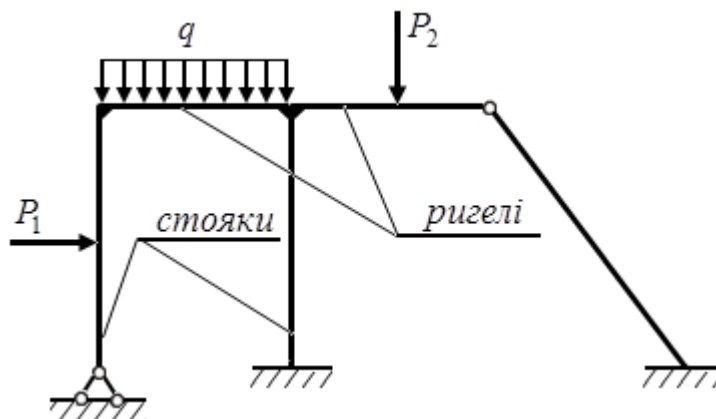


Рисунок 1 – Статично невизначувана рама

Метод сил є універсальним методом розрахунку статично невизначуваних систем. Його назва походить від того, що в якості основних невідомих використовуються деякі зовнішні або внутрішні зусилля.

**Ступінь статичної невизначуваності.** Ступенем статичної невизначуваності стержневої системи називається число «зайвих» в'язей, усунення яких перетворює статично невизначувану систему в статичну визначувану і геометрично незмінну систему.

Зображена на рис. 2 прямокутна замкнена рама є тричі статично невизначуваною, оскільки для її перетворення в статично визначувану необхідно, наприклад, перерізати один з її елементів та тим самим усунути три «зайві» внутрішні в'язі.

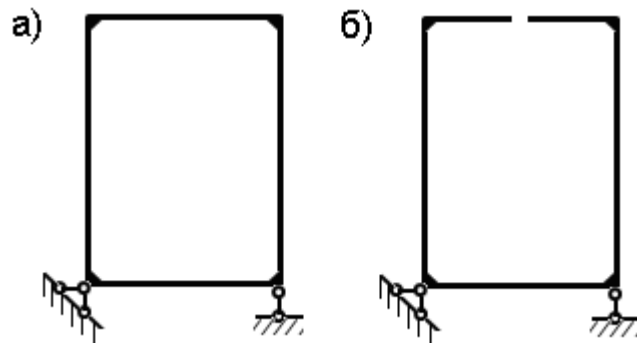


Рисунок 2 – Статично невизначувана і статично визначувана рами:  
а – статично невизначувана рама, б – статично визначувана рама

Для обчислення ступеня статичної невизначуваності рам, що мають замкнені контури, використовують формулу

$$n = 3K - III, \quad (1.1)$$

де  $K$  – кількість замкнених контурів рами;

$III$  – загальна кількість простих шарнірів, які входять в замкнені контури (разом з опорними та шарнірами, що входять до кінематичних в'язей).

Слід зауважити, що один простий шарнір поєднує два диски. Шарнір, що поєднує  $m$  дисків, еквівалентний  $m-1$  простим шарнірам. Шарнірно нерухому опору можна розглядати як один простий шарнір, а шарнірно рухому – як два простих шарніри.

Після визначення кількості «зайвих» в'язей (ступеня статичної невизначуваності) обирається основна система методу сил.

**Основна система методу сил.** *Основна система утворюється із заданої стержневої системи шляхом зняття навантаження і вилучення «зайвих» в'язей.*

Основна система методу сил має бути:

- геометрично незмінною;
- статично визначуваною.

*Вибір основної системи методу сил не є однозначним. З багатьох можливих варіантів основної системи для розрахунку обирається той, який забезпечує найменшу трудомісткість обчислень, пов'язаних з визначенням невідомих методу сил.*

Зазвичай в статично невизначуваних системах в'язі поділяють на абсолютно необхідні та умовно «зайві». Абсолютно необхідними

називаються в'язі, усунення яких перетворює раму в геометрично змінювану систему. Вилучення абсолютно необхідних в'язей при побудові основної системи методу сил недопустимо. Умовно «зайвими» називаються в'язі, вилученні яких не порушує геометричної незмінюваності рами.

Основними способами усунення в'язей є:

- вилучення опорних в'язей;
- врізання шарніра;
- розрізування стержня.

Слід мати на увазі, що вилучення одного стержня з шарнірами на кінцях еквівалентне вилученню однієї кінематичної в'язі. Врізання одного простого шарніра також еквівалентне вилученню однієї простої в'язі. Наскрізний переріз стержня еквівалентний видаленню трьох кінематичних в'язей.

**Еквівалентна система методу сил.** *Еквівалентна система утворюється шляхом навантаження основної системи зовнішніми силами і зусиллями усунених в'язей.* Невідомі силові фактори методу сил позначаються символом  $X_i$ , де  $i$  – номер невідомого.

За невідомі в методі сил приймають реакції у «зайвих» в'язях. Це можуть бути як реакції у зовнішніх в'язях (реактивні сили або моменти), так і у внутрішніх в'язях (внутрішні зусилля, що виникають при розрізі стержня, усунення шарніра).

Якщо основна система була утворена шляхом наскрізного перерізу «зайвих» в'язей, то рівні та протилежні друг до другу сили й моменти прикладаються як до правої, так і до лівої частини розрізаної системи в місцях перерізу.

Отже, для кожної основної системи може бути побудована лише одна еквівалентна система. При цьому напружено-деформований стан для еквівалентної і заданої систем має бути однаковим, тобто в них мають виникати однакові внутрішні зусилля, напруження, деформації, переміщення.

**Канонічні рівняння методу сил.** Додаткові рівняння переміщень, які дозволяють розкрити статичну невизначуваність системи, зручно складати в так званій канонічній формі, тобто за певною закономірністю.

У загальному випадку для  $n$  раз статично невизначуваної рами система канонічних рівнянь складається з  $n$  рівнянь

$$\begin{aligned}
 &\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \dots + \delta_{1k}X_k + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1P} = 0; \\
 &\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \dots + \delta_{2k}X_k + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2P} = 0; \\
 &\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \dots + \delta_{3k}X_k + \dots + \delta_{3n}X_n + \Delta_{3P} = 0; \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\delta_{i1}X_1 + \delta_{i2}X_2 + \delta_{i3}X_3 + \dots + \delta_{ik}X_k + \dots + \delta_{in}X_n + \Delta_{iP} = 0; \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \delta_{n3}X_3 + \dots + \delta_{nk}X_k + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{nP} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

Канонічні рівняння методу сил за фізичною суттю є умови сумісності деформацій. Кожне з цих рівнянь виражає умову відсутності переміщень у напрямку вилученої  $i$ -тої в'язі (у напрямку невідомого  $X_i$ ) від дії усіх невідомих  $i$  прикладеного навантаження, так як в заданій системі по кожному з цих напрямків переміщення дорівнює нулю.

Рівняння (1.2) не залежать від вигляду, навантаження та обраної основної системи, від характеру основних невідомих. Вони мають стандартний (канонічний) вигляд:

– кількість рівнянь, як і кількість невідомих  $X$  в кожному рівнянні, дорівнює числу вилучених в'язей, тобто дорівнює ступеню статичної невизначуваності  $n$  заданої системи;

– коефіцієнти при невідомих являють собою переміщення, спричинені одиничними силами або моментами, що діють за напрямками відкинутих в'язей;

– коефіцієнт  $\delta_{ik}$  – це переміщення в напрямку  $i$ -ї «зайвої» в'язі (в напрямку  $X_i$ ) від дії одиничної сили  $\bar{X}_k = 1$ ;

– у кожному рівнянні є вільний член  $\Delta_{iP}$ , який являє собою переміщення в напрямку  $i$ -ї «зайвої» в'язі (в напрямку  $X_i$ ) від дії заданого навантаження;

– коефіцієнти  $\delta_{ii}$ , що розташовані на головній діагоналі системи рівнянь, суттєво додатні та їх називають головними;

– коефіцієнти  $\delta_{ik} = \delta_{ki}$  (відповідно до теореми Максвелла), які симетричні відносно головної діагоналі, можуть бути додатними, від'ємними й нульовими (їх називають побічними).

**Визначення коефіцієнтів при невідомих і вільних членів канонічних рівнянь.** Оскільки коефіцієнти при невідомих і вільні члени канонічних рівнянь являють собою переміщення, то їх можна обчислити за допомогою інтеграла Мора. Для рамних систем, як для систем, що переважно працюють на згинання, в формулі переміщень можна нехтувати впливом поперечних та поздовжніх сил і залишити тільки член, який залежить від згинальних моментів. Формули для визначення коефіцієнтів  $\delta_{ik}$  та  $\Delta_{iP}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) мають вигляд:

$$\delta_{ik} = \sum_{j=1}^m \int_L \frac{\bar{M}_i \cdot \bar{M}_k}{EI} dx, \quad \Delta_{iP} = \sum_{j=1}^m \int_L \frac{\bar{M}_i \cdot M_P}{EI} dx, \quad (i, k = 1, 2, \dots, n), \quad (1.3)$$

де  $\bar{M}_i$  та  $\bar{M}_k$  – згинальні моменти в елементах основної системи від дії сил  $\bar{X}_i = 1$  та  $\bar{X}_k = 1$ , відповідно;

$M_P$  – згинальні моменти в елементах основної системи від дії заданого навантаження;

$j$  – номер ділянки інтегрування ( $j = 1, 2, \dots, m$ ).

Для обчислення коефіцієнтів  $\delta_{ik}$  та вільних членів  $\Delta_{iP}$  системи канонічних рівнянь необхідно попередньо побудувати епюри згинальних моментів  $\bar{M}_1, \bar{M}_2, \bar{M}_3, \dots, \bar{M}_n$  від дії одиничних навантажень  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_n$ , напрямки яких мають співпадати з напрямками невідомих методу сил, та епюру  $M_P$  від заданого навантаження.

Після визначення коефіцієнтів при невідомих і вільних членів канонічних рівнянь необхідно виконати перевірку правильності обчислення цих величин.

**Епюри внутрішніх зусиль.** Після розв'язання системи канонічних рівнянь методу сил у вигляді (1.2) та знаходження «зайвих» невідомих  $X_i$  будуються сумарні епюри внутрішніх зусиль  $M_S, Q_S, N_S$ . Значення сумарних згинальних моментів в характерних перерізах обчислюються із застосуванням принципу незалежності дії сил за формулою

$$M_S = M_P + \sum_{i=1}^n \bar{M}_i X_i. \quad (1.4)$$

За отриманими значеннями згинальних моментів в характерних перерізах будується сумарна епюра згинальних моментів  $M_S$ .

Епюра згинальних моментів  $M_S$  застосовується для побудови епюри поперечних сил  $Q_S$  і є основною для перевірки міцності елементів системи. Тому після побудови сумарної епюри згинальних моментів необхідно провести контроль її вірності – виконати статичну і деформаційну (кінематичну) перевірки. *Статична перевірка епюри згинальних моментів являє собою перевірку рівноваги усіх вузлів стержневої системи. Якщо епюра побудована вірно, то сума моментів в будь-якому вирізаному вузлі має дорівнювати нулю.*

*Кінематична (деформаційна) перевірка полягає у визначенні заздалегідь відомих переміщень у заданій системі – наприклад, переміщення нерухомої опори у вертикальному напрямку дорівнює нулю. Для визначення переміщення застосуємо формулу Мора-Сімпсона:*

$$\Delta_{kS} = \sum_{j=1}^m \int_L \frac{\bar{M}_k \cdot M_S}{EI} dx, \quad (1.5)$$

де  $\Delta_{kS}$  – переміщення в заданій статично невизначуваній рамі в напрямку  $k$ -ї в'язі;

$M_S$  – сумарні згинальні моменти в заданій рамі;

$j$  – номер ділянки інтегрування ( $j = 1, 2, \dots, m$ ).

Для побудови епюри  $\bar{M}_k$  необхідно обрати новий основний стан для заданої системи, побудувати одиничний допоміжний стан, який

завантажується узагальненою одиничною силою в напрямку усуненої  $k$ -ї в'язі (при цьому  $k$ -та в'язь має бути серед вилучених  $n$  умовно «зайвих» в'язей).

Для перевірки усіх ділянок епюри  $M_S$  необхідно визначати такі переміщення в заданій рамі і вибирати такі варіанти основних систем, при яких епюра  $\bar{M}_k$  була б на усіх стержнях рами. Часто для виконання цієї

вимоги використовують епюру  $\bar{M}_\Sigma = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i$ .

При виконанні кінематичної перевірки похибка, як правило, не повинна перевищувати кількох відсотків.

Поперечні сили в характерних перерізах можна знайти шляхом послідовного вирізання окремих прямолінійних стержнів із заданої системи, використовуючи вже побудовану сумарну епюру згинальних моментів  $M_S$ . При цьому обчислення поперечних сил на ділянках стержнів здійснюються за наступною формулою

$$Q_{\frac{\text{лів}}{\text{прав}}} = \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лів}}}{l} \pm \frac{q \cdot l}{2}, \quad (1.6)$$

де  $M_{\text{прав}}, M_{\text{лів}}$  – значення згинальних моментів відповідно на правому й лівому кінцях ділянки (беруться з епюри  $M_S$ );

$q$  – інтенсивність рівномірно розподіленого навантаження;

$l$  – довжина ділянки.

Нагадаємо:

– стержень орієнтується так, як він був зорієнтований при визначенні знаків моментів (додатні моменти розташовані зверху);

– значення згинальних моментів беруться з урахування їхніх знаків;

– знаки «+» і «-» перед другим доданком відповідають розташуванням індексів «лів» і «прав» поперечної сили для розподіленого навантаження, яке спрямоване донизу.

Якщо на ділянці розподілене навантаження відсутнє ( $q = 0$ ), то поперечна сила постійна по довжині ділянки і дорівнює

$$Q = \frac{M_{\text{прав}} - M_{\text{лів}}}{l}. \quad (1.7)$$

За отриманими значеннями поперечних сил в характерних перерізах будується епюра  $Q_S$ .

Побудова епюри поздовжніх сил  $N_S$  здійснюється на основі епюри поперечних сил  $Q_S$  шляхом послідовного вирізання окремих вузлів рами і розгляду їх рівноваги. Визначення поздовжніх сил слід починати в одному з вузлів, де збігаються не більше двох елементів. Для цього до перерізів



вирізаного вузла разом з вузловими поздовжніми силами прикладаються обчислені поперечні сили з урахуванням їх знака. Поперечні сили прикладають так, щоб додатні сили намагалися обертати вузол за годинниковою стрілкою, а від'ємні – проти.

