

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Державний вищий навчальний заклад  
«Український державний хіміко-технологічний університет»

Методичні вказівки

до розв'язання задач  
з дисципліни «Основні процеси та апарати хімічної технології»  
(розділ «Гідравліка»)  
для студентів усіх спеціальностей і форм навчання

Затверджено на засіданні кафедри  
«Процеси та апарати хімічної  
технології».  
Протокол № 11 від 25.05.2012.

Методичні вказівки до розв'язання задач з курсу «Основні процеси та апарати хімічної технології» (розділ «Гідравліка») для студентів усіх спеціальностей і форм навчання / Укл.: В.М. Задорожній; А.О. Черемисінова. – Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ, 2013. – 76 с.

Укладачі: В.М. Задорожній, канд. техн. наук  
А.О. Черемисінова, канд. техн. наук

Відповідальний за випуск П.Г. Сорока, д-р техн. наук

#### Навчальне видання

Методичні вказівки до розв'язання задач  
з дисципліни «Основні процеси та апарати хімічної технології»  
(розділ «Гідравліка») для студентів усіх спеціальностей і форм навчання

Укладачі: ЗАДОРЖНИЙ Володимир Михайлович  
ЧЕРЕМИСІНОВА Анна Олександрівна

Авторська редакція

Підписано до друку 17.05.13. Формат 60 × 84 1/16. Папір ксерокс. Друк  
різограф. Умовн.-друк. арк. 3,52. Облік.–вид. арк. 3,58. Тираж 100 прим. Зам.  
№ 286. Свідоцтво ДК № 303 від 27.12.2000.

---

ДВНЗ УДХТУ, 49005, Дніпропетровськ-5, пр. Гагаріна, 8.

---

Видавничо-поліграфічний комплекс Інком центру

## ЗМІСТ

Вступ .....	5
1. Фізичні властивості рідин .....	6
1.1. Густина та питома вага рідини .....	6
1.2. В'язкість .....	10
1.3. Стисливість .....	20
1.4. Теплове розширення.....	21
1.5. Поверхневий натяг .....	22
2. Гідростатика .....	24
2.1 Основне рівняння гідростатики .....	24
2.2. Принцип сполучених посудин.....	25
3. Гідродинаміка .....	27
3.1. Основні поняття про рух рідин.....	27
3.2. Рівняння Бернуллі.....	33
3.3. Режим руху рідини .....	35
4. Гідрравлічний опір.....	37
5. Гідрравлічний розрахунок трубопроводів.....	51
5.1. Розрахунок простих та складних трубопроводів при сталому русі рідини.....	51
5.2. Несталий рух рідини у трубопроводах. Гідрравлічний удар.....	57
6. Витікання рідини через отвори і насадки .....	59
6.1. Витікання рідини через отвори, насадки та дроселі при постійному напорі.....	59
6.2. Витікання рідини через отвори та насадки при змінному напорі...	64
7. Вимірювання швидкості та витрати рідини у трубопроводах .....	67
8. Задачі для самостійного рішення .....	76
Список літератури .....	81

## ВСТУП

Метою практичних занять з курсу процесів та апаратів хімічних виробництв є навчання студентів методиці розрахунку та проектуванню хімічної апаратури шляхом розбору прикладів та розв'язання конкретних задач.

Пристаючи до розв'язання задачі, слід уявити фізичну суть процесу, зобразити схему пристрою, позначити стрілками напрямки руху потоків, нанести всі розміри та величини, розібратися в умовах роботи установки. Потім слід написати всі умови задачі, основні розрахункові рівняння, накреслити шлях розв'язання, розділивши задачу на низку окремих питань, знайти у довідниках необхідні числові значення, різних фізичних властивостей. Підставивши у розрахункові рівняння числові значення, перевірити вірність підстановки після чого почати виконання розрахунків.

Відповідь слід критично оцінювати з точки зору відповідності одержаного результату практичним умовам роботи установки або апарата, що розраховуються.

Корисно розв'язати задачу в загальному вигляді і проаналізувати результат, виявляючи вплив тих чи інших факторів, які входять в умови задачі.

## 1 ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ

У гідравліці прийнято об'єднувати рідини, гази та пари під однією назвою – рідини.

*Рідина* – це фізичне тіло, яке має властивості плинності і здібне змінювати свою форму під дією скільки завгодно малих сил.

При виводі основних закономірностей у гідравліці вводять поняття про гіпотетичну ідеальну рідину, яка на відзнаку від реальної (в'язкої) рідини, абсолютно не стискується під дією зовнішнього тиску, не змінює своєї густини при зміні температури і не має в'язкості.

Реальні рідини діляться на краплинні та пружні (гази або пара).

Краплинні рідини практично не стискуються і мають невеликий коефіцієнт об'ємного розширення.

Розрізняють наступні основні властивості рідин, знання яких необхідно для розрахунків процесів та апаратів хімічної технології.

### 1.1 Густина та питома вага рідини

Густина – маса одиниці об'єму рідини, вона позначається буквою  $\rho$ .

Питома вага та густина зв'язані між собою залежністю: [1]

$$\gamma = \rho \cdot g, \quad (1.1)$$

де  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння тіл.

Розмірності в системі СІ:

- густина ( $\text{кг/м}^3$ );
- питома вага ( $\text{Н/м}^3$ ).

Відносною густиною (відносною питомою вагою)  $\Delta$  називається відношення густини будь якої речовини (питомої ваги) до густини (питомої ваги) води при одних і тих же умовах:

$$\Delta = \frac{\rho}{\rho_{\text{в}}} = \frac{\gamma}{\gamma_{\text{в}}}, \quad (1.2)$$

де  $\rho, \gamma$  – питома густина та питома вага будь-якої речовини;

$\rho_{\text{в}}, \gamma_{\text{в}}$  – питома густина та питома вага води.

В інтервалі температур від 0 до  $100^{\circ}\text{C}$  густина води  $\rho_{\text{в}}$  з достатньою для технічних розрахунків точністю можна вважати постійною і рівною  $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Густину суміші рідин, при змішуванні яких не виникають суттєві фізико-хімічні зміни, приблизно можна розрахувати, вважаючи, що об'єм суміші дорівнює сумі об'ємів компонентів: [2]

$$\frac{1}{\rho_{\text{сум.}}} = \frac{x_1}{\rho_1} + \frac{x_2}{\rho_2} + \dots + \frac{x_n}{\rho_n}, \quad (1.3)$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - масові долі компонентів суміші;

$\rho_{\text{сум.}}, \rho_1, \rho_2, \rho_n$  - густина суміші та її компонентів, відповідно,  $\text{кг/м}^3$ .

По аналогічній формулі розраховують густина суспензії  $\rho_c$ : [2]

$$\frac{1}{\rho_c} = \frac{x}{\rho_{\text{ТВ}}} + \frac{1-x}{\rho_p}, \quad (1.4)$$

де  $x$  - масова доля твердої фази в суспензії;

$\rho_c, \rho_{\text{ТВ}}, \rho_p$  - густина суспензії, твердої фази та рідини, відповідно,  $\text{кг/м}^3$ .

Приклад 1.1. Відносна питома вага нафти  $\Delta=0,89$ . Визначити густина нафти.