За отриманими значеннями поздовжніх зусиль в характерних перерізах будується еюра  $N_S$ .

*Зазначимо, що в статично невизначуваній стержневій системі найбільші внутрішні зусилля, як правило, значно менші, ніж зусилля у відповідній статично визначуваній системі.*

*Також слід звернути увагу на те, що величини зусиль, що виникають в статично невизначуваних стержневих системах, залежать не тільки від навантаження і положення перерізу, але й від розмірів та жорсткостей усіх стержнів, що входять в систему.*

## 1.2 Матрична форма розрахунку статично невизначуваних стержневих систем методом сил

Для розрахунку статично невизначуваних стержневих систем, що мають великий ступінь статичної невизначуваності та велику кількість ділянок з навантаженням, доцільно застосовувати матричну форму. Це дозволяє не тільки формалізувати процес визначення внутрішніх силових факторів, але й ефективно застосовувати електронні обчислювальні машини (ЕОМ) для розв'язування систем канонічних рівнянь, обчислення ординат епюр згинальних моментів та поперечних сил.

Канонічні рівняння методу сил (1.2) в матричній формі мають вигляд

$$A_{\delta} \cdot \vec{X} + \vec{\Delta}_P = 0, \quad (1.8)$$

де  $A_{\delta}$  – матриця коефіцієнтів системи канонічних рівнянь (матриця одиничних переміщень);

$\vec{X}$  – вектор невідомих зусиль;

$\vec{\Delta}_P$  – вектор вільних членів (вектор вантажних переміщень).

$$A_{\delta} = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \dots & \delta_{2n} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \dots & \delta_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \delta_{n3} & \dots & \delta_{nn} \end{pmatrix}; \quad \vec{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \dots \\ X_n \end{pmatrix}; \quad \vec{\Delta}_P = \begin{pmatrix} \Delta_{1P} \\ \Delta_{2P} \\ \Delta_{3P} \\ \dots \\ \Delta_{nP} \end{pmatrix}.$$

Матрицю коефіцієнтів  $A_{\delta}$  можна представити у вигляді

$$A_{\delta} = \bar{M}^T \cdot B \cdot \bar{M}, \quad (1.9)$$

де  $\bar{M}$  – матриця, складена з ординат одиничних епюр згинальних моментів;  
 $\bar{M}^T$  – транспонована матриця  $\bar{M}$ ;  
 $B$  – матриця піддатливості (діагональна блочна матриця піддатливості).

Вектор вільних членів можна визначити за допомогою матричного рівняння

$$\bar{\Delta}_p = \bar{M}^T \cdot B \cdot \bar{M}_p, \quad (1.10)$$

де  $\bar{M}^T$  – транспонована матриця  $\bar{M}$ ;

$B$  – матриця піддатливості;

$\bar{M}_p$  – матриця (вектор) від навантаження, яка складена з ординат вантажної епюри.

Матриця піддатливості має вигляд

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & B_j & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & B_m \end{bmatrix}. \quad (1.11)$$

При формуванні матриць система розбивається на окремі ділянки, в межах яких всі побудовані епюри (одиничні та вантажна) не мають розривів та зламів. У випадку, коли всі епюри на відповідній ділянці є лінійними, в матриці  $\bar{M}$  і  $\bar{M}_p$  заносяться значення згинальних моментів на початку та в кінці ділянки. Якщо одна з епюр на ділянці має форму параболи, то в матриці заносяться по три значення моментів – на початку, в середині та в кінці ділянки. Матриця  $B$  формується як блочно-діагональна. Її діагональними елементами є матриці, що складені для окремих ділянок. Решта елементів дорівнюють нулю. У випадку, коли жорсткість на згинання по довжині  $j$ -ї ділянки стала, матриці піддатливості мають вигляд:

$$B_j = \frac{l_j}{6(EI)_j} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (для ділянки з криволінійною епюрою),} \quad (1.12)$$

$$B_j = \frac{l_j}{6(EI)_j} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ ( для ділянки з прямолінійною епюрою).} \quad (1.13)$$

В матрицях (1.11), (1.12), (1.13) застосовані наступні позначення:  $m$  – кількість ділянок системи;  $l_j$  – довжина  $j$ -ї ділянки;  $(EI)_j$  – жорсткість стержня  $j$ -ї ділянки.

Розв'язок матричного рівняння (1.8) має вигляд

$$\vec{X} = -A_\delta^{-1} \cdot \vec{\Delta}_P, \quad (1.14)$$

де  $A_\delta^{-1}$  – матриця, обернена до матриці  $A_\delta$ .

Після підстановки виразів  $\vec{\Delta}_P$  із (1.10) і  $A_\delta$  в (1.9) в рівняння (1.14) отримаємо вектор невідомих

$$\vec{X} = -(\overline{M}^T \cdot B \cdot \overline{M})^{-1} \cdot \overline{M}^T \cdot B \cdot \vec{M}_P. \quad (1.15)$$

На основі принципу незалежності дії сил сумарні згинальні моменти в характерних перерізах заданої системи визначаються за формулою (1.4), яка в матричній формі має вигляд

$$\vec{M}_S = \vec{M}_P + \overline{M} \cdot \vec{X}. \quad (1.16)$$

Після підстановки виразу  $\vec{X}$  із (1.15) в матричну формулу (1.16) отримаємо

$$\vec{M}_S = \vec{M}_P - \overline{M} \cdot (\overline{M}^T \cdot B \cdot \overline{M})^{-1} \cdot \overline{M}^T \cdot B \cdot \vec{M}_P. \quad (1.17)$$

Вираз (1.17) є алгоритмом розрахунку статично невизначуваної системи методом сил в матричній формі. Для реалізації на ЕОМ необхідно скласти три вихідні матриці:  $\overline{M}$ ,  $B$ ,  $\vec{M}_P$ .

Деформаційна перевірка виконується за формулою

$$\overline{M}_i^T \cdot B \cdot \vec{M}_S = 0. \quad (1.18)$$

Поперечні сили визначаються за методом вирізання стержнів. Для їх обчислення необхідно сформулювати допоміжну квазідіагональну матрицю

$$C = \begin{pmatrix} C_1 & & & \\ & C_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & C_s \end{pmatrix},$$

де на головній діагоналі стоять підматриці

$$C_j = \frac{1}{l_j} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

які записані для кожної  $j$ -ї ділянки ( $j = 1, 2, \dots, m$ ). Тоді матриця поперечних сил  $Q_S$  обчислюється за матричною формулою

$$Q_S = C \cdot M + 0,5 \cdot L, \quad (1.19)$$

де  $L^T = (-q_1 l_1 \quad 0 \quad q_1 l_1 \quad -q_2 l_2 \quad 0 \quad q_2 l_2 \quad \dots \quad -q_m l_m \quad 0 \quad q_m l_m)$ .

### 1.3 Алгоритм розв'язання статично невизначуваних систем методом сил в матричній формі із застосуванням ЕОМ

1. Визначаємо ступінь статичної невизначуваності заданої стержневої системи.

2. Обираємо основну систему методу сил.

3. Будуємо еквівалентну систему.

4. Записуємо систему канонічних рівнянь методу сил.

5. Розбиваємо задану стержневу систему на ділянки і нумеруємо їх, обираємо точку спостереження (поліус), вказуємо систему знаків ординат епюру на кожній ділянці, проводимо характерні перерізи (в початку, посередині та в кінці) на кожній ділянці і нумеруємо їх.

6. Будуємо вантажний стан і епюру вантажних моментів  $M_P$  для нього.

7. Будуємо одиничні допоміжні стани і епюри одиничних моментів  $\bar{M}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) для них.

8. Для кінематичної (деформаційної) перевірки обираємо новий основний стан, будуємо одиничний допоміжний стан і епюру одиничних моментів  $\bar{M}_{i+1}$  для нього. Для кінематичної перевірки можна взяти епюру

одиничних моментів  $\bar{M}_\Sigma = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i$ .

9. Складаємо матриці-стовпці інтенсивностей розподілених

навантажень (інтенсивність вважається від'ємною, якщо при орієнтації ділянки зліва направо розподілене навантаження напрямлено вниз), довжин ділянок, відносних жорсткостей на всіх ділянках.

10. Складаємо матрицю одиничних моментів (складається з епюр  $\bar{M}_i$  і  $\bar{M}_{i+1}$ ).

11. Складаємо матрицю-стовпець вантажних моментів  $M_p$ .

12. Вводимо складені матриці в указаній послідовності в ЕОМ.

13. Розв'язання задачі здійснюється за допомогою комп'ютерної програми МС системи РСНС\*.

14. Результати розрахунку: значення невідомих, матриці згинальних моментів  $M_S$ , поперечних сил  $Q_S$ , інформація про точність розрахунку. Результати розрахунку можуть бути збережені на жорсткому диску, зовнішніх носіях інформації (CD-, DVD-диски, флеш-накопичувачі тощо) або надруковані.

15. Методом вирізання вузлів визначаємо значення поздовжніх зусиль в характерних перерізах і будуємо епюру  $N_S$ .

\* Система РСНС створена студентом групи 5-ІС Немчиновим Є.С. і являє собою комплекс комп'ютерних програм для розв'язання задач опору матеріалів та будівельної механіки методами сил, переміщень і скінчених елементів; дослідження напружено-деформованого стану та проектування складних елементів машин.

## 2 КОНСТРУКТИВНІ ОСОБЛИВОСТІ ГІДРАВЛІЧНИХ ПРЕСІВ

### 2.1 Будова та особливості гідравлічних пресів

Гідравлічні преси – це машини, що призначені для формування виробів з прес-матеріалів шляхом прикладання тиску. Гідравлічні преси мають суттєві переваги перед іншими пресами: прості в керуванні, економічні, безшумні, мають відносно невеликі габарити при значній потужності. Ці преси є найбільш поширеним пресовим обладнанням.

За напрямком дії зусилля пресування гідравлічні преси поділяються на вертикальні, горизонтальні та кутові. Найбільш розповсюджені – вертикальні преси, які, у свою чергу, класифікуються за розміщенням робочого циліндра – на преси з верхнім і нижнім циліндрами.

Зазвичай конструкція гідравлічного пресу включає в себе наступні основні механізми та деталі: станина; циліндри (робочий, зворотний, виштовхувальний) з плунжерами або поршнями; рухома та нерухома поперечки; гідроагрегат, що складається з насосів, трубопроводів і розподільників потоку рідин.

У залежності від конструкції станини преси поділяються на колонні, рамні та щелепні.

Колонний прес з верхнім розміщенням робочого циліндра (рис. 3, а) складається з верхньої (архітрава) 3 та нижньої (стіл) 10 нерухомих поперечок, які з'єднані гайками 4 з чотирма колонами 7, що одночасно виконують функції напрямних для рухомої поперечки 6. На верхній поперечці змонтовано робочий циліндр 1, а зворотні циліндри 8 закріплені в бічних приливах нижньої поперечки 10. Плунжери зворотних циліндрів 5 з'єднані з рухомою поперечкою 6. Така конструкція забезпечує силовий робочий і зворотний холостий ходи рухомої поперечки при попереминому поданні рідини в робочий та зворотні циліндри. Виштовхування виробу з прес-форми здійснюється гідроциліндром виштовхувача 9. Колонні преси забезпечують зручний доступ до прес-форми, але мають значні габарити та металоємність, а також малу жорсткість.

Ці недоліки усуваються в пресах рамної конструкції (рис. 3, б), які мають зварну раму 11. У верхній частині рами жорстко закріплено робочий гідроциліндр 18 з диференціальним поршнем 19 подвійної дії, себто робочий та зворотний ходи поршня здійснюються за умови подання робочої рідини у верхню поршневу або нижню штокову порожнину робочого циліндра. Повзун 16 здійснює рух вздовж напрямних 15 під дією з'єданого з ним штока 20. У нижній частині рами розміщено стіл 14 і виштовхувач готових виробів 12. Обмеження ходу повзуна 16 забезпечують вимикачі 13.

Станина служить для монтажу та фіксації в заданих положеннях всіх механізмів преса і є замикаючою ланкою, яка сприймає номінальне зусилля преса. Станина має бути достатньо міцною та жорсткою, щоб забезпечити

необхідну точність взаємного розташування механізмів преса і відносного положення інструменту й оброблюваного об'єкту при роботі преса.

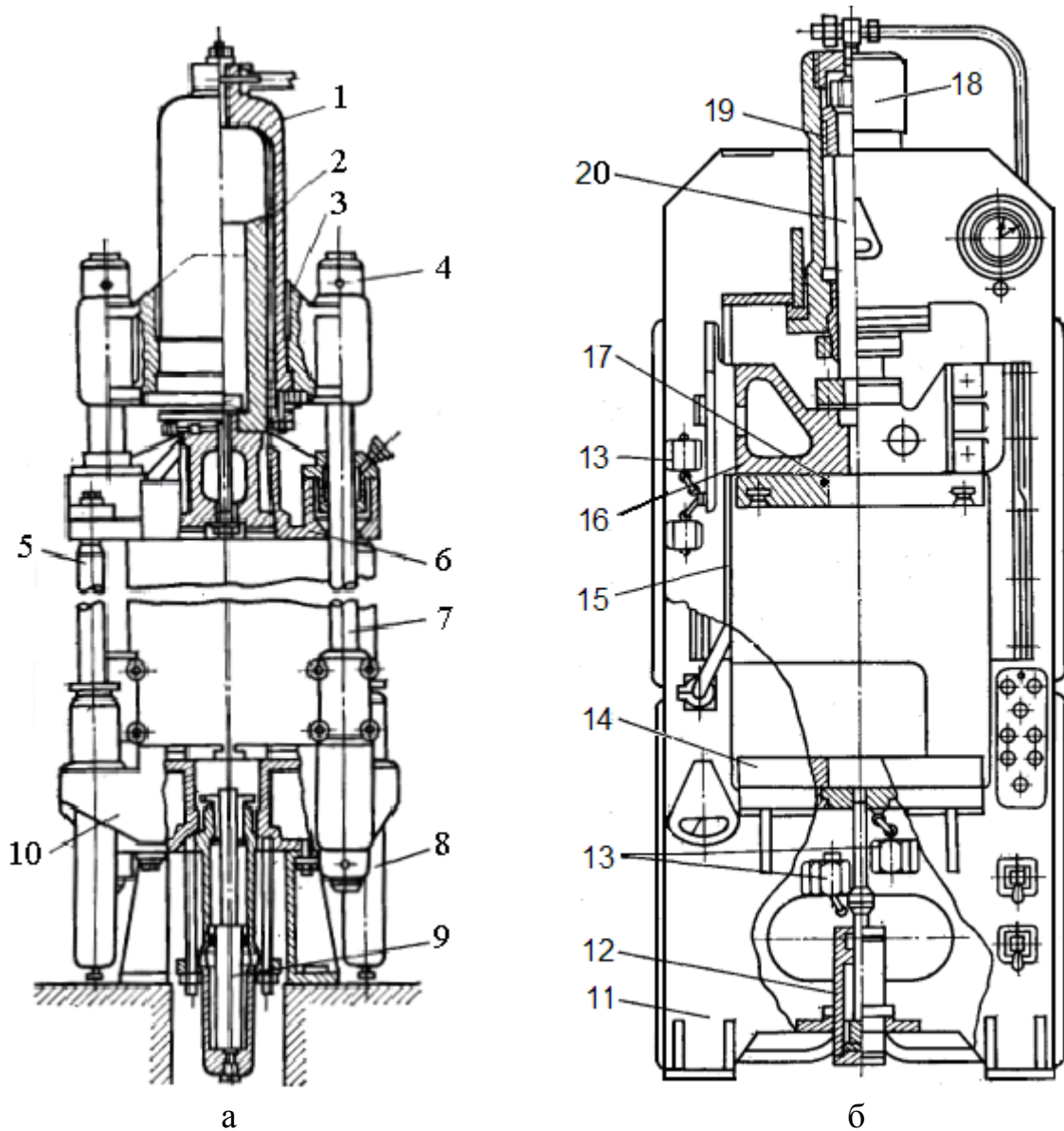


Рисунок 3 – Гідравлічні преси з вертикальним розміщенням робочого циліндра:  
 а – гідравлічний колонний прес; б – гідравлічний прес рамної конструкції; 1 – робочий гідроциліндр, 2 – плунжер; 3 – верхня нерухома поперечина (архітрав); 4 – гайка; 5 – шток зворотного циліндра; 6 – рухома поперечина; 7 – колона; 8 – зворотний циліндр; 9 – гідроциліндр виштовхувача; 10 – нижня нерухома поперечина (стіл); 11 – рама; 12 – виштовхувач; 13 – кінцеві вимикачі; 14 – стіл; 15 – напрямні; 16 – повзун; 17 – плита; 18 – робочий гідроциліндр; 19 – поршень робочого циліндра; 20 – шток

Слід зауважити:

- 1) станини сприймають зусилля преса, а на фундамент передається сила ваги преса;
- 2) місця прикладення, величини сил та моментів, що діють на станину

преса, залежать від конструкції, ретельності виготовлення та складання преса, а також правильності встановлення прес-форм.

Основні параметри гідравлічних пресів для пластмас стандартизовані та надані в ГОСТ 8200-80.

## 2.2 Розрахункова схема станини преса

З розрахункової точки зору 4-х колонна або двохстоячна станина являють собою тричі статично невизначені рами. Точний розрахунок таких систем досить складний. З метою спрощення розрахунків приймаються наступні припущення:

- 1) станина являє собою замкнену статично невизначену плоску раму, навантажену прикладеними силами та моментами;
- 2) колони мають жорстке кріплення у верхній та нижній поперечках;
- 3) номінальне зусилля пресування  $P$  від циліндра, що має фланцеве кріплення до верхньої поперечки, передається у вигляді двох сил, які прикладені в центрах ваги кожного з напівфланців (рис. 4). Відстань  $b$  між центрами ваги напівфланців обчислюється за формулою

$$b = \frac{4(r_2^3 - r_1^3)}{3\pi(r_2^2 - r_1^2)}, \quad (2.1)$$

де  $r_2 = D_2/2$ ,  $r_1 = D_1/2$  – зовнішній та внутрішній радіуси.

У випадку опори циліндра на дно зусилля  $P$ , що передається циліндром на нерухому поперечку і плунжером на рухому плиту можна вважати зосередженим у центрі або рівномірно розподіленим. Зусилля на столі преса (нижня поперечка) може бути розподіленим (пресування шарових пластиків) або зосередженим при пресування в прес-формі з накладними планками;

4) зусилля на нижню поперечку передається у вигляді рівномірно розподіленого навантаження по довжині, що дорівнює  $2/3$  відстані між центрами колон;

5) верхня та нижня поперечки замінюються брусами з постійним моментом інерції по довжині.

6) жорсткістю плит, що монтуються на столі преса, нехтують;

7) температурними напруженнями, що можуть виникнути за рахунок контакту з обігрівальними прес-формами, можна нехтувати.

Розрахункова схема станини одноциліндрового колонного гідравлічного преса надана на рис. 5.



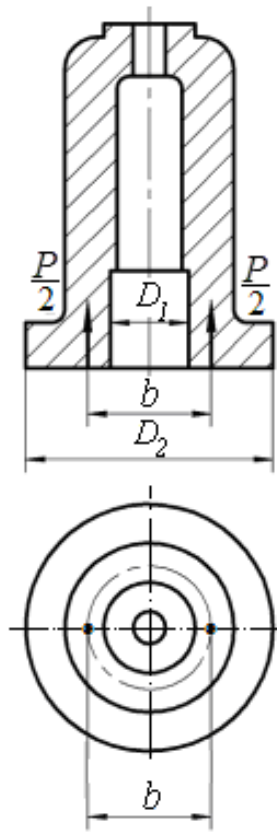


Рисунок 4 – Схема передачі номінального зусилля від циліндра, що має фланцеве кріплення, до верхньої поперечки

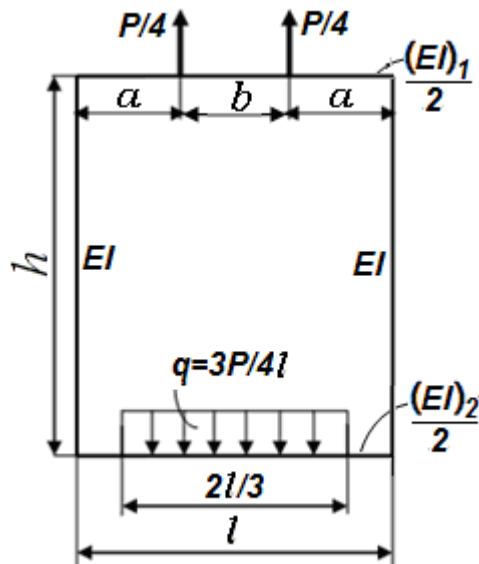


Рисунок 5 – Розрахункова схема станини колонного гідравлічного преса

## 3 ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ СТАНИН ГІДРАВЛІЧНИХ ПРЕСІВ

### 3.1 Розрахунок станини колонного преса

**Приклад 1.** Визначити внутрішні зусилля в елементах колонного гідравлічного преса зусиллям  $P = 10 \text{ МН}$ , розрахункова схема якого представлена на рис. 5. Зусилля від плунжерів на рухому поперечку передається у вигляді рівномірно розподіленого навантаження інтенсивності  $q = \frac{3 \cdot P}{4 \cdot l}$  на  $2/3$  довжини прольоту між центрами колон. Верхня та нижня поперечки замінюються брусами постійного перерізу. Розміри станини преса:  $l = 1,85 \text{ м}$ ,  $h = 2,5 \text{ м}$ ,  $a = 0,61 \text{ м}$ . Жорсткості елементів станини: колон –  $EI$ , верхньої поперечки –  $200EI$ , нижньої поперечки –  $75EI$ . Температурними напруженнями знехтувати.

#### *Розв'язування*

1. Будуємо розрахункову схему (рис. 6, а).
2. Визначаємо ступінь статичної невизначуваності рами. Оскільки задана рама являє собою замкнений контур, в якому відсутні внутрішні шарніри, то ступінь статичної невизначуваності  $n = 3$ .
3. Обираємо основну систему (ОС). Так як задана рама симетрична, то основну систему утворимо шляхом наскрізного перерізу верхньої поперечки, проведеного посередині (рис. 6, б).
4. Будуємо еквівалентну систему (ЕС) шляхом навантаження основної системи заданими силами та реакціями «зайвих» в'язей (рис. 6, в). При побудові враховуємо, що задана рама та навантаження симетричні, а косиметричні внутрішні силові фактори обертаються в нуль. Ці факти дозволяють зменшити кількість канонічних рівнянь до двох.

Записуємо систему канонічних рівнянь методу сил.

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0, \tag{3.1}$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0.$$

5. Розбиваємо задану раму на ділянки і нумеруємо їх; обираємо точку спостереження (полюс), яку позначимо зірочкою; вказуємо систему знаків ординат епюр на кожній ділянці; проводимо характерні перерізи (в початку, посередині та в кінці) на кожній ділянці та нумеруємо їх.

6. Будуємо вантажний стан (ВС) (рис. 6, г) й епюру вантажних моментів для нього.

BC утворюємо шляхом навантажування основної системи заданими двома силами по  $2,5 \text{ МН}$  і рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності  $q = 4,065 \text{ МН/м}$ . BC наведено на рис. 6, г.

Знаходимо значення вантажних згинальних моментів в характерних перерізах, які вказані на рис. 6. г.

$$\begin{aligned} M_{1P} &= 2,5 \cdot 0,61 = 1,525 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\ M_{3P} &= 2,5 \cdot 0,61 = 1,525 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\ M_{4P} &= 2,5 \cdot 0,61 = 1,525 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\ M_{6P} &= 0, \\ M_{7P} &= M_{9P} = M_{10P} = M_{12P} = M_{13P} = 0, \\ M_{15P} &= M_{16P} = M_{18P} = M_{19P} = 1,525 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\ M_{21P} &= M_{22P} = 2,5 \cdot 0,3 = 0,75 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\ M_{24P} &= M_{25P} = 2,5 \cdot 0,3 = 0,75 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\ M_{27P} &= 1,525 \text{ МН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Епюра вантажних згинальних моментів  $M_P$  наведена на рис. 6. д.

7. Будуємо одиничні допоміжні стани (ОДС) і епюри одиничних моментів  $\bar{M}_i$  для них. ОДС 1 утворюємо шляхом навантаження ОС одиничною силою  $\bar{X}_1 = 1$ , напрямком якої співпадає з напрямком  $X_1$  (рис. 7, а).

Визначаємо значення одиничних згинальних моментів в характерних перерізах, які вказані на рис. 7, а.

$$\begin{aligned} \bar{M}_{11} &= \bar{X}_1 \cdot 2,5 = 2,5, \quad \bar{M}_{31} = 0, \\ \bar{M}_{41} &= \bar{M}_{61} = \bar{M}_{71} = \bar{M}_{91} = \bar{M}_{101} = \bar{M}_{131} = \bar{M}_{151} = \bar{M}_{161} = 0, \\ \bar{M}_{181} &= \bar{X}_1 \cdot 2,5 = 2,5, \\ \bar{M}_{191} &= \bar{M}_{211} = \bar{M}_{221} = \bar{M}_{241} = \bar{M}_{251} = \bar{M}_{271} = 2,5. \end{aligned}$$

Епюра одиничних згинальних моментів  $\bar{M}_1$  наведена на рис. 7. б.

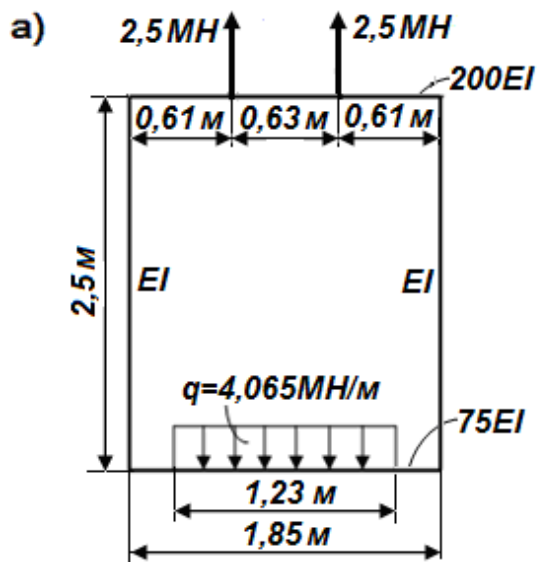
ОДС 2 утворюється шляхом навантаження ОС одиничним моментом  $\bar{X}_2 = 1$ , напрямком якого співпадає з напрямком  $X_2$  (рис. 7, в).

Обчислюємо значення одиничних згинальних моментів в характерних перерізах, які вказані на рис. 7, в.

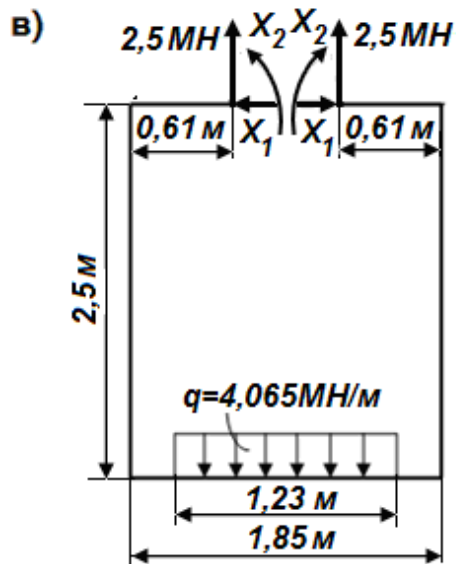
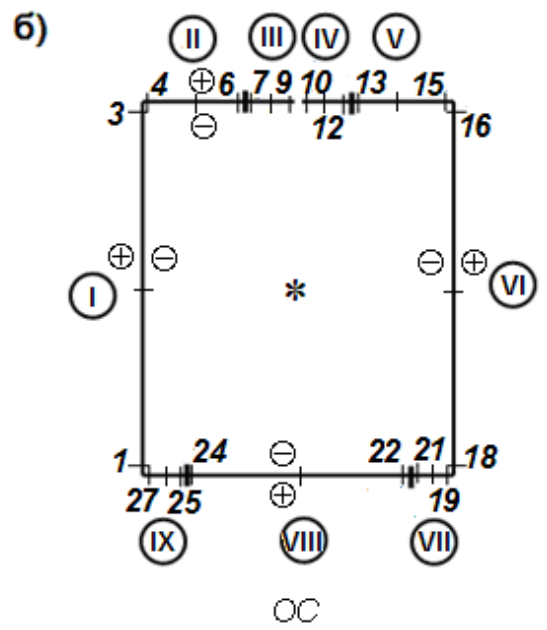
$$\begin{aligned} \bar{M}_{12} &= \bar{X}_2 = 1, \quad \bar{M}_{32} = 1, \\ \bar{M}_{42} &= \bar{M}_{62} = \bar{M}_{72} = \bar{M}_{92} = \bar{M}_{102} = \bar{M}_{122} = \bar{M}_{132} = \bar{M}_{152} = \bar{M}_{162} = \bar{M}_{182} = 1, \\ \bar{M}_{192} &= \bar{M}_{212} = \bar{M}_{222} = \bar{M}_{242} = \bar{M}_{252} = \bar{M}_{272} = 1. \end{aligned}$$

Епюра одиничних згинальних моментів  $\bar{M}_2$  наведена на рис. 7, г.