*Розв'язання.* Відповідно до формули (1.2).

$$\Delta = \frac{\rho}{\rho_v} = \frac{\gamma}{\gamma_v},$$

тому  $\rho = \Delta \rho_v = 0,89 \cdot 1000 = 890 \text{ кг/м}^3$ .

Приклад 1.2. Знайти густина суміші двох рідин, яка складається із 40% (мас.) гліцерину та 60% (мас.) води. Густина гліцерину  $\rho_g = 1270 \text{ кг/м}^3$ , густина води  $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

*Розв'язання.* Відповідно до формули (1.3) маємо:

$$\frac{1}{\rho_{\text{сум.}}} \cdot \frac{x_1}{\rho_1} + \frac{x_2}{\rho_2} = \frac{x_g}{\rho_g} + \frac{x_v}{\rho_v} = \frac{0,4}{1270} + \frac{0,6}{1000} = 0,0009149 \text{ м}^3 / \text{кг},$$

тоді  $\rho_{\text{сум.}} = \frac{1}{0,0009149} = 1092,944 \text{ , кг/м}^3$ .

Приклад 1.3. Знайти густину водної суспензії, яка містить у собі 30% (мас.) сипкого матеріалу, густина якого  $\rho_{\text{ТВ}}=1650 \text{ кг/м}^3$ .

*Розв'язання.* На основі формули (1.4) маємо:

$$\frac{1}{\rho_c} = \frac{x}{\rho_{\text{ТВ}}} + \frac{(1-x)}{\rho_p} = \frac{0,3}{1650} + \frac{0,7}{1000} = 0,0008825, \text{ м}^3/\text{кг},$$

$$\text{тоді } \rho_c = \frac{1}{0,0008815} = 1134, \text{ кг/м}^3.$$

1.1.1. Густина газу (пари). На основі рівнянь Менделєєва - Клапейрона, густину будь-якого газу при температурі  $T$  і тиску  $P$  можна обчислити за формулою:

$$P = \rho_0 \frac{T_0 \cdot p}{T \cdot p_0} = \frac{M}{22,4} \cdot \frac{273 \cdot p}{T \cdot p_0}, \quad (1.5)$$

де  $\rho_0=M/22,4$ ,  $\text{кг/м}^3$  – густина газу за нормальних умов; ( $T_0=0^0\text{C}=273,15 \text{ К}$ ,  $p_0=760 \text{ мм.рт.ст.}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$ );

$M$  – молярна маса газу,  $\text{кг/кмоль}$ ;

$T$  – абсолютна температура газу,  $\text{К}$ .

Тиск  $P$  та  $P_0$  повинні бути виражені в однакових одиницях вимірювання.

Густина суміші газів обчислюється за формулою: [2]

$$\rho_{\text{сум}} = y_1\rho_1 + y_2\rho_2 + \dots + y_n\rho_n, \quad (1.6)$$

де  $y_1, y_2 \dots y_n$  – об'ємні долі компонентів газової суміші;

$\rho_1, \rho_2, \rho_n$  – відповідна густина компонентів,  $\text{кг/м}^3$ .

Приклад 1.4. Визначити в системі СІ густину діоксиду азоту при  $\rho_{\text{надм}}=10 \text{ кг/см}^2$  та  $t=20^0\text{C}$ . Атмосферний тиск 760 мм рт. ст. ( $1,03 \text{ кг/см}^2$ ).

*Розв'язання.* Використаємо формулу (1.5).

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0 \cdot p}{T \cdot p_0} = \frac{M}{22,4} \cdot \frac{273 \cdot p}{T \cdot p_0}.$$

Формула діоксиду азоту  $\text{NO}_2$ . Визначаємо його мольну масу:

$$M_{\text{NO}_2}=14 + 2 \cdot 16 = 46 \text{ кг/кмоль}.$$

Абсолютна температура газу  $T=273+t=273+20=293$  К.

Тиск газу  $p=p_0+p_{\text{надм}}=1,03+10=11,3$  кг/см<sup>2</sup>.

Густина діоксиду азоту:

$$\rho = \frac{46}{22,4} \cdot \frac{273}{293} \cdot \frac{11,03}{103} = 20,49 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 1.5. Визначити густину повітря під вакуумом  $P_{\text{вак}}=58,7$  КПа і температурі ( $-40^{\circ}\text{C}$ ). Атмосферний тиск прийняти 750 мм рт. ст.

*Розв'язання.* Для визначення густини повітря при заданих умовах скористуємося формулою (1.5)

$$\rho = \frac{M}{22,4} \cdot \frac{273 \cdot p}{T \cdot p_0}.$$

Спочатку визначимо всі величини, які входять в цю формулу.

Мольна маса повітря. Повітря складається із 79% азоту і 21% кисню по об'єму. Мольну масу суміші цих газів у заданому співвідношенні визначимо за формулою:

$$M = y_1 M_1 + y_2 M_2,$$

де  $y_1, y_2$  – об'ємна доля азоту і кисню відповідно;

$M_1, M_2$  – мольна маса азоту і кисню відповідно;

$y_1=0,79, y_2=0,21. M_1=14 \cdot 2=28$  кг/кмоль,  $M_2=16 \cdot 2=32$  кг/кмоль;

$M = 0,79 \cdot 28 + 0,21 \cdot 32 = 28,2$  кг/кмоль.

Тиск повітря:

$$p = p_a - p_{\text{вак}} = 100,062 - 58,7 = 41,362 \text{ КПа},$$

де  $p_a$  – атмосферний тиск ( $p_a=750$  мм рт.ст. = 0,75 м рт.ст);

$$P_a = \rho_{\text{рт}} gh = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,75 = 100,062 \text{ КПа};$$

де  $\rho_{\text{рт}}$  – густина ртуті;  $\rho_{\text{рт}} = 13600$  кг/м<sup>3</sup>

$p_{\text{в}}=5,87$  КПа – тиск вакууму;

$p_0=760$  мм рт.ст. =  $13600 \cdot 9,81 \cdot 0,76=101,396$  КПа – атмосферний тиск при нормальних умовах.

Температура повітря:

$$T=T_0 - t = 273 - 40 = 233^{\circ}\text{K}.$$

Ці величини підставимо в формулу (1.5):



$$\rho = \frac{28,2 \cdot 273 \cdot 41,362}{22,4 \cdot 233 \cdot 101,396} = 0,615 \text{ кг/м}^3.$$

## 1.2 В'язкість

Властивість рідини чинити опір силам, які обумовлюють відносне переміщення її частинок, називається в'язкістю. Ця властивість проявляється в рідинах, які рухаються.

Сила тертя між шарами рідини.[1]

$$\Delta T = -\mu \cdot \Delta F \cdot \frac{dw}{dn}, \quad (1.7)$$

де  $\Delta F$  – площа поверхні прилягаючих шарів рідини,  $\text{м}^2$ ;

$\frac{dw}{dn}$  - градієнт швидкості  $1/\text{с}$ ;

$\mu$  – коефіцієнт пропорційності, який називають динамічним коефіцієнтом в'язкості;

1.2.1 Одиниці вимірювання динамічного коефіцієнту в'язкості в різних системах одиниць вимірювання:

$$[\mu]_{CI} = \frac{H \cdot c}{\text{м}^2} = \text{Па} \cdot \text{с},$$

де: Н – одиниця ваги (ньютон);

с- секунда;

$$[\mu]_{\text{МКС}} = \text{кгс/м}^2;$$

$$[\mu]_{\text{СГС}} = \text{дін} \cdot \text{с/см}^2 = \text{П (пуаз) або сантипуаз (спз)}; 1 \text{спз} = 100 \text{ П (пуаз)}.$$

Співвідношення між одиницями вимірювання динамічного коефіцієнта в'язкості  $\mu$ :

$$1 \frac{\text{кгс} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = 98,1 \text{ пз} = 9810 \text{ спз}$$

$$1 \text{ П} = 100 \text{ спз} = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 1/98,1 \text{ кгс} \cdot \text{с/м}^2; 1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 10 \text{ пз} = 1000 \text{ спз}$$

Інколи в'язкість рідин характеризують кінематичним коефіцієнтом в'язкості або кінематичною в'язкістю:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \text{ м}^2/\text{с}. \quad (1.8)$$

1.2.2 В'язкість рідини та газів залежить від їх природи і змінюється із зміною температури і тиску.

Значення  $\mu$  для рідини при різних температурах можна визначити за допомогою номограми, яка приведена на рис.V.[2]

При відсутності експериментальних даних динамічний коефіцієнт в'язкості для багатьох органічних рідин (при 20<sup>0</sup>С) приблизно можна обчислити за допомогою емпіричної формули:

$$\lg(\lg\mu) = (\Sigma An + \Sigma p) \frac{\rho}{(10^3 \cdot M)} - 2,9, \quad (1.9)$$

де  $\mu$  – в'язкість рідини при атмосферному тискові і  $T = 20^0\text{C}$ ;

$\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$M$  – мольна маса, кг/кмоль;

$A$  – число однойменних атомів у молекулі органічної сполуки;

$n$  – число значення атомної константи;

$p$  – поправка на угруповання атомів та характер зв'язку між ними.

Числові значення атомних констант  $n$  та поправок  $p$  наведені в таблицях 1.1 і 1.2.

1.2.3. Для визначення динамічного коефіцієнту в'язкості газів при різних температурах можна використовувати номограму, яка приведена на рис. VI.[2].

Динамічний коефіцієнт в'язкості газових сумішей можна обчислювати за приблизною формулою: [1]

$$M_{\text{сум}} / \mu_{\text{сум}} = (y_1 M_1 / \mu_1) + (y_2 M_2 / \mu_2) + \dots + (y_n M_n / \mu_n), \quad (1.10)$$

де  $M_{\text{сум}}$ ,  $M_1$ ,  $M_2 \dots M_n$  – мольні маси суміші газів та окремих її компонентів відповідно, кг/кмоль;

$\mu_{\text{сум}}$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2 \dots \mu_n$  – відповідно коефіцієнти в'язкості; Па·с;

$y_1$ ,  $y_2 \dots y_n$  – об'ємні долі компонентів в суміші.

Для обчислення  $\mu_{\text{сум}}$  для газів використовують також наступну емпіричну формулу, справедливу при атмосферному тискові:

$$\mu_{\text{сум}} = \frac{y_1 \mu_1 \sqrt{M_1 T_{\text{кр1}}} + y_2 \mu_2 \sqrt{M_2 T_{\text{кр2}}} + \dots + y_n \mu_n \sqrt{M_n T_{\text{крn}}}}{y_1 \sqrt{M_1 T_{\text{кр1}}} + y_2 \sqrt{M_2 T_{\text{кр2}}} + \dots + y_n \sqrt{M_n T_{\text{крn}}}}, \quad (1.11)$$

де  $T_{\text{кр1}}$ ,  $T_{\text{кр2}}$ ,  $T_{\text{крn}}$  – критичні температури компонентів, К.

Решта позначень такі ж самі, як і в формулі (1.10).

В таблиці 1.3 наведені значення  $\sqrt{MT_{кр}}$  для деяких газів.

Таблиця 1.1 – Атомні константи в'язкості

Атоми	H	O	N	Cl	Br	I	C
Атомні константи, n	2,7	29,7	37,0	60,0	79,0	110,0	50,2

Таблиця 1.2 – Поправка до атомної константи

№	Характер зв'язку угруповання	Поправка P
1	2	3
1	Подвійний зв'язок	-15,5
2	Пятичленне кільце	-24,0
3	Шестичленне кільце	-21,0
4	Бокова група шестичленного кільця: мол. маса <17, мол. маса >17	-9,0 -17,0
5	Орто-та пара – положення інших замісників	+3,0
6	Мета- положення інших замісників	+1,0
7	$  \begin{array}{c}  R \quad \quad R \\  \diagdown \quad \diagup \\  \text{CH}-\text{CH} \\  \diagup \quad \diagdown \\  R \quad \quad R  \end{array}  $	+8
8	$  \begin{array}{c}  R \\    \\  R-C-R \\    \\  R  \end{array}  $	+13
9	$  \begin{array}{c}  O \\  // \\  R-C \\    \\  H  \end{array}  $	+16
10	$  \begin{array}{c}  O \\  // \\  R-C \\    \\  CH_3  \end{array}  $	+5,0
11	CH = CHCH <sub>2</sub> X (X- негативна група)	+4,0

12	R CH-X(X- негативна група) R	+6,0
13	OH	+24,7
14	COO	-19,6
15	COOH	-7,9
16	NO <sub>2</sub>	-16,4

Таблиця 1.4 – Значення  $\sqrt{MT_{кр}}$  для деяких газів

№ п/п	Газ	M	T <sub>кр</sub>	$\sqrt{MT_{кр}}$
1	Водяна пара	18	647	108
2	Повітря	29	132,7	61,9
3	Діоксид вуглецю	44	304	115,5
4	Азот	28	126	59,5
5	Кисень	32	154	70,2
6	Водень	2	33	8,13
7	Оксид вуглецю	28	134	61,4
8	Метан	16	190	55,1
9	Етилен	28	283	89,0
10	Етан	30	305	95,6
11	Пропан	44	370	128
12	Бутан	58	426	157
13	Пентан	72	470	184
14	Гексан	86	508	209

1.2.4 Залежність в'язкості газів від температури приведена в таблиці 1.4.