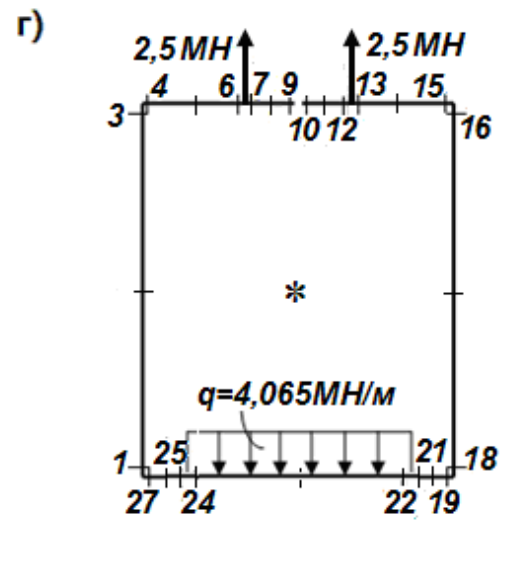
8. Для кінематичної (деформаційної) перевірки будуємо епюру  $\bar{M}_3$  (рис. 7, д).



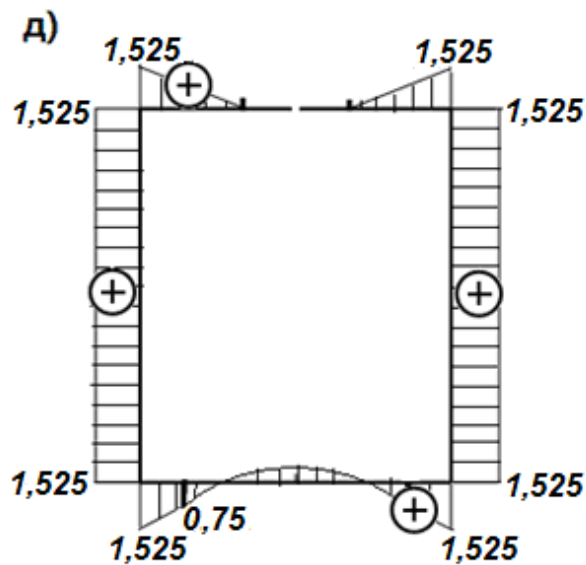
Розрахункова схема



EC



BC



Epюра  $M_p$ , кН м

Рисунок 6 – Розрахункові стани й епюра вантажних моментів

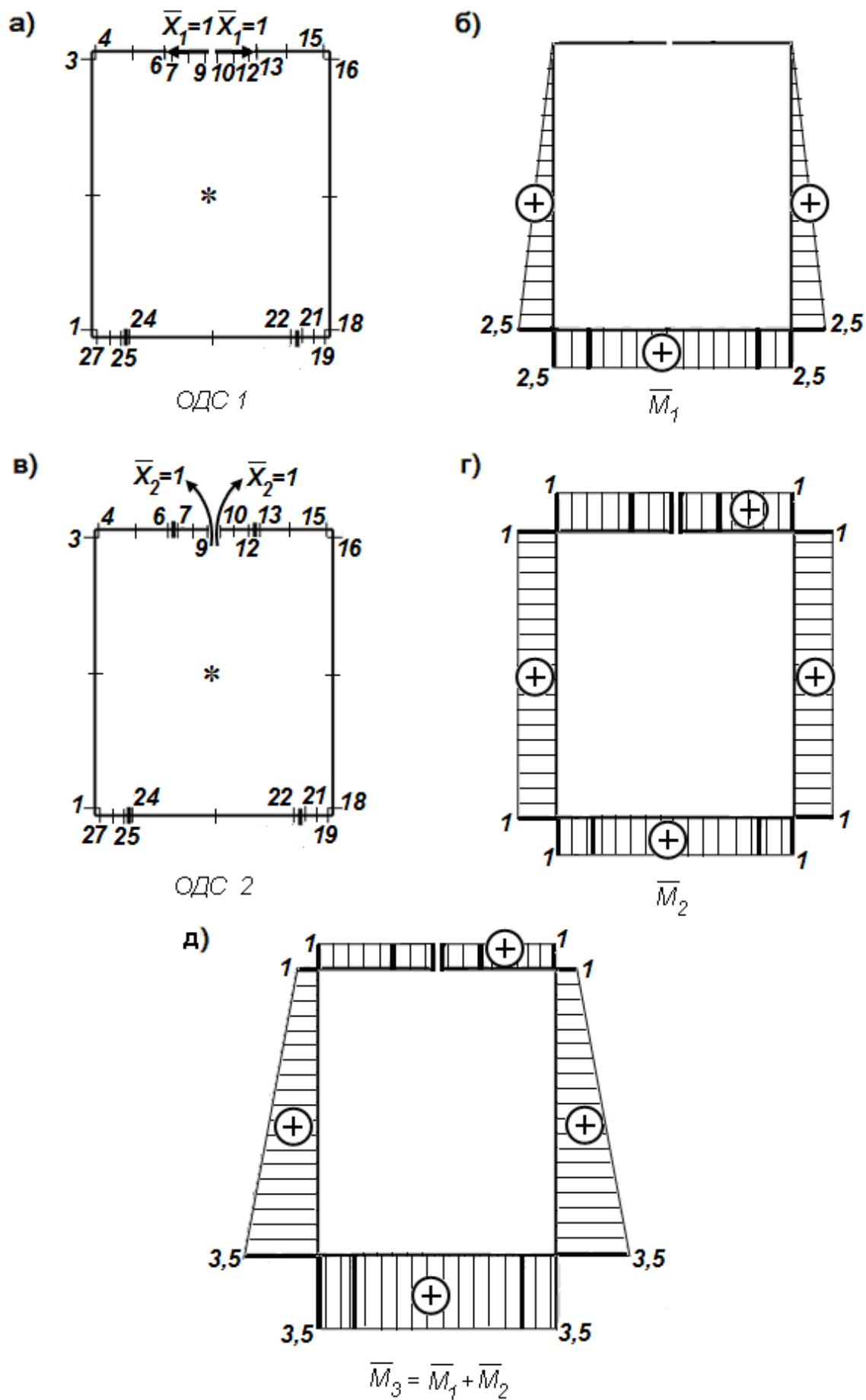


Рисунок 7 – Одиничні допоміжні стани й епюри одиничних моментів

Значення ординат епюри одиничних згинальних моментів  $\bar{M}_3$  в характерних перерізах знаходимо шляхом підсумовування ординат відповідних характерних перерізів епюр  $\bar{M}_1$  і  $\bar{M}_2$ .

Епюра одиничних згинальних моментів  $\bar{M}_3 = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$  наведена на рис. 7, д.

Закінчивши побудову основних епюр переходимо до складання матриць, які будуть вводитися в комп'ютер.

9. Складаємо вектори (матриці-стовпці) інтенсивностей розподілених навантажень, довжин ділянок, відносних жорсткостей.

$$q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4,065 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 0,61 \\ 0,315 \\ 0,315 \\ 0,61 \\ 2,5 \\ 0,31 \\ 1,23 \\ 0,31 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \\ 1 \\ 75 \\ 75 \\ 75 \end{bmatrix}.$$

10. Складаємо матрицю одиничних моментів  $\bar{M}$  (складається з епюр  $\bar{M}_i$  і  $\bar{M}_{i+1}$ ).

11. Складаємо вектор (матрицю-стовпець) вантажних моментів  $M_p$ .

12. Вводимо складені матриці в указаній послідовності в ЕОМ. Алгоритм введення вказано в додатку А.

13. Розв'язання задачі здійснюється за допомогою комп'ютерної програми МС системи РСНС.

14. Результати розрахунку (значення невідомих, матриці сумарних згинальних моментів  $M_S$  і поперечних сил  $Q_S$ , інформація про точність розрахунку) надані в додатку Б.

15. За отриманими результатами будуюмо епюри сумарних згинальних моментів  $M_S$  (рис. 8, а) і поперечних сил  $Q_S$  (рис. 8, в). Також виконуємо статичну перевірку вузлів рами (рис. 8, б), яка показує, що всі вузли рами знаходяться у рівновазі.

16. Методом вирізання вузлів визначаємо значення поздовжніх зусиль в характерних перерізах і будуюмо епюру  $N_S$ .

Виріжемо верхній вузол рами і вкажемо сили, що діють у цьому вузлі (рис. 8, г). Внутрішні зусилля  $N_{3S}$ ,  $N_{4S}$  направимо у бік відкинутих частин, а поперечні сили напрямляємо згідно з їх знаками на епюрі  $Q_S$  (рис. 8, в).

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 2,5 & 1 & 3,5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2,5 & 1 & 3,5 \\ 2,5 & 1 & 3,5 \\ 2,5 & 1 & 3,5 \\ 2,5 & 1 & 3,5 \\ 2,5 & 1 & 3,5 \\ 2,5 & 1 & 3,5 \\ 2,5 & 1 & 3,5 \\ 2,5 & 1 & 3,5 \end{bmatrix}, \quad M_P = \begin{bmatrix} 1,525 \\ 1,525 \\ 1,525 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1,525 \\ 1,525 \\ 1,525 \\ 1,525 \\ 0,75 \\ 0,75 \\ 0,75 \\ 0,75 \\ 0,75 \\ 1,525 \end{bmatrix}.$$

Проведемо декартові вісі координат  $x$ ,  $y$  і складемо рівняння рівноваги у вигляді суми проєкцій усіх сил на вказані вісі:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = N_{4S} + 0,007 = 0 \Rightarrow N_{4S} = -0,007 \text{ МН},$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = -N_{3S} + 2,5 = 0 \Rightarrow N_{3S} = 2,5 \text{ МН}.$$

За таким же алгоритмом (рис. 8, г) визначаємо поздовжні зусилля  $N_{1S}$ ,  $N_{27S}$ ,  $N_{15S}$ ,  $N_{16S}$ ,  $N_{18S}$ ,  $N_{19S}$ .

Сумарна еюра поздовжніх сил  $N_S$  зображена на рис. 8, д.

17. Аналіз сумарних еюр внутрішніх зусиль.

Аналіз еюр (рис. 8) показує, що згинальні моменти та поперечні сили набувають максимальних значень у верхній та нижній поперечках («мінус»  $1,527 \text{ МН} \cdot \text{м}$  у верхній і «мінус»  $1,528 \text{ МН} \cdot \text{м}$  у нижній), а у колонах значення цих внутрішніх зусиль значно менші ( $0,015 \text{ МН} \cdot \text{м}$  у перерізі 1 і