Таблиця 1.4 – Динамічний коефіцієнт в'язкості газів  $\mu \cdot 10^7$ , Па·с

Темпе- ратура	Пові- тря	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	CO	H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	Водя- на пара
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
-160	78,1	77,1	87,9	-	74,4	46,0	44,9	-	-	-
-140	92,0	90,0	103	-	87,4	51,5	52,8	-	-	-

-120	105	103	117	-	99,9	56,8	60,5	-	-	-
-100	117	114	131	-	112	61,8	68,1	62	-	-
-80	129	126	144	-	124	66,5		68	-	-
-60	140	136	157	108	135	71,1	82,5	75	-	-
-40	151	147	169	118	145	75,6		81	-	-
-20	162	157	181	127	156	79,9	95,9	88	-	-
0	172	166	192	137	166	84,1	102	94	86	-
20	181	175	203	146	175	88,2	109	101	92	95,6
40	191	184	213	156	185	92,2	115	108	98	103
60	200	193	223	165	194	96,1	121	115	104	110
80	209	201	233	173	202	100	127	122	109	117
100	217	209	243	182	211	104	133	128	115	125
150	238	229	266	203	231	113	147	142	129	143
200	257	247	288	222	251	122	160	156	142	161
250	275	265	309	241	269	130	173	169	155	179
300	293	282	329	259	287	139	184	181	166	197
350	309	298	348	276	304	147	196	192	176	215
400	325	313	367	293	320	154	207	202	184	233
450	340	328	385	309	336	162	217	212	195	251
500	355	342	402	324	352	169	227	222	204	269
550	369	355	419	339	367	177	237	-	-	287
600	383	368	436	354	382	184	246	-	230*	306
650	396	381	452	368	369	191	256	-	-	327
700	409	393	468	382	410	198	265	-	249*	348
800	433	417	500	408	437	211	283	-	269*	387
900	457	440	530	434	464	223	300	-	283*	424
1000	479	461	559	459	490	235	316	-	299*	456

\*Ці величини розраховані за формулою Сатерленда: [2] табл.V.

$$\mu_T = \frac{KT^{3/2}}{(T+C)}, \quad (1.12)$$

де T – температура, К;

K та C – постійні Сатерленда.

Формула Сатерленда може бути використана для наближеного розрахунку в'язкості газів, температура яких більше  $1000^{\circ}\text{C}$ .

1.2.5 Для суміші нормальних (неасоційованих) рідин значення  $\mu_{\text{сум}}$  можна обчислити за формулою: [2]

$$\lg \mu_{\text{сум}} = x_1 \cdot \lg \mu_1 + x_2 \lg \mu_2 + \dots + x_n \lg \mu_n, \quad (1.13)$$

де  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  – динамічні коефіцієнти в'язкості складових компонентів Па·с;

$x_1, x_2, x_n$  – мольні доли компонентів суміші.

Відповідно з адитивністю плинності компонентів динамічний коефіцієнт в'язкості суміші нормальних рідин обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{\mu_{\text{сум}}} = \frac{Cx_1}{\mu_1} + \frac{Cx_2}{\mu_2} + \dots + \frac{Cx_n}{\mu_n}, \quad (1.14)$$

де  $Cx_1, Cx_2, \dots, Cx_n$  – об'ємні доли компонентів у суміші.

1.2.6 Динамічний коефіцієнт в'язкості розведених суспензій  $\mu_c$  можна обчислити за формулами: [2]

при концентрації твердої фази до 10% (об.)

$$\mu_c = \mu_p \cdot (1 + 2,5 \varphi), \quad (1.15)$$

при концентрації твердої фази до 30% (об.)

$$\mu_c = \mu_p \cdot \frac{0,59}{(0,77 - \varphi)^2}, \quad (1.16)$$

де  $\mu_p$  – динамічний коефіцієнт в'язкості рідини Па·с;

$\varphi$  – об'ємна доля твердої фази суспензії.

1.2.7 Динамічний коефіцієнт в'язкості рідини можна знайти по динамічному коефіцієнту в'язкості еталону, застосувавши правило лінійності однозначних хіміко-технологічних функцій.

Відповідно до цього правила:

$$\frac{t\mu_1 - t\mu_2}{\theta\mu_1 - \theta\mu_2} = K = \text{const}, \quad (1.17)$$

де  $t\mu_1$  і  $t\mu_2$  – температура рідини;

$\theta\mu_1$  і  $\theta\mu_2$  – температура етанолу, при яких його динамічні коефіцієнти в'язкості дорівнюють відповідним динамічним в'язкості рідини  $\mu_1$  та  $\mu_2$ .

Для багатьох рідин залежність між  $\lg\mu$  та  $1/T$  практично лінійна. [2]

$$\lg\mu = a + (b/T), \quad (1.18)$$

де  $a$  і  $b$  – індивідуальні константи рідини, які визначаються за двома відомими значеннями  $\mu$  при відповідних температурах;

$T$  – температура, К.

З цього рівняння витікає, що залежність між логарифмами динамічних коефіцієнтів в'язкості двох рідин А та В при однакових температурах також буде лінійна:

$$\frac{\lg\mu_{A_1T_1} - \lg\mu_{A_1T_2}}{\lg\mu_{B_1T_1} - \lg\mu_{B_1T_2}} = K = \text{const}. \quad (1.19)$$

При наближених розрахунках динамічних коефіцієнтів в'язкості рідин за правилом лінійності результати будуть тим точніші, чим ближчим будуть за своїми властивостями порівнювані рідини (водні розчини солей-вода, насичені вуглеводні – гептан, тощо).

Приклад 1.5. У кільцевий проміжок між двома циліндрами ( $D=210$  мм,  $d=202$  мм) залито трансформаторне масло ( $\rho=910$  кг/м<sup>3</sup>) при температурі 20<sup>0</sup>С. Внутрішній циліндр рівномірно обертається з частотою  $n = 120$  хв<sup>-1</sup>. Визначити динамічний і кінематичний коефіцієнт в'язкості масла, знаючи, що момент прикладений до внутрішнього циліндра,  $M=0,065$  Н.м., а висота стовпа рідини у проміжку між циліндрами  $h=120$  мм. Тертям основи циліндра об рідину знехтувати.

*Розв'язання.* Визначаємо величину проміжка між циліндрами:

$$\delta = \frac{D - d}{2} = \frac{210 - 202}{2} = 4 \text{ мм.}$$

Так як  $\delta \ll d$ , то проміжок між циліндрами можна вважати плоским. Припустимо, що швидкість у проміжку збільшується від 0 (біля стінки зовнішнього циліндра) до  $\omega = \pi dn / 60$  (біля стінки внутрішнього циліндра) за лінійним законом.

Сила тертя на внутрішньому циліндрі:

$$T = \mu \cdot \frac{d\omega}{dy} \cdot F = \mu \cdot \frac{\pi dn}{30(D - d)} \cdot \pi dh = \mu \frac{\pi^2 \cdot d^2 \cdot n \cdot h}{30(D - d)}.$$

Тут  $F = \pi d \cdot h$  - площа бокової поверхні внутрішнього циліндра.

З іншого боку, сила тертя дорівнює крутячому моменту  $M$ , поділеному на плече:

$$T = 2M/d.$$

Порівнявши праві частини обох формул, виражаючи силу  $T$ , знайдемо динамічний коефіцієнт в'язкості:

$$\mu = \frac{60M \cdot (D - d)}{\pi^2 \cdot d^3 \cdot n \cdot h} = \frac{60 \cdot 0,65(0,21 - 0,202)}{3,14^2 \cdot 0,0202^3 \cdot 120 \cdot 0,12} = 0,0266 \text{ Па}\cdot\text{с}.$$

Кінематичний коефіцієнт в'язкості масла знайдемо за формулою (1.8):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,0266}{910} = 0,29 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Приклад 1.6. Визначити кінематичний коефіцієнт в'язкості діоксиду вуглецю при  $t=30^\circ\text{C}$  і  $p=5,28 \text{ кг}/\text{см}^2$ .