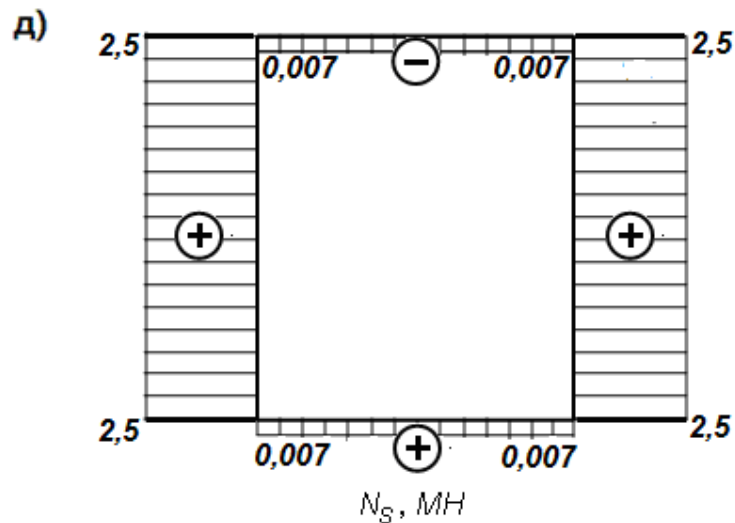
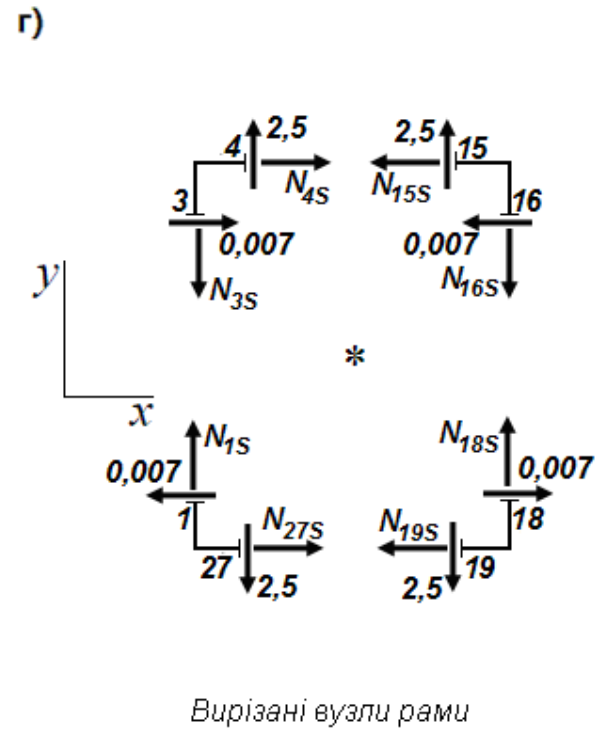
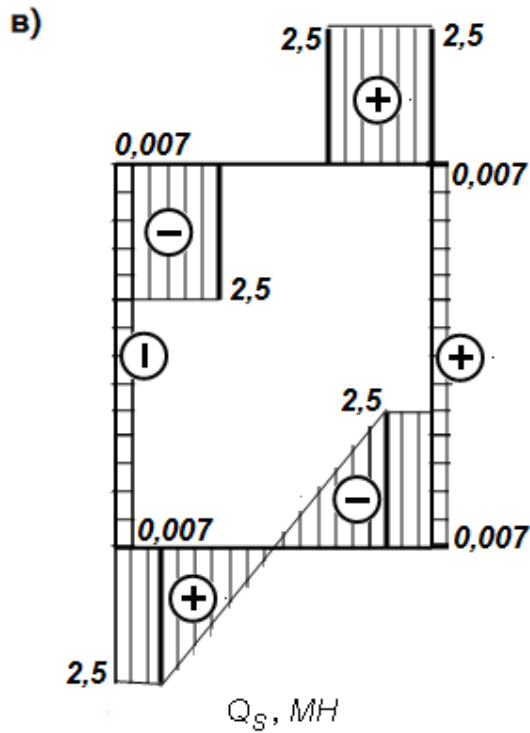
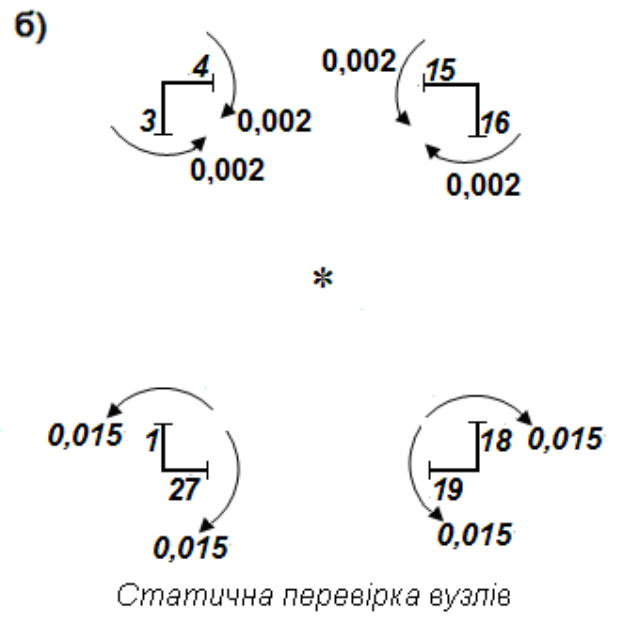
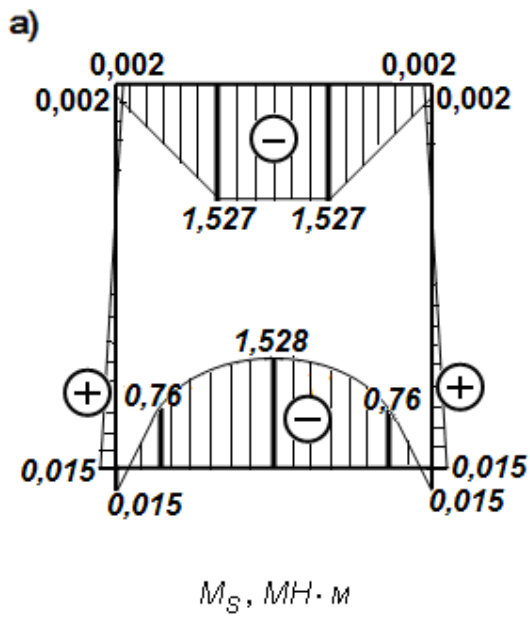


Рисунок 8 – Сумарні епюри внутрішніх зусиль



«мінус»  $0,002 \text{ MN} \cdot \text{м}$  у перерізі 3). В той час поздовжні сили набувають максимальних значень в колонах ( $2,5 \text{ MN}$ ), а в поперечках вони незначні ( $\pm 0,007 \text{ MN}$ ). Ці факти дозволяють в деяких випадках вважати, що колони працюють лише на розтягання, а поперечки розраховують на згинання як балки на двох опорах з максимальним згинальним моментом посередині.

Розглянемо нижню поперечку як шарнірно обперту балку (рис. 9), на яку діє рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю  $q = 4,065 \text{ MN} / \text{м}$ , і побудуємо епюри поперечних сил та згинальних моментів без урахування опорних моментів. З рис. 9 видно, що максимальний згинальний момент спостерігається посередині балки і дорівнює  $M = 1,543 \text{ MN} \cdot \text{м}$ . Отже, різниця між згинальними максимальними моментами балки та поперечки складає приблизно 1%. Очевидно, що в межах точності інженерних розрахунків така різниця вважається несуттєвою.

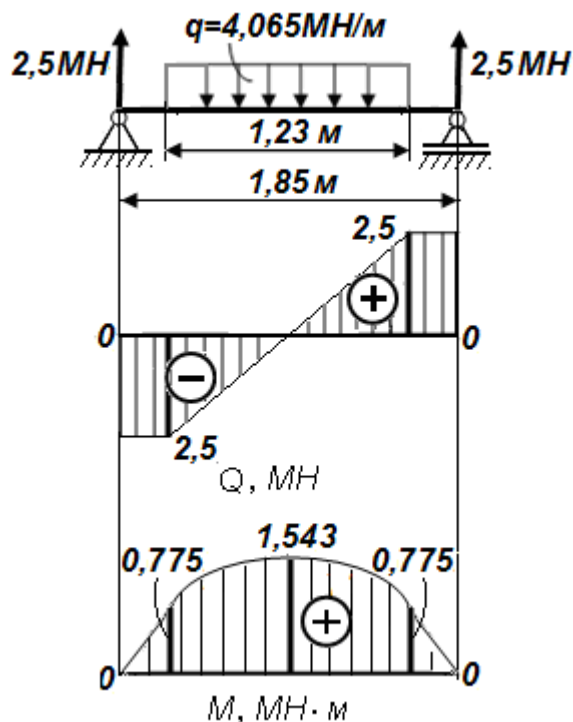


Рисунок 9 – Епюри внутрішніх зусиль у балці

Оцінимо вплив згинального опорного моменту на нормальні напруження, що виникають в колонах преса.

Припустимо, що діаметр колони дорівнює  $0,18 \text{ м}$ , і визначимо напруження в колонах преса від дії поздовжньої сили та опорного згинального моменту.

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{4 \cdot 2,5 \cdot 10^6 \text{ Н}}{3,14 \cdot (0,18)^2} = 102,7 \text{ МПа};$$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{32 \cdot 0,015 \cdot 10^6}{3,14 \cdot (0,18)^3} = 26,2 \text{ МПа}.$$

Отже, при заданому співвідношенні жорсткостей поперечки та колони нормальне напруження в колоні від дії згинального моменту в чотири рази менші за напруження від дії поздовжніх сил.

У порядку підготовки методичних вказівок нами було проведено дослідження впливу співвідношення жорсткостей поперечок і колон  $K$  на величини згинальних моментів  $M$ , поперечних сил  $Q$ , нормальних напружень  $\sigma$  у перерізах 1, 3. З рис. 10 видно, що з збільшенням  $K$  абсолютні значення згинальних моментів та поперечних сил зменшуються у перерізі 1 колони. При цьому нормальні напруження також зменшуються при збільшенні  $K$  (рис. 11).

Отримані результати дозволяють зробити наступні висновки:

1) при  $K > 2000$  поперечки станини можна розглядати як шарнірно обперті балки, а колони як стержні, що працюють лише на розтягання;

2) при  $K < 200$  колони станини зазнають складний опір – осьове розтягання з згинанням. Тому при розрахунку колон на міцність необхідно враховувати як поздовжні сили, так і згинальні моменти. При розрахунку поперечок на міцність необхідно враховувати опорні моменти.

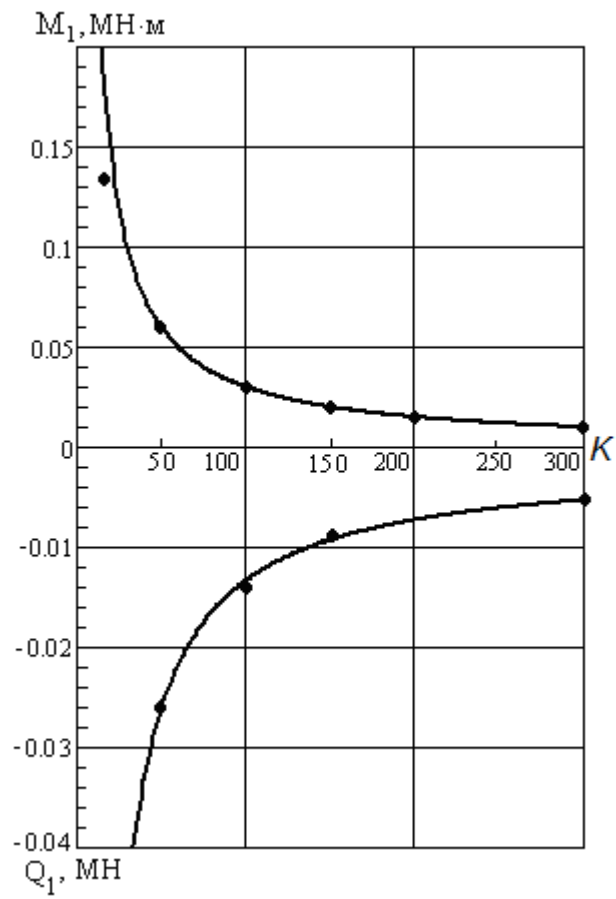


Рисунок 10 – Залежність згинального моменту  $M_1$  і поперечної сили  $Q_1$  від співвідношення жорсткостей поперечки та колони  $K$

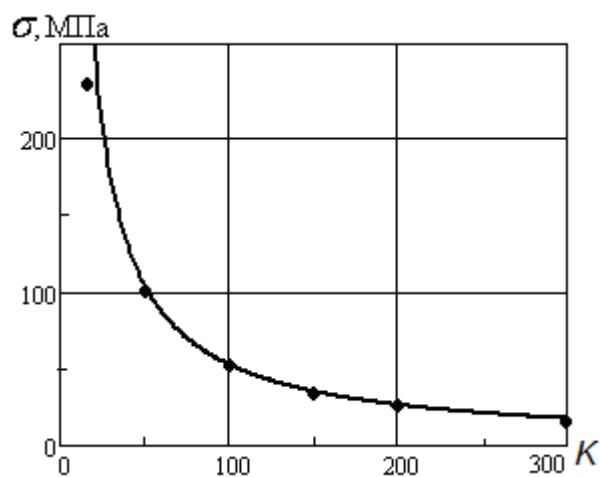


Рисунок 11 – Залежність нормальних напружень  $\sigma$  в перерізі 1 від співвідношення жорсткостей поперечки та колони  $K$

### 3.2 Розрахунок станини поверхового гідравлічного преса

**Приклад 2.** Визначити внутрішні зусилля в елементах станини поверхового гідравлічного преса (рис. 11) для виробництва склопластиків з зусиллям пресування  $P = 25 \text{ МН}$ . Зовнішні силові фактори та розміри станини (в мм) преса вказані на рис. 11. Жорсткості вертикальних елементів станини дорівнюють  $EI$ , а верхньої та нижньої поперечок –  $19,23EI$ . Температурними напруженнями знехтувати.

#### *Розв'язування*

1. Будуємо розрахункову схему (рис. 12, а).
2. Визначаємо ступінь статичної невизначуваності рами. Оскільки задана станина являє собою замкнений контур, в якому відсутні внутрішні шарніри, то її ступінь статичної невизначуваності  $n = 3$ .
3. Обираємо основну систему (ОС). Так як задана рама симетрична, то ОС утворимо шляхом наскрізного перерізу верхньої поперечки, проведеного посередині (рис. 12, б).
4. Будуємо еквівалентну систему (ЕС) шляхом навантаження ОС заданими силами та реакціями «зайвих» в'язей (рис. 12, в). При побудові враховуємо, що задана станина та навантаження симетричні, а кососиметричні внутрішні силові фактори обертаються в нуль. Останнє дозволяє зменшити кількість канонічних рівнянь до двох. Отже, враховуючи особливості симетрії, ми фактично зменшили ступінь статичної невизначуваності до двох.
5. Записуємо систему канонічних рівнянь методу сил.

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0, \tag{3.2}$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0.$$

6. Розбиваємо задану раму на ділянки і нумеруємо їх, обираємо точку спостереження (поліус) і позначаємо її зірочкою, вказуємо систему знаків ординат епюр на кожній ділянці, проводимо характерні перерізи (в початку, посередині та в кінці) на кожній ділянці і нумеруємо їх.

7. Будуємо вантажний стан (ВС) й епюру вантажних моментів  $M_P$  для нього (рис. 12, г, д).

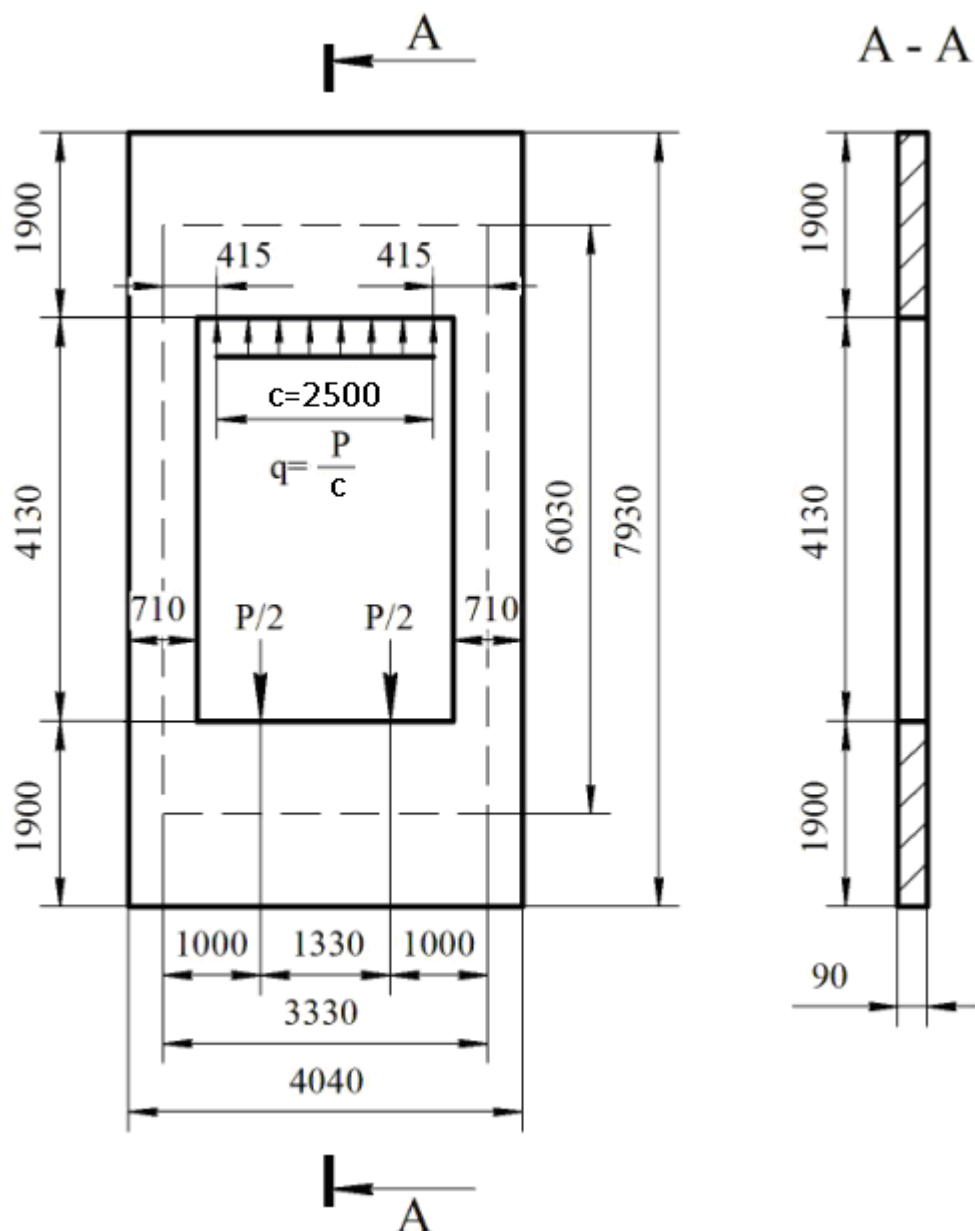


Рисунок 11 – Станина поверхового гідравлічного преса

BC утворюємо шляхом навантажування основної системи заданими двома силами по  $12,5 \text{ MN}$  і рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності  $q = 10 \text{ MN/м}$ . BC наведено на рис. 12, г.

Знаходимо значення вантажних згинальних моментів в характерних перерізах, які вказані на рис. 12, г.

$$M_{1P} = 10 \cdot 1,25 \cdot (0,625 + 0,415) = 13 \text{ MN} \cdot \text{м},$$

$$M_{3P} = 10 \cdot 1,25 \cdot (0,625 + 0,415) = 13 \text{ MN} \cdot \text{м},$$

$$M_{4P} = 10 \cdot 1,25 \cdot (0,625 + 0,415) = 13 \text{ MN} \cdot \text{м},$$

$$M_{6P} = q \cdot 1,25 \cdot 0,625 = 10 \cdot 1,25 \cdot 0,625 = 7,8125 \text{ MN} \cdot \text{м},$$

$$M_{7P} = q \cdot 1,25 \cdot 0,625 = 10 \cdot 1,25 \cdot 0,625 = 7,8125 \text{ MN} \cdot \text{м},$$

$$M_{9P} = 0,$$

$$\begin{aligned}
M_{10P} &= 0, \\
M_{12P} &= q \cdot 1,25 \cdot 0,625 = 10 \cdot 1,25 \cdot 0,625 = 7,8125 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\
M_{13P} &= q \cdot 1,25 \cdot 0,625 = 10 \cdot 1,25 \cdot 0,625 = 7,8125 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\
M_{15P} &= q \cdot 1,25 \cdot (0,625 + 0,415) = 10 \cdot 1,25 \cdot 1,04 = 13 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\
M_{15P} &= M_{16P} = M_{18P} = M_{19P} = 13 \text{ МН} \cdot \text{м} \\
M_{21P} &= q \cdot 1,25 \cdot 0,04 = 10 \cdot 1,25 \cdot 0,04 = 0,5 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\
M_{22P} &= M_{24P} = M_{25P} = 0,5 \text{ МН} \cdot \text{м}, \\
M_{27P} &= 10 \cdot 1,25 \cdot (0,415 + 0,625) = 13 \text{ МН} \cdot \text{м}.
\end{aligned}$$

Епюра вантажних згинальних моментів  $M_P$  наведена на рис. 12, д.

8. Будуємо одиничні допоміжні стани (ОДС) й епюри одиничних моментів  $\bar{M}_i$  для них.

ОДС 1 утворюємо шляхом навантаження ОС одиничною силою  $\bar{X}_1 = 1$ , напрямком якої співпадає з напрямком  $X_1$  (рис. 13, а).

Визначаємо значення одиничних згинальних моментів в характерних перерізах, які вказані на рис. 13, а.

$$\begin{aligned}
\bar{M}_{11} &= \bar{X}_1 \cdot 6,03 = 6,03, \quad \bar{M}_{31} = 0, \\
\bar{M}_{41} &= \bar{M}_{61} = \bar{M}_{71} = \bar{M}_{91} = \bar{M}_{101} = \bar{M}_{131} = \bar{M}_{151} = \bar{M}_{161} = 0, \\
\bar{M}_{181} &= \bar{X}_1 \cdot 6,03 = 6,03, \\
\bar{M}_{191} &= \bar{M}_{211} = \bar{M}_{221} = \bar{M}_{241} = \bar{M}_{251} = \bar{M}_{271} = 6,03.
\end{aligned}$$

Епюра одиничних згинальних моментів  $\bar{M}_1$  наведена на рис. 13, б.

ОДС 2 утворюється шляхом навантаження ОС одиничним моментом  $\bar{X}_2 = 1$ , напрямком якого співпадає з напрямком  $X_2$  (рис. 13, в).

Обчислюємо значення одиничних згинальних моментів в характерних перерізах, які вказані на рис. 13, в.

$$\begin{aligned}
\bar{M}_{12} &= \bar{X}_2 = 1, \quad \bar{M}_{32} = 1, \\
\bar{M}_{42} &= \bar{M}_{62} = \bar{M}_{72} = \bar{M}_{92} = \bar{M}_{102} = \bar{M}_{122} = \bar{M}_{132} = \bar{M}_{152} = \bar{M}_{162} = \bar{M}_{182} = 1, \\
\bar{M}_{192} &= \bar{M}_{212} = \bar{M}_{222} = \bar{M}_{242} = \bar{M}_{252} = \bar{M}_{272} = 1.
\end{aligned}$$

Епюра одиничних згинальних моментів  $\bar{M}_2$  наведена на рис. 13, г.

9. Для кінематичної (деформаційної) перевірки будуємо епюру  $\bar{M}_3$ .

Значення ординат епюри одиничних згинальних моментів  $\bar{M}_3$  в характерних перерізах знаходимо шляхом підсумовування ординат відповідних характерних перерізів епюр  $\bar{M}_1$  і  $\bar{M}_2$ .

Епюра одиничних згинальних моментів  $\bar{M}_3 = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$  наведена на рис. 13, д.

Закінчивши побудову основних епюр переходимо до складання матриць, які будуть вводитися в комп'ютер.

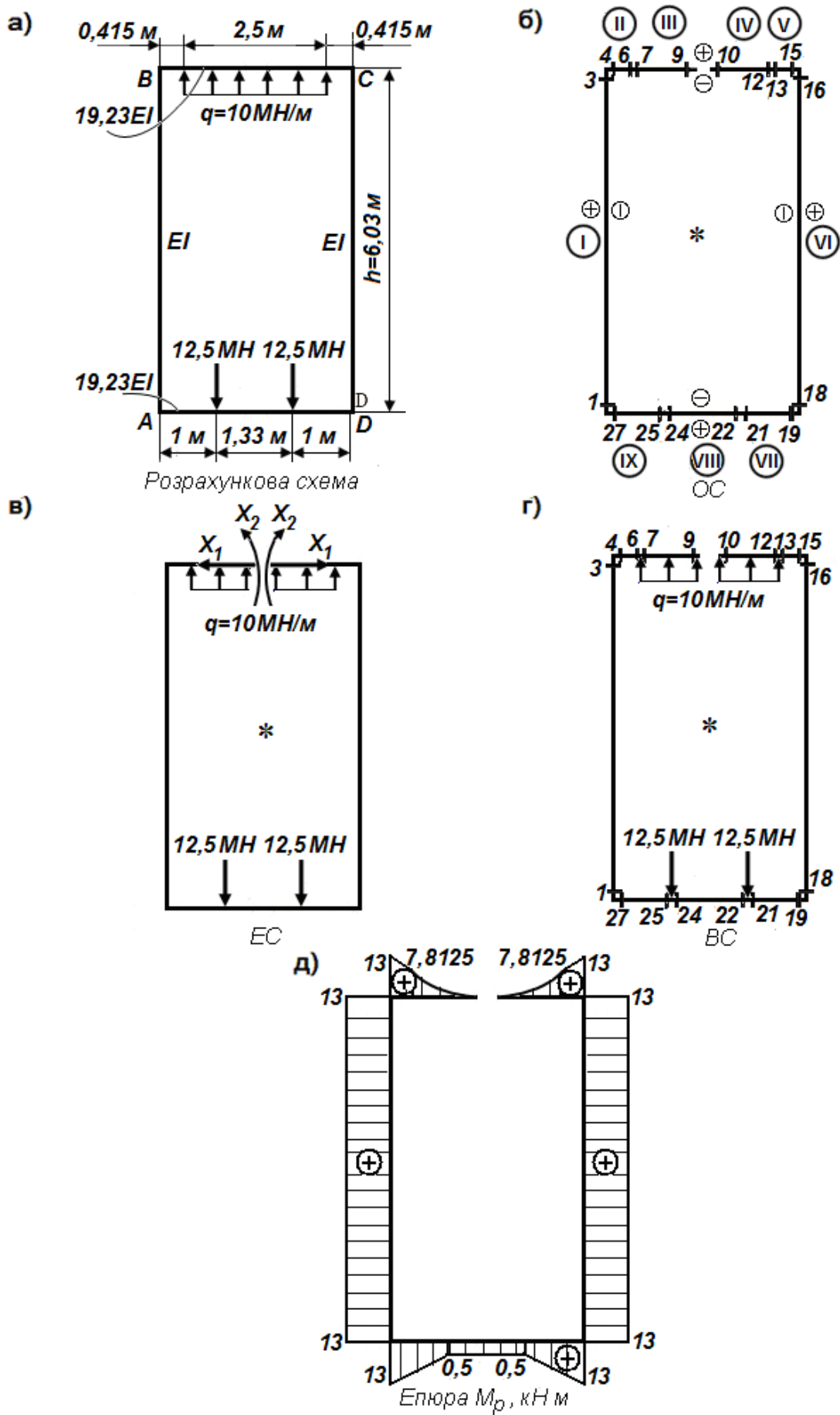


Рисунок 12 – Розрахункові стани й епюра вантажних моментів станини поверхового преса

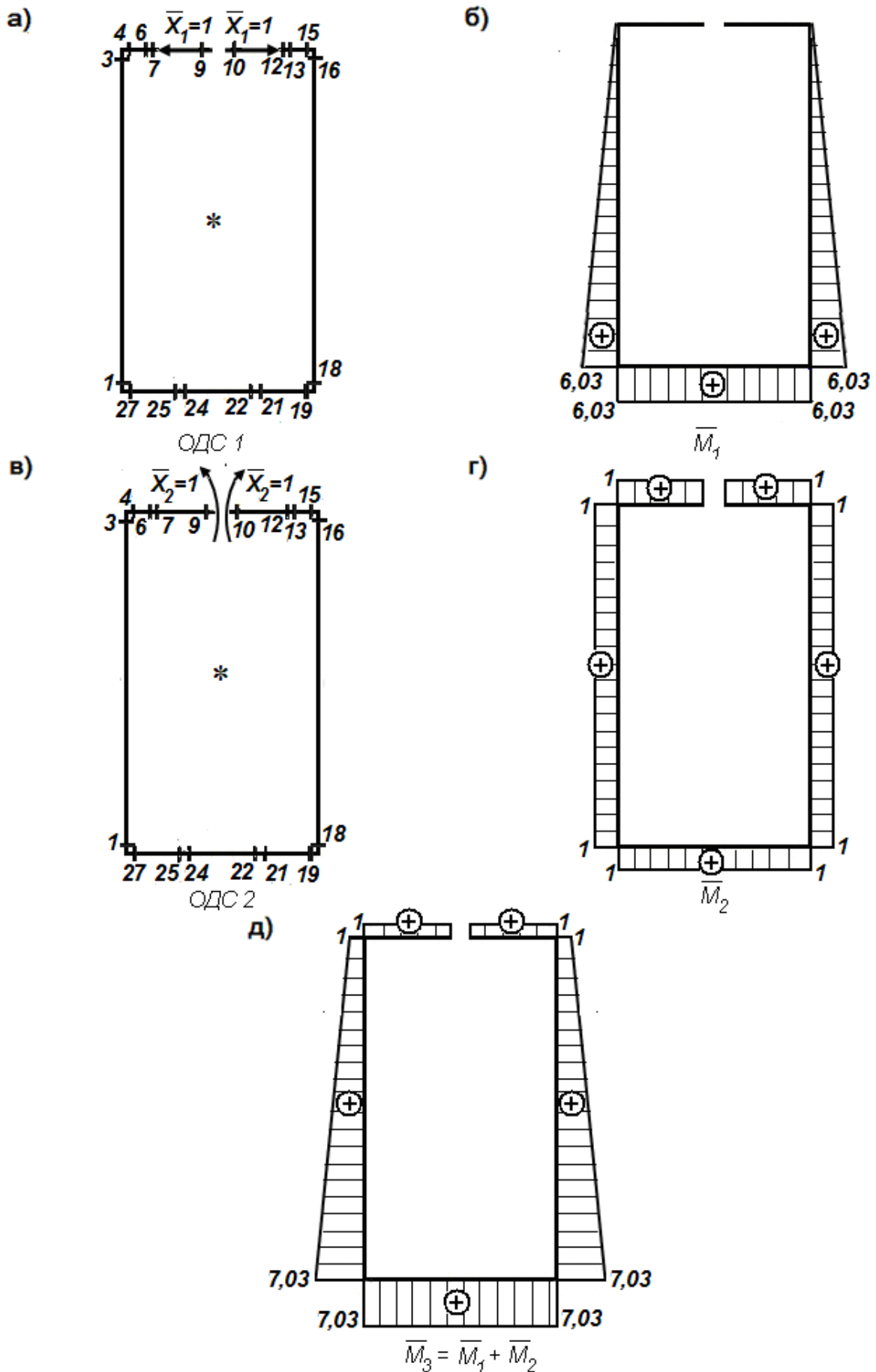


Рисунок 13 – Одиничні стани й епюри одиничних моментів станини поверхового гідравлічного преса



10. Складаємо вектори (матриці-стовпці) інтенсивностей розподілених навантажень, довжин ділянок, відносних жорсткостей.

$$q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 6,03 \\ 0,415 \\ 1,25 \\ 1,25 \\ 0,415 \\ 6,03 \\ 1 \\ 1,33 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 19,23 \\ 19,23 \\ 19,23 \\ 19,23 \\ 1 \\ 19,23 \\ 19,23 \\ 19,23 \end{bmatrix}.$$

11. Складаємо матрицю одиничних моментів (складається з епюр  $\bar{M}_i$  і  $\bar{M}_{i+1}$ ).