*Розв'язання.* Нехтуючи залежністю динамічного коефіцієнту в'язкості від тиску, знаходимо у таблиці 1.4. динамічний коефіцієнт в'язкості для діоксиду вуглецю при  $30^\circ\text{C}$ :

$$\mu = 0,0151 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}.$$

Визначаємо густину діоксиду вуглецю за формулою (1.5).

$$\rho = \frac{44}{22,4} \cdot \frac{273 \cdot 5,28}{303 \cdot 1,033} = 9,05 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Кінематичний коефіцієнт в'язкості знаходимо за допомогою формули (1.8):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,015 \cdot 10^{-3}}{9,05} = 1,66 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Приклад 1.7. Припускаючи відсутність експериментальних даних, визначити приблизно динамічний коефіцієнт в'язкості нітробензолу ( $\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$ ) при  $20^\circ\text{C}$ .

*Розв'язання.* Використаємо формулу (1.9):

$$\lg(\lg\mu) = (\Sigma A \cdot n + \Sigma P) \frac{\rho}{10^3 M} - 2,9.$$

Мольна маса нітробензолу  $M=123 \text{ кг}/\text{кмоль}$ ;



Густина  $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$ , [2] табл. IV.

Визначаємо суму атомних констант (табл. 1.1):

$$\Sigma A \cdot n = 6 \cdot 50,2 + 5 \cdot 2,7 + 1 \cdot 37 + 2 \cdot 29,7 = 411,1.$$

Визначаємо суму структурних поправок  $\Sigma p$  за пунктом 1, 3, 4 і 16 (табл. 1.2.):

$$\Sigma p = 3(-15,5) + 1(-21) + 1(-17) + 1(-16,4) = -100,9.$$

Тоді  $\Sigma An + \Sigma P = 411,1 - 100,9 = 310,2 = K$ .

Далі  $\lg(\lg \mu) = K(\rho / 10^3 \cdot N) - 2,9 = 310,2(1200 / 10^3 \cdot 123) - 2,9 = 0,126$ ,

$$\lg \mu = 10^{0,126} = 1,3365; \mu = 10^{1,33} = 21,67 \text{ мП} = 2,16 \text{ сП} = 2,167 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

що співпадає з експериментальними даними.

Приклад 1.8. Визначити динамічний коефіцієнт в'язкості паливних газів такого складу  $\text{CO}_2$ -16%,  $\text{O}_2$ -5%,  $\text{N}_2$ -79% (по об'єму). Температура газів  $400^\circ\text{C}$ , тиск  $P_{\text{абс}} = 1 \text{ кг/см}^2$ .

*Розв'язання.* У таблиці 1.4 знаходимо динамічні коефіцієнти в'язкості окремих газів-компонентів суміші при  $400^\circ\text{C}$ :

$$\mu_{\text{CO}_2} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с} \quad \mu_{\text{O}_2} = 3,67 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с} \quad \mu_{\text{N}_2} = 3,13 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Розрахунок динамічного коефіцієнту в'язкості суміші виконаємо за формулою (1.10):

$$\begin{aligned} M_{\text{сум}} / \mu_{\text{сум}} &= (y_1 M_1 / \mu_1) + (y_2 M_2 / \mu_2) + \dots + (y_n M_n / \mu_n) = \\ &= \frac{0,16 \cdot 44}{2,93 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,05 \cdot 32}{3,67 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,79 \cdot 29}{3,13 \cdot 10^{-3}} = 10,155 \cdot 10^5. \end{aligned}$$

Обчислюємо мольну масу суміші:

$$M_{\text{сум}} = 0,16 \cdot 44 + 0,05 \cdot 32 + 0,79 \cdot 28 = 30,8 \text{ кг/моль}.$$

Динамічний коефіцієнт в'язкості суміші:

$$\mu_{\text{сум}} = \frac{30,8}{10,155 \cdot 10^5} = 0,0304 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Приклад 1.9. Відомо, що динамічний коефіцієнт в'язкості хлорбензолу при  $20^\circ\text{C}$  дорівнює  $0,9 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ , а при  $50^\circ\text{C}$  –  $0,6 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ . Визначити, користуючись правилом лінійності, динамічний коефіцієнт в'язкості хлорбензолу при  $70^\circ\text{C}$ .

*Розв'язання.* За еталону рідину візьмемо воду. Знайдемо температуру еталонної рідини, при яких її динамічний коефіцієнт в'язкості дорівнює  $0,9 \cdot 10^{-3}$  Па·с.

Для води динамічний коефіцієнт в'язкості  $0,9 \cdot 10^{-3}$  Па·с відповідає температурі  $25^{\circ}\text{C}$ , а  $0,6 \cdot 10^{-3}$  Па·с – температурі  $45^{\circ}\text{C}$ . [2] , табл.. XXXIX

Тоді постійна рівняння 1.17

$$K = \frac{t\mu_1 - t\mu_2}{\theta\mu_1 - \theta\mu_2} = \frac{50 - 20}{45 - 25} = 1,5.$$

Далі знаходимо температуру води, при якій її динамічний коефіцієнт в'язкості дорівнює динамічному коефіцієнту в'язкості хлорбензолу при  $70^{\circ}\text{C}$ , з рівняння:

$$1,5 = \frac{70 - 20}{\theta\mu_2 - 25}.$$

Звідси  $\theta\mu_2 = 58,4^{\circ}\text{C}$ . При цій температурі знаходимо для води  $\mu_3 = 0,48 \cdot 10^{-3}$  Па·с.

Приклад 1.10. Визначити кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини, яка складається із 70% (мол) кисню та 30% (мол) азоту при 84K і  $p_{\text{абс}}=0,1$  МПа.

*Розв'язання.* Вважаючи, що рідкі кисень та азот належать до класу нормальних рідин, динамічний коефіцієнт в'язкості суміші визначимо за формулою (1.13). При 84 K для рідкого кисню  $\mu_1 = 22,6 \cdot 10^{-5}$  Па·с, а для рідкого азоту  $\mu_2 = 11,8 \cdot 10^{-5}$  Па·с, тоді:

$$\lg\mu_{\text{сум}} = x_1 \cdot \lg\mu_1 + x_2 \lg\mu_2 = 0,71\lg(22,6 \cdot 10^{-5}) + 0,31\lg(11,8 \cdot 10^{-5}) = 6,2694.$$

Звідки  $\mu_{\text{сум}} = 18,6 \cdot 10^{-5}$  Па·с.

Масові доли компонентів у суміші:

$$x_1 = \frac{0,7 \cdot 32}{0,7 \cdot 32 + 0,3 \cdot 28} = 0,727,$$

$$x_2 = \frac{0,3 \cdot 28}{0,7 \cdot 32 + 0,3 \cdot 28} = 0,273.$$

Густина рідкого кисню  $\rho_1 = 1180 \text{ кг/м}^3$ , а рідкого газу  $\rho_2 = 780 \text{ кг/м}^3$ .