12. Складаємо вектор (матрицю-стовпець) вантажних моментів  $M_P$ .

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 6,03 & 1 & 7,03 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 6,03 & 1 & 7,03 \\ 6,03 & 1 & 7,03 \\ 6,03 & 1 & 7,03 \\ 6,03 & 1 & 7,03 \\ 6,03 & 1 & 7,03 \\ 6,03 & 1 & 7,03 \\ 6,03 & 1 & 7,03 \end{bmatrix}, \quad M_P = \begin{bmatrix} 13 \\ 13 \\ 13 \\ 7,8125 \\ 7,8125 \\ 0 \\ 0 \\ 7,8125 \\ 7,8125 \\ 13 \\ 13 \\ 13 \\ 13 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ 13 \end{bmatrix}.$$

13. Вводимо складені матриці в указаній послідовності в ЕОМ. Алгоритм введення вказано в додатку В.

14. Розв'язання задачі здійснюється за допомогою комп'ютерної програми МС системи РСНС.

15. Результати розрахунку (значення невідомих, матриці сумарних згинальних моментів  $M_S$  і поперечних сил  $Q_S$ , інформація про точність розрахунку) представлені в додатку Г.

16. За отриманими результатами будуємо епюри сумарних згинальних моментів  $M_S$  (рис. 14, а) і поперечних сил  $Q_S$  (рис. 14, в). Також виконуємо статичну перевірку вузлів рами. З рис.14, б видно, що всі вузли рами знаходяться в рівновазі.

17. Методом вирізання вузлів визначаємо значення поздовжніх зусиль в характерних перерізах і будуємо епюру  $N_S$ .

Виріжемо верхній вузол рами і вкажемо сили, що діють у цьому вузлі (рис.14, г). Внутрішні зусилля  $N_{3S}$ ,  $N_{4S}$  направимо у бік відкинутих частин, а поперечні сили напрямляємо згідно з їх знаками на епюрі  $Q_S$  (рис. 14, г). Проведемо декартові вісі координат  $x$ ,  $y$  і складемо рівняння рівноваги у вигляді суми проєкцій всіх сил на вказані вісі:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = N_{4S} + 0,004 = 0 \Rightarrow N_{4S} = -0,004 \text{ МН},$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = -N_{3S} + 12,5 = 0 \Rightarrow N_{3S} = 12,5 \text{ МН}.$$

За таким же алгоритмом (рис. 14, г) визначаємо поздовжні зусилля  $N_{1S}$ ,  $N_{27S}$ ,  $N_{15S}$ ,  $N_{16S}$ ,  $N_{18S}$ ,  $N_{19S}$ .

Сумарна епюра поздовжніх сил  $N_S$  зображена на рис. 14, д.

18. Аналіз сумарних епюр внутрішніх зусиль.

Аналіз сумарної епюри згинальних моментів показує, що при заданому співвідношенні жорсткостей поперечок і вертикальних елементів згинальні моменти у вузлах станини суттєво менші в порівнянні з моментами, що діють на прольоті (приблизно в 50 разів). Отже при розрахунку станини з співвідношенням жорсткостей поперечок і вертикальних елементів  $K = 19,23$  ригелі можна розраховувати як балки, а стояки як стержні, що працюють на розтягання.

При збільшенні значення  $K$  співвідношення згинальних моментів у вузлах та на прольоті зменшується, що вказує на необхідність враховування вузлових моментів при розрахунку ригелів на міцність при згинанні. При цьому стояки необхідно розраховувати на згинання з розтяганням.

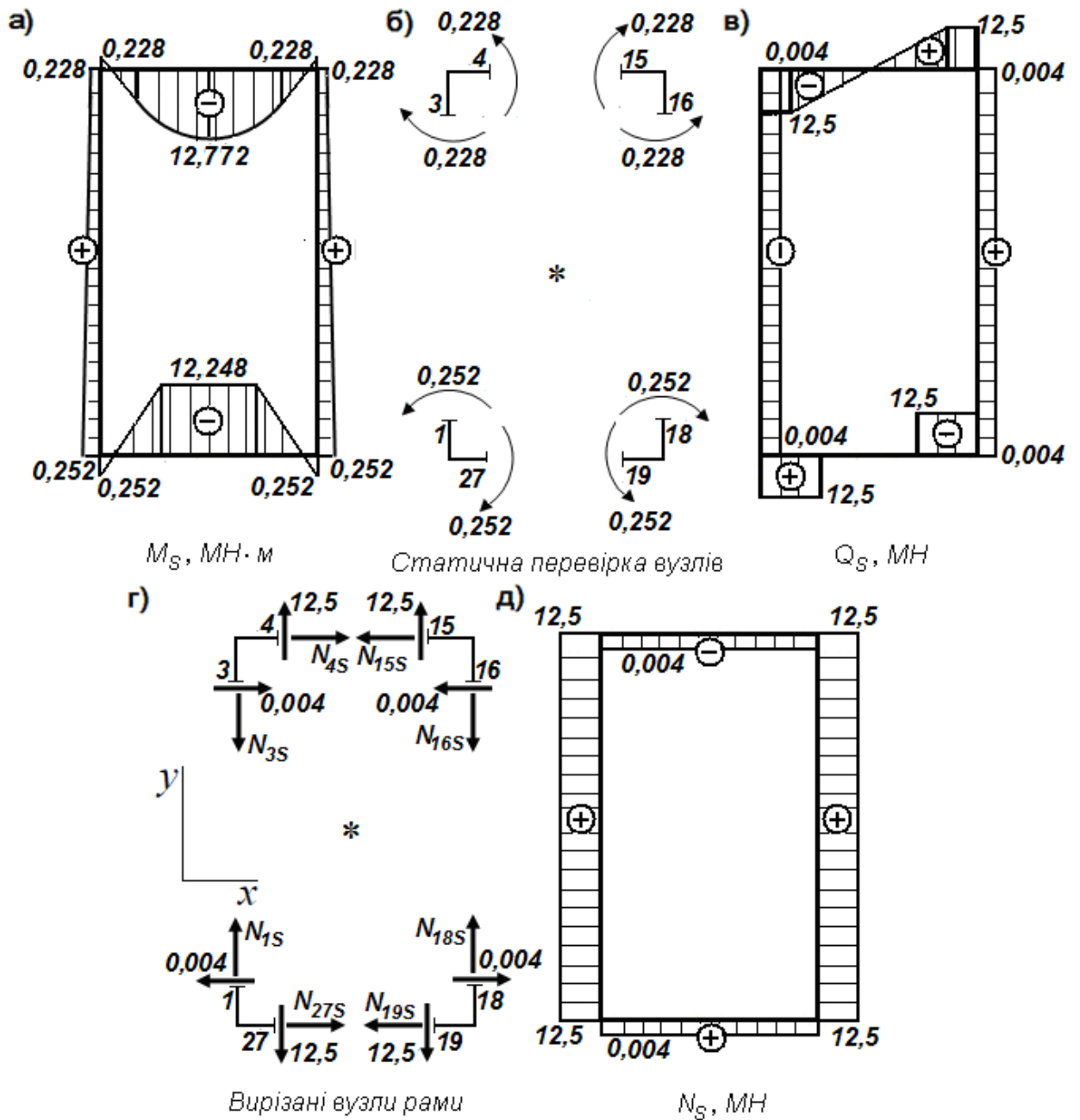


Рисунок 14 – Сумарні епюри внутрішніх силових факторів станини поверхового гідравлічного преса при  $K = 19,23$

На рис. 15, а надана епюра згинальних моментів станини преса при  $K = 1$ . Аналіз цієї епюри показує, що величини вузлових моментів рами збільшилися майже в 12 разів в порівнянні зі станиною, у якій співвідношення жорсткостей поперечок і вертикальних елементів  $K = 19,23$ .

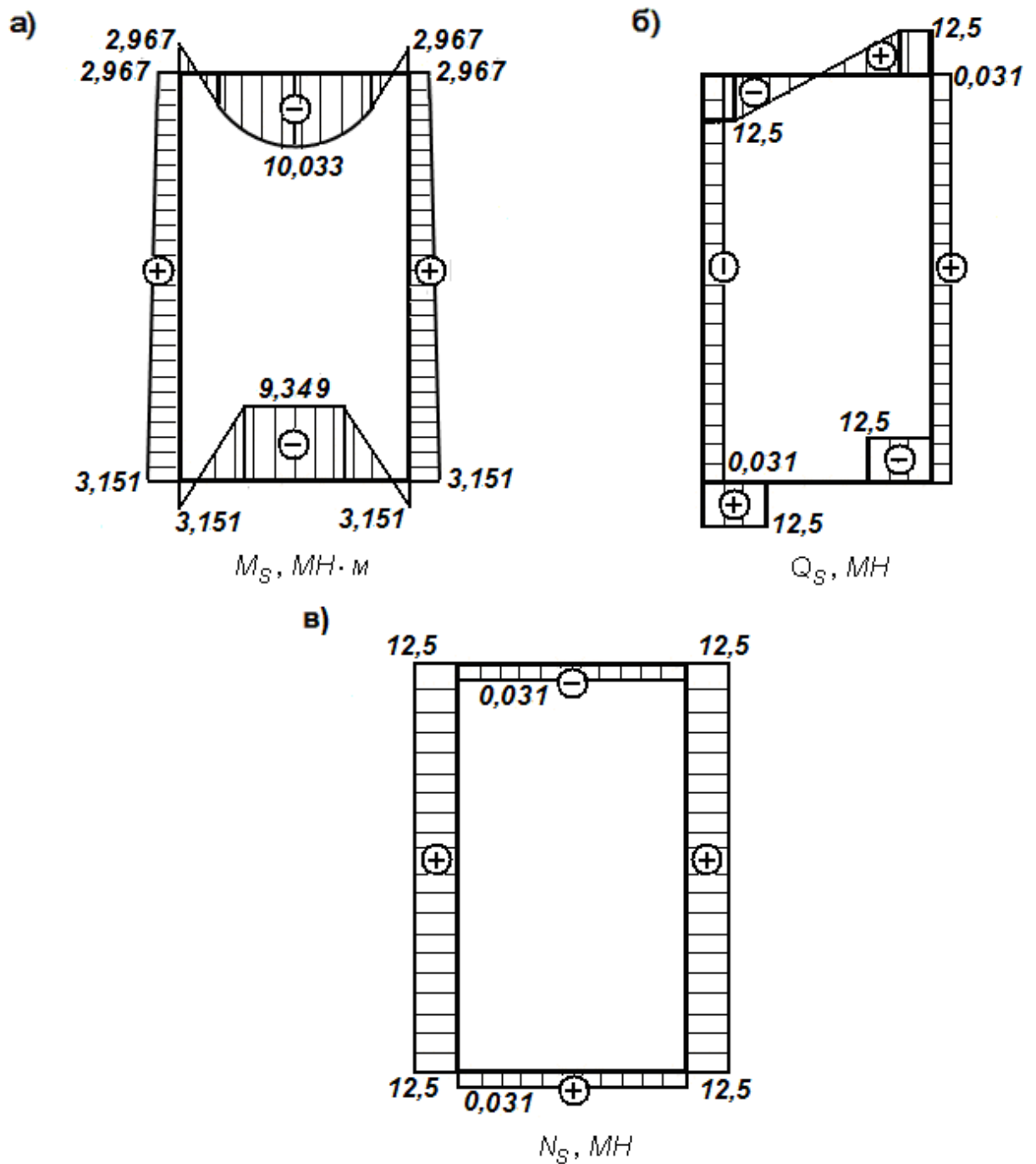


Рисунок 15 – Сумарні епюри внутрішніх силових факторів станини поверхового гідравлічного преса при  $K = 1$

Алгоритм введення даних при  $K = 1$  вказано в додатку Д.

Результати розрахунку (значення невідомих, матриці сумарних згинальних моментів  $M_S$  і поперечних сил  $Q_S$ , інформація про точність розрахунку) представлені в додатку Е.

## Питання для самоконтролю

1. Яка стержнева система називається статично невизначуваною?
2. За якою формулою визначається ступінь статичної невизначуваності стержневої системи?
3. Як ступінь статичної невизначуваності пов'язаний з кількістю ступенів вільності?
4. Чому дорівнює ступінь статичної невизначуваності замкненого безшарнірного контура?
5. Як визначити ступінь статичної невизначуваності рами, що має замкнені контури?
6. Назвіть три основних методи розрахунку статично невизначуваних систем.
7. Що приймають за невідомі методу сил?
8. Дайте визначення основної системи методу сил.
9. У чому різниця між абсолютно необхідними та умовно необхідними в'язями?
10. Чи можуть абсолютно необхідні в'язі бути зайвими?
11. Наведіть можливі способи відкидання в'язей.
12. Які вимоги до основної системи?
13. Як утворюється еквівалентна система?
14. Що являють собою канонічні рівняння методу сил?
15. Записати систему канонічних рівнянь методу сил для рами тричі статично невизначуваної.
16. Що являють собою коефіцієнти та вільні члени канонічних рівнянь методу сил?
17. Які методи застосовують для визначення коефіцієнтів і вільних членів канонічних рівнянь?
18. Як перевірити правильність обчислення коефіцієнтів і вільних членів канонічних рівнянь?
19. Наведіть властивості головних та побічних коефіцієнтів канонічних рівнянь.
20. Як зусилля у статично невизначуваній системі при дії навантаження залежать від жорсткостей елементів системи?
21. Який принцип застосовується для визначення сумарних згинальних моментів?
22. За якою формулою обчислюються сумарні поперечні сили в характерних перерізах рами?
23. Який метод використовують для обчислення сумарних поздовжніх сил?
24. Як перевірити правильність розрахунку статично невизначуваної рами?
25. Записати систему канонічних рівнянь методу сил в матричній формі.
26. За якою формулою обчислюється матриця  $A_S$ ?
27. За якою формулою обчислюється матриця  $\bar{\Delta}_P$ ?
28. Записати матричну формулу для визначення сумарних згинальних моментів.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Баженов В.А. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології [Текст]: навч. посібник для буд. спеціальностей вищ. навч. закл. / В.А. Баженов, А.В. Перельмутер, О.В. Шишов – К.: Каравела, 2012. – 696 с.
2. Дарков А.В. Строительная механика [Текст]: учеб. для строит. специальностей вузов / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высш. шк., 1986. – 606 с.
3. Киселев В.А. Строительная механика [Текст]: учеб. для вузов / В.А. Киселев – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.
4. Мельчаков А.П. Сборник задач по строительной механике [Текст]: учеб. пособие для строит. специальностей вузов / А.П. Мельчаков, И.С. Никольский. – Челябинск: ЮУрГУ, 2004. – 58 с.
5. Баженов В.А. Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування [Текст]: навч. посібник для буд. спеціальностей вищ. навч. закл. / В.А. Баженов, С.Я. Гранат, О.В. Шишов – К.: Каравела, 2007. – 207 с.
6. Яценко Є.А. Курс лекцій з будівельної механіки [Текст]: навч. посібник для буд. спеціальностей вищ. навч. закл. / Є.А. Яценко – К.: ІСДО, 1995. – 264 с.
7. Кислюк Я.Д. Будівельна механіка [Текст]: електронний підручник для буд. спеціальностей вищ. навч. закл. / Я.Д. Кислюк, Д.Я. Кислюк, О.В. Єрмуракін – <http://lib.lntu.info/books/fbd/pcb/2011/11-43/Resource>.
8. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (статика стержневых систем) [Текст]: учеб. пособие для строит. специальностей вузов / [Г.К. Клейн, Н.Н. Леонтьев, М.Г. Ванюшенков и др.]. – М.: Высш. шк., 1980. – 384 с.
9. Філатов, Г.В. Посібник до електронного тестування з опору матеріалів. Частина 1 [Текст]: навч. посібник для мех. спеціальностей вищ. навч. закл. / Г.В. Філатов. – Дніпропетровськ, УДХТУ, 2005. – 263 с.
10. Расчет статически неопределимых стержневых систем методом сил с использованием ЭВМ [Текст]: методические указания к выполнению расчетно-проектировочной работы для студентов III курса механических специальностей / В.И. Тарновский, Н.А. Лузан, Г.В. Филатов, С.И. Немчинов. – Днепропетровск: УГХТУ, 2000. – 40 с.

## Вихідні дані для розрахунку станини колонного преса

## Розрахунок статично невизначуваних систем методом сил

Прізвище, ім'я

N. E. S.

Група:

5-IS-75

Ступінь статичної невизначуваності

2

Кількість ділянок

9

OK

Вектор інтенсивностей навантажень

0	0	0	0	0	0	0	4,065	0
---	---	---	---	---	---	---	-------	---

Вектор довжин ділянок

2,5	0,61	0,315	0,315	0,61	2,5	0,31	1,23	0,31
-----	------	-------	-------	------	-----	------	------	------

Вектор відносних жорсткостей

1	200	200	200	200	1	75	75	75
---	-----	-----	-----	-----	---	----	----	----

Матриця одиничних моментів

Переріз1	2,5	1	3,5
Переріз3	0	1	1
Переріз4	0	1	1
Переріз6	0	1	1
Переріз7	0	1	1
Переріз9	0	1	1
Переріз10	0	1	1
Переріз12	0	1	1
Переріз13	0	1	1
Переріз15	0	1	1
Переріз16	0	1	1
Переріз18	2,5	1	3,5
Переріз19	2,5	1	3,5
Переріз21	2,5	1	3,5
Переріз22	2,5	1	3,5
Переріз24	2,5	1	3,5
Переріз25	2,5	1	3,5
Переріз27	2,5	1	3,5

Вектор вантажних моментів

1,525	1,525	1,525	0	0	0	0	0	0
1,525	1,525	1,525	1,525	0,75	0,750	0,750	0,750	1,525

## Результати розрахунку станини колонного преса

Розрахунок статично невизначуваних систем методом сил

Студент: N. E. S.

Група: 5-IS-75

Ступінь статичної невизначуваності: 2

Кількість ділянок: 9

Інтенсивність навантажень:

0,000 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000 4,065 0,000

Довжини ділянок:

2,500 0,610 0,315 0,315 0,610 2,500 0,310 1,230 0,310

Жорсткості:

1,000 200,000 200,000 200,000 200,000 1,000 75,000 75,000 75,000

Невідомі:

X1=0,0069

X2=-1,5270

	Ms:	Qs:	Ms:	M1:	M2:	M3:
Переріз 1	0,015	-0,007	1,525	2,500	1,000	3,500
Переріз 2	0,007	-0,007				
Переріз 3	-0,002	-0,007	1,525	0,000	1,000	1,000
Переріз 4	-0,002	-2,500	1,525	0,000	1,000	1,000
Переріз 5	-0,764	-2,500				
Переріз 6	-1,527	-2,500	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 7	-1,527	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 8	-1,527	0,000				
Переріз 9	-1,527	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 10	-1,527	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 11	-1,527	0,000				
Переріз 12	-1,527	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 13	-1,527	2,500	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 14	-0,764	2,500				
Переріз 15	-0,002	2,500	1,525	0,000	1,000	1,000
Переріз 16	-0,002	0,007	1,525	0,000	1,000	1,000
Переріз 17	0,007	0,007				
Переріз 18	0,015	0,007	1,525	2,500	1,000	3,500
Переріз 19	0,015	-2,500	1,525	2,500	1,000	3,500
Переріз 20	-0,372	-2,500				
Переріз 21	-0,760	-2,500	0,750	2,500	1,000	3,500
Переріз 22	-0,760	-2,500	0,750	2,500	1,000	3,500
Переріз 23	-1,528	0,000				
Переріз 24	-0,760	2,500	0,750	2,500	1,000	3,500
Переріз 25	-0,760	2,500	0,750	2,500	1,000	3,500
Переріз 26	-0,372	2,500				
Переріз 27	0,015	2,500	1,525	2,500	1,000	3,500

Відносна похибка= 0,000%

Деформаційна перевірка збігається.

Зберегти

Друк



Вихідні дані для розрахунку станини поперхового гідравлічного преса  
при  $K = 19,23$

### Розрахунок статично невизначуваних систем методом сил

Прізвище, ім'я:  Група:

Ступінь статичної невизначуваності:  Кількість ділянок:

**Вектор інтенсивностей навантажень**

0	0	10	10	0	0	0	0	0
---	---	----	----	---	---	---	---	---

**Вектор довжин ділянок**

6,03	0,415	1,25	1,25	0,415	6,03	1	1,33	1
------	-------	------	------	-------	------	---	------	---

**Вектор відносних жорсткостей**

1	19,23	19,23	19,23	19,23	1	19,23	19,23	19,23
---	-------	-------	-------	-------	---	-------	-------	-------

**Матриця одиничних моментів**

Переріз1	6,03	1	7,03
Переріз3	0	1	1
Переріз4	0	1	1
Переріз6	0	1	1
Переріз7	0	1	1
Переріз9	0	1	1
Переріз10	0	1	1
Переріз12	0	1	1
Переріз13	0	1	1
Переріз15	0	1	1
Переріз16	0	1	1
Переріз18	6,03	1	7,03
Переріз19	6,03	1	7,03
Переріз21	6,03	1	7,03
Переріз22	6,03	1	7,03
Переріз24	6,03	1	7,03
Переріз25	6,03	1	7,03
Переріз27	6,03	1	7,03

**Вектор вантажних моментів**

13	13	13	7,8125	7,8125	0	0	7,8125	7,8125
13	13	13	13	0,5	0,5	0,5	0,5	13

## Результати розрахунку станини поверхового гідравлічного преса при $K = 19,23$

Розрахунок статично невизначуваних систем методом сил

Студент: N.E.S.

Група: 5-IS-75

Ступінь статичної невизначуваності: 2

Кількість ділянок: 9

Інтенсивність навантажень:

0,000 0,000 10,000 10,000 0,000 0,000 0,000 0,000

Довжини ділянок:

6,030 0,415 1,250 1,250 0,415 6,030 1,000 1,330 1,000

Жорсткості:

1,000 19,230 19,230 19,230 19,230 1,000 19,230 19,230 19,230

Невідомі:

X1=0,0039

X2=-12,7717

	Ms:	Qs:	Mr:	M1:	M2:	M3:
Переріз 1	0,252	-0,004	13,000	6,030	1,000	7,030
Переріз 2	0,240	-0,004				
Переріз 3	0,228	-0,004	13,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 4	0,228	-12,500	13,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 5	-2,365	-12,500				
Переріз 6	-4,959	-12,500	7,813	0,000	1,000	1,000
Переріз 7	-4,959	-12,500	7,813	0,000	1,000	1,000
Переріз 8	-10,819	-6,250				
Переріз 9	-12,772	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 10	-12,772	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 11	-10,819	6,250				
Переріз 12	-4,959	12,500	7,813	0,000	1,000	1,000
Переріз 13	-4,959	12,500	7,813	0,000	1,000	1,000
Переріз 14	-2,365	12,500				
Переріз 15	0,228	12,500	13,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 16	0,228	0,004	13,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 17	0,240	0,004				
Переріз 18	0,252	0,004	13,000	6,030	1,000	7,030
Переріз 19	0,252	-12,500	13,000	6,030	1,000	7,030
Переріз 20	-5,998	-12,500				
Переріз 21	-12,248	-12,500	0,500	6,030	1,000	7,030
Переріз 22	-12,248	0,000	0,500	6,030	1,000	7,030
Переріз 23	-12,248	0,000				
Переріз 24	-12,248	0,000	0,500	6,030	1,000	7,030
Переріз 25	-12,248	12,500	0,500	6,030	1,000	7,030
Переріз 26	-5,998	12,500				
Переріз 27	0,252	12,500	13,000	6,030	1,000	7,030

Відносна похибка= 0,000%

Деформаційна перевірка збігається.

Зберегти

Друк

## Вихідні дані для розрахунку станини поперхового гідравлічного преса при $K = 1$

### Розрахунок статично невизначуваних систем методом сил

Прізвище, ім'я	Група:
N. E. S.	5-IS-75
Ступінь статичної невизначуваності	Кількість ділянок
2	9
OK	

Вектор інтенсивностей навантажень

0	0	10	10	0	0	0	0	0	0
---	---	----	----	---	---	---	---	---	---

Вектор довжин ділянок

6,03	0,415	1,25	1,25	0,415	6,03	1	1,33	1	1
------	-------	------	------	-------	------	---	------	---	---

Вектор відносних жорсткостей

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Матриця одиничних моментів

Переріз1	6,03	1	7,03
Переріз3	0	1	1
Переріз4	0	1	1
Переріз6	0	1	1
Переріз7	0	1	1
Переріз9	0	1	1
Переріз10	0	1	1
Переріз12	0	1	1
Переріз13	0	1	1
Переріз15	0	1	1
Переріз16	0	1	1
Переріз18	6,03	1	7,03
Переріз19	6,03	1	7,03
Переріз21	6,03	1	7,03
Переріз22	6,03	1	7,03
Переріз24	6,03	1	7,03
Переріз25	6,03	1	7,03
Переріз27	6,03	1	7,03

Вектор вантажних моментів

13	13	13	7,8125	7,8125	0	0	7,8125	7,8125
13	13	13	13	0,5	0,5	0,5	0,5	13

## Результати розрахунку станини поверхового гідравлічного преса при $K = 1$

Розрахунок статично невизначуваних систем методом сил

Студент: N. E. S.

Група: 5-ІS-75

Ступінь статичної невизначуваності: 2

Кількість ділянок: 9

Інтенсивність навантажень:

0,000 0,000 10,000 10,000 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000

Довжини ділянок:

6,030 0,415 1,250 1,250 0,415 6,030 1,000 1,330 1,000

Жорсткості:

1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000

Невідомі:

X1=0,0305

X2=-10,0329

	Ms:	Qs:	Mp:	M1:	M2:	M3:
Переріз 1	3,151	-0,031	13,000	6,030	1,000	7,030
Переріз 2	3,059	-0,031				
Переріз 3	2,967	-0,031	13,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 4	2,967	-12,500	13,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 5	0,373	-12,500				
Переріз 6	-2,220	-12,500	7,813	0,000	1,000	1,000
Переріз 7	-2,220	-12,500	7,813	0,000	1,000	1,000
Переріз 8	-8,080	-6,250				
Переріз 9	-10,033	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 10	-10,033	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 11	-8,080	6,250				
Переріз 12	-2,220	12,500	7,813	0,000	1,000	1,000
Переріз 13	-2,220	12,500	7,813	0,000	1,000	1,000
Переріз 14	0,373	12,500				
Переріз 15	2,967	12,500	13,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 16	2,967	0,031	13,000	0,000	1,000	1,000
Переріз 17	3,059	0,031				
Переріз 18	3,151	0,031	13,000	6,030	1,000	7,030
Переріз 19	3,151	-12,500	13,000	6,030	1,000	7,030
Переріз 20	-3,099	-12,500				
Переріз 21	-9,349	-12,500	0,500	6,030	1,000	7,030
Переріз 22	-9,349	0,000	0,500	6,030	1,000	7,030
Переріз 23	-9,349	0,000				
Переріз 24	-9,349	0,000	0,500	6,030	1,000	7,030
Переріз 25	-9,349	12,500	0,500	6,030	1,000	7,030
Переріз 26	-3,099	12,500				
Переріз 27	3,151	12,500	13,000	6,030	1,000	7,030

Відносна похибка= 0,000%

Деформаційна перевірка збігається.