Густину суміші визначимо за формулою (1.3):

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{1}{\left(\frac{0,727}{1180}\right) + \left(\frac{0,273}{780}\right)} = 1030 \text{ кг/м}^3.$$

Кінематичний коефіцієнт в'язкості суміші:

$$\nu_{\text{сум}} = \frac{\mu_{\text{сум}}}{\rho_{\text{сум}}} = \frac{18,6 \cdot 10^{-5}}{1030} = 0,18 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Приклад 1.1.1. Знайти динамічний коефіцієнт в'язкості суспензії бензидину у воді, якщо у посудину завантажено на  $10 \text{ м}^3$  води 1 т бензидину. Температура суспензії  $20^\circ\text{C}$ , відносна густина твердої фази 1,2.

*Розв'язання.* Обчислимо об'єм твердої фази:

$$V = \frac{G}{\rho} = \frac{1000}{1,2 \cdot 1000} = 0,833 \text{ м}^3.$$

Об'ємна концентрація твердої фази у суспензії:

$$\varphi = \frac{0,833}{10 + 0,833} = 0,077 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

При  $20^\circ\text{C}$  динамічний коефіцієнт в'язкості води дорівнює  $1 \text{ мПа}\cdot\text{с}$  [2]

Динамічний коефіцієнт в'язкості суспензії обчислимо за формулою (1.15):

$$\mu_c = \mu_p \cdot (1 + 2,5 \cdot \varphi) = 1 \cdot (1 + 2,5 \cdot 0,077) = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}.$$

### 1.3. Стисливість

Стисливість – це властивість рідини змінювати свій об'єм під дією тиску. Вона визначається коефіцієнтом об'ємної стисливості  $\beta_p$ , який показує відносну зміну об'єму рідини, що припадає на одиницю тиску: [1]

$$\beta_p = -\frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta P}, \quad (1.19)$$

де  $\Delta V$  – зменшення об'єму при збільшенні тиску на  $\Delta P$ , м<sup>3</sup>;

$V_0$  – початковий об'єм рідини, м<sup>3</sup>;

$\beta_p$  – розмірність коефіцієнта стисливості, Па<sup>-1</sup>.

Коефіцієнт об'ємного стискання  $\beta_p$  зв'язаний з об'ємним модулем пружності  $E$  співвідношенням:

$$\beta_p = 1/E. \quad (1.20)$$

Значення коефіцієнта об'ємного стиснення для деяких рідин приведені у таблиці 1.5.

#### 1.4. Теплове розширення

Теплове розширення рідини характеризується температурним коефіцієнтом теплового розширення, який показує відносну зміну об'єму рідини при зміні температури на 1 К.

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}, \quad (1.21)$$

де  $\Delta t$  – зміна температури рідини, К.

Значення температурного коефіцієнта об'ємного розширення для деяких рідин приведені в таблиці 1.5.

Таблиця 1.5 – Коефіцієнти об'ємного стиснення та температурного розширення для деяких рідин

Рідина	Коефіцієнт об'ємного стискування $\beta_p \cdot 10^9, \text{Па}^{-1}$	Коефіцієнт об'ємного розширення $\beta_t \cdot 10^3, \text{K}^{-1}$	Рідина	Коефіцієнт об'ємного стискування $\beta_p \cdot 10^9, \text{Па}^{-1}$	Коефіцієнт об'ємного розширення $\beta_t \cdot 10^3, \text{K}^{-1}$
Вода	0,49	0,20	Масла		
Ртуть	0,039	0,18	И-20	0,72	0,73
Гліцерин	0,25	0,49	И-50	0,68	-
Бензин	0,92	1,255	АМГ-10	0,74	0,83
Гас	0,77	0,96	Турбінне-57	0,56	0,65
Етиловий спирт	0,78	1,10			

## 1.5 Тиск

Рідина тисне на дно і стінки посудини, у якій вона знаходиться, а також на поверхню зануреного в неї будь-якого тіла. Сила  $\Delta P$ , з якою рідина тисне на елементарну поверхню  $\Delta F$  у перпендикулярному до неї напрямку, називається силою гідростатичного тиску. А відношення  $\Delta P / \Delta F$  називається середнім гідростатичним тиском. Границя відношення  $\Delta P / \Delta F$  при  $\Delta F \rightarrow 0$  називається гідростатичним тиском у даній точці.

$$P = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta P}{\Delta F} \right). \quad (1.22)$$

Одиниця вимірювання тиску в СІ-Па, у системі МКГСС – кгс/м<sup>2</sup>. У деяких розрахунках тиск вимірюють у фізичних та технічних атмосфера або в одиницях висоти Н стовпа манометричної рідини (води, ртуті та ін.).

Зв'язок між тиском виміряним у Па та в одиницях висоти стовпа рідини має вид:

$$p = \rho g H, \quad (1.23)$$

Співвідношення між одиницями вимірювання тиску в різних системах такі:

1 атмосфера фізична (1 атм) = 760 мм.рт.ст. = 10,33 мм.водн.ст. =  
= 1,033 кгс/см<sup>2</sup> = 101300 Па.

1 атмосфера технічна (1 ат) = 10 м.вод.ст. = 735,6 мм.рт.ст. = 1 кгс/см<sup>2</sup> =  
= 10000 кгс/м<sup>2</sup> = 98100 Па.

Прибори для вимірювання тиску (манометри та вакуумметри) показують не абсолютний тиск  $P_{\text{абс}}$  усередині замкненого об'єму, а різницю між абсолютним та атмосферним (барометричним) тиском. Цю різницю називають надмірним тиском  $P_{\text{надм.}}$ , якщо тиск у об'ємі перевищує атмосферний і розрідженням  $P_{\text{вак.}}$ , якщо нижчий атмосферного. Таким чином:

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{надм}} + P_{\text{атм}} \quad (1.24)$$

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{атм}} + P_{\text{вак}} \quad (1.25)$$

Приклад 1.12. Визначити на скільки зменшиться тиск масла в закритому об'ємі ( $V_0 = 150$  л) гідроприводу, якщо втрата масла складає  $\Delta V = 0,5$  л, а коефіцієнт об'ємного стискання  $\beta_p = 7,5 \cdot 10^{10}$ , Па<sup>-1</sup>. Деформаціями елементів об'ємного гідроприводу знехтувати.

Розв'язання. За формулою (1.19) знаходимо:

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\beta_p} = \frac{0,5}{150} \cdot \frac{1}{7,5 \cdot 10^{10}} = 2,67 \cdot 10^6 \text{ Па} = 2,67 \text{ МПа}.$$

Приклад 1.13. Висота циліндричного вертикального резервуару дорівнює  $h=10$  м, його діаметр  $D=3$  м. Визначити масу мазуту ( $\rho_0=920$  кг/м<sup>3</sup>), яку можна залити в резервуар при  $15^{\circ}\text{C}$ , якщо його температура може піднятися до  $40^{\circ}\text{C}$ . Розширенням стінок резервуару знехтувати, температурний коефіцієнт об'ємного розширення мазуту  $\beta_t=0,0008$  К<sup>-1</sup>.

*Розв'язання.* При підвищенні температури рідина розширюється і її об'єм збільшується. Нехай  $V_0$  і  $H_0$  – об'єм висота стовпа мазуту при  $15^{\circ}\text{C}$ , а  $V$  і  $H$  – те ж саме, при  $40^{\circ}\text{C}$ , причому  $H$  не може бути більше ніж висота резервуару. Відповідно до формули (1.21) маємо:

$$\beta_t = \frac{V - V_0}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi D^2}{4} \cdot H - \frac{\pi D^2}{4} \cdot H_0}{\frac{\pi D^2}{4} \cdot H_0} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{H - H_0}{H_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}.$$

Приймаючи  $H=h=10$  м, та  $\Delta t=40-15=25^{\circ}\text{C}$ , одержимо:

$$H_0 = \frac{H}{1 + \beta_t \Delta t} = \frac{10}{1 + 0,0008 \cdot 25} = 9,8 \text{ м.}$$

Маса мазуту, яку можна залити в резервуар:

$$m = \rho_0 V_0 = \rho_0 \frac{\pi D^2}{4} \cdot H_0 = 920 \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} \cdot 9,8 = 63700 \text{ кг.}$$

Приклад 1.14. Визначити підвищення тиску у закритому об'ємі гідроприводу при підвищенні температури масла від  $20$  до  $40^{\circ}\text{C}$ , якщо температурний коефіцієнт об'ємного розширення  $\beta_t=7 \cdot 10^{-4}$  К<sup>-1</sup>, Коефіцієнт об'ємного стискання  $\beta_p=6,5 \cdot 10^{-10}$ , Па<sup>-1</sup>. Витікання рідини відсутнє.

*Розв'язання.* При підвищенні температури об'єм рідини збільшується і відповідно до формули (1.21) це збільшення становить:

$$\Delta V = \beta_t \cdot V_0 \cdot \Delta t,$$

де  $V_0$  – первинний об'єм рідини;

$\Delta t=40-20=20^{\circ}\text{C}$  – підвищення температури.

Із формули (1.19) знайдемо збільшення тиску:

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\beta_p}.$$

Підставивши сюди знайдене значення  $\Delta V$ , одержимо:

$$\Delta p = \frac{\beta_t}{\beta_p} \cdot \Delta t = \frac{7 \cdot 10^{-4}}{6,5 \cdot 10^{-10}} \cdot 20 = 21,7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 21,7 \text{ МПа}.$$

Приклад 1.15. Знайти величину надмірного тиску нафти ( $\rho=980 \text{ кг/м}^3$ ) на дно закритого циліндричного резервуара. Висота стовпа нафти  $H=10 \text{ м}$ .

Розв'язання. Відповідно до формули (1.23) маємо:

$$p = \gamma \cdot H = \rho g H = 980 \cdot 9,81 \cdot 10 = 9,6 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

## 2 Гідростатика

### 2.1 Основне рівняння гідростатики

Для нев'язких (ідеальних) нестисливих рідин, рівняння гідростатики має вигляд:

$$z + \frac{p}{\rho \cdot g} = \text{const.} \quad (1.26)$$

Для двох будь-яких горизонтальних площин 1 і 2 (рис.2.1) рівняння (1.26) приймає таку формулу:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g}, \quad (1.27)$$

де  $z_1$  та  $z_2$  – висоти розміщення двох точок всередині нерухомої однорідної крапельної рідини над довільно вибраною горизонтальною площиною, від якої ведеться вимірювання, м;

$p_1$  та  $p_2$  – гідростатичний тиск в цих точках, Па.

Величину  $z$  у рівнянні (1.27) називають нівелірною висотою або геометричним напором. Геометричний напір характеризує питому потенціальну енергію положення даної точки над вибраною площиною порівняння. Величину  $p/\rho g$  називають статичним об'ємом або п'езометричним напором, тобто гідростатичний тиск у даній точці. Він характеризує питому потенціальну енергію тиску, яка приходиться на одиницю ваги рідини.

Рівняння (1.27) можна представити в такому вигляді:

$$p = p_0 + \rho g(z_1 + z_2). \quad (1.28)$$

Рівняння (1.28) являє собою закон Паскаля, відповідно до якого тиск, що створюється у будь-якій точці нерухомої рідини, передається всім точкам її об'єму без змін.

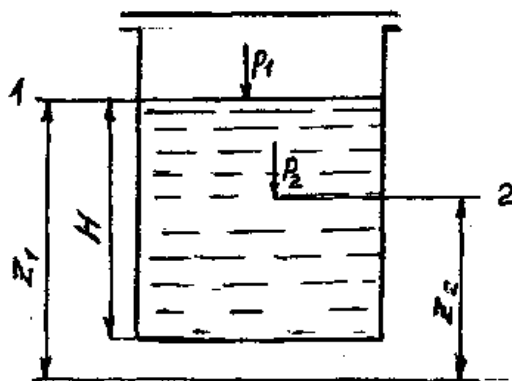


Рисунок 2.1

## 2.2 Принцип сполучених посудин

У відкритих або закритих сполучених між собою посудинах, що знаходяться під однаковим тиском і заповнених однорідною рідиною, їх рівні розташовуються на одній висоті незалежно від форми поперечного перерізу посудин. Якщо сполучені посудини заповнені двома рідинами, що не змішуються між собою і мають різні густини  $\rho_1$  та  $\rho_2$ , то:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad (1.29)$$

де  $z_1$  та  $z_2$  – висота рівня рідини у посудині над площиною, яка проходить через поверхню розділу цих рідин.

Якщо сполучені посудини заповнені однією і тією ж рідиною, що має густину  $\rho$ , але тиски над рівнями рідини в них не однакові, то:

$$z_2 \rho g - z_1 \rho g = p_1 - p_2. \quad (1.30)$$



Приклад 2.1. У відкриті сполучені посудини залиті вода ( $\rho=1000 \text{ кг/м}^3$ ) та бензин. Визначити густину бензину, якщо висота стовпа води  $h=150 \text{ мм}$ , а різниця рівнів рідин  $a=60 \text{ мм}$  (рис. 2.2).

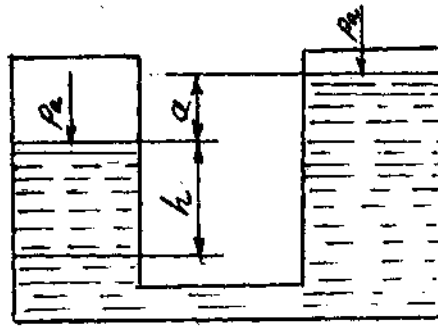


Рисунок 2.2

*Розв'язання.* Скористуємося формулою (1.29):

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

звідки

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{z_1}{z_2}.$$

Рівень води  $z_1 = h = 150 \text{ мм}$ .

Рівень бензину  $z_2 = h + a = 150 + 60 = 210 \text{ мм}$ .

Тоді густина бензину  $\rho_\delta = \rho_2$ .

$$\rho_\delta = 1000 \cdot \frac{150}{210} = 714 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 2.2. Визначити надмірний тиск води ( $\rho=1000 \text{ кг/м}^3$ ) у закритому резервуарі, якщо покази батарейного двохрідинного манометра (рис. 2.3) (вода-ртуть) становлять  $h_1=800 \text{ мм}$ ,  $h_2 = 100 \text{ мм}$ ;  $h_3 = 600 \text{ мм}$ ,  $h_4=200 \text{ мм}$ ,  $h_5=1400 \text{ мм}$ .

Розв'язання. Знаходимо послідовно надмірний тиск у точках В, С, D, E, F, G і К, приймаючи до уваги той факт, що у всіх точках горизонтальної площини, проведеної у однорідній рідині, гідростатичні тиски однакові:

$$P_c = P_B = \rho_{рт} \cdot g (h_5 - h_4);$$

$$P_E = P_D = P_c \cdot \rho g (h_3 - h_4) = \rho_{рт} \cdot g (h_3 - h_4);$$

$$P_G = P_F = P_E + \rho_{рт} \cdot g (h_3 - h_2) = \rho_{рт} \cdot g (h_5 - h_4) - \rho g (h_3 - h_4) + \rho_{рт} \cdot g (h_3 - h_2).$$

Надмірний тиск у резервуарі:

$$\begin{aligned} P_K = P_G - \rho g (h_1 - h_2) &= \rho_{рт} \cdot g (h_5 - h_4) - \rho g (h_3 - h_4) + \rho_{рт} \cdot g (h_3 - h_2) - \rho g (h_1 - h_2) = \\ &= \rho_{рт} \cdot g (h_5 - h_4 + h_3 - h_2) - \rho g (h_3 - h_4 + h_1 - h_2) = 13600 \cdot 9,81; \\ &(1,4 - 0,2 + 0,6 - 0,1) - 1000 \cdot 9,81(0,6 - 0,2 + 0,8 - 0,1) = 219000 \text{ Па.} \end{aligned}$$

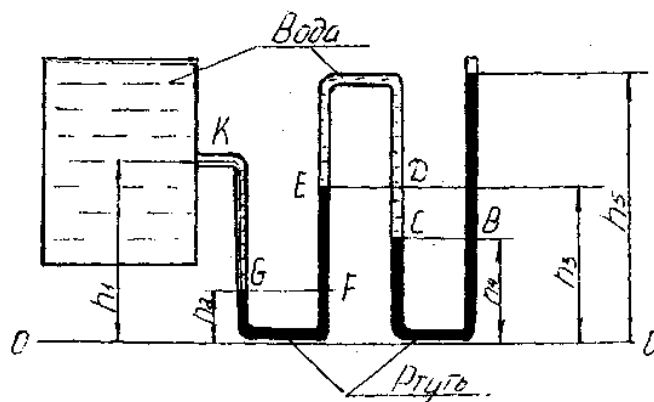


Рисунок 2.3.

### 3 Гідродинаміка

#### 3.1 Основні поняття про рух рідини. Рівняння витрати (суцільності потоку)

Рух рідини може бути стаціонарним (сталим) і нестаціонарним (не сталим), рівномірним і нерівномірним, напірним і безнапірним, плавно змінним та різко змінним, ламінарним та турбулентним.

*Напірним* називається такий рух рідини у закритому руслі, при якому потік не має вільної поверхні, а тиск в рідині відрізняється від атмосферного

тиску. При безнапірному русі рідина має вільну поверхню, тиск у всіх точках якої дорівнює тиску над її поверхнею.

Режим руху рідини може змінюватися з часом і в просторі.

*Стаціонарним* (сталим) називається такий рух рідини, при якому швидкість, тиск та фізичні властивості рідини (густина, в'язкість тощо) не змінюються з часом у будь-якій її точці. У протилежному разі рух називається нерівномірним.

*Стаціонарний рух* називається рівномірним, якщо живі перерізи потоку, середні та місцеві його швидкості у відповідних точках у всіх живих перерізах однакові. У протилежному разі рух називається нерівномірним.

*Лінією току* називається лінія, проведена в рідині так, що в будь-якій її точці вектор швидкості в даний момент часу має напрямок дотичної до неї. Рух рідини називається плавно змінним, якщо кривизна ліній току і кут розходження між ними незначні. У протилежному разі рух називається різко змінним.

Трубчаста поверхня, утворена лініями току, проведеними через усі точки нескінченно малого замкнутого контуру у рухомій рідині, називається трубкою току. Частина потоку, що розташована у середині трубки току, називається елементарним струменем.

*Потік* – це сукупність елементарних струменів.

*Живим перерізом* називається поверхня усередині потоку, що нормальна у будь-якій точці до відповідної лінії току. Частина периметру живого перерізу, що стикається з твердими стінками, називається змоченим периметром.

Відношення поверхні живого перерізу  $S$  до змоченого периметру  $\Pi$  називається гідравлічним радіусом:

$$R_r = S/\Pi. \quad (3.1)$$

Для круглої трубки при напірній течії:

$$R_r = d/4. \quad (3.2)$$

Звідки  $d_r = 4R$  – еквівалентний діаметр.

Наприклад для напірного потоку у трубі прямокутного поперечного перерізу ( $b \times h$ ) гідравлічний радіус та еквівалентний діаметр відповідно дорівнюють:

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{bh}{2(b+h)}, \quad d_r = \frac{2bh}{b+h}. \quad (3.3)$$

Об'ємною витратою називають кількість рідини, що проходить через живий переріз потоку в одиницю часу. Вона може бути виміряна об'ємним способом.

$$Q = \frac{V}{t}, \quad (3.4)$$

де  $V$  – об'єм мірного бачка,  $\text{м}^3$ ;

$t$  – час його наповнення, с.

Об'ємна витрата може бути обчислена також за формулою:

$$Q = \int_S \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S}, \quad (3.5)$$

де  $d\mathbf{S}$  – площа перерізу елементарної площинки,  $\text{м}^2$ ;

$\mathbf{u}$  – місцева швидкість у центрі тяжіння цієї площинки,  $\text{м/с}$ .

Середньою швидкістю  $\omega$  називається така фіктивна швидкість, однакова для усіх точок живого перерізу, при якій витрата, обчислена за формулою:

$$Q = \omega \cdot S, \quad (3.6)$$

дорівнювала б фактичній витраті, обчисленій за формулою (3.5):

$$\omega = \frac{\int_S \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S}}{S}, \quad (3.7)$$

При сталому напірному рухові рідини витрата через усі живі перерізи потоку однакова при постійних температурах і тиску:

$$Q = \omega_1 S_1 = \omega_2 S_2 = \dots = \omega_n \cdot S_n = \text{const}, \quad (3.8)$$

де  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  – середні швидкості  $\text{м/с}$ ;

$S_1, S_2, \dots, S_n$  – площі живих перерізів потоку,  $\text{м}^2$ .

Вираз (3.8) називається рівнянням витрати або ж рівнянням суцільності. Із нього витікає, що середні швидкості обернено пропорційні площам живих перерізів:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{S_2}{S_1}. \quad (3.9)$$

Масова витрата рідини або газу  $M$  ( $\text{кг/с}$ ):

$$M = Q \cdot \rho = \omega \cdot S \cdot \rho, \quad (3.10)$$

Для трубопроводів круглого поперечного перерізу рівняння (3.6) приймає вигляд:

$$Q = \omega \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 0,785 \cdot d^2 \cdot \omega, \quad (3.11)$$

де  $d$  – внутрішній діаметр трубопроводу, м.

По заданій витраті  $Q$  та прийнятій середній швидкості  $\omega$  діаметр трубопроводу визначають за формулою:

$$d = \sqrt{\frac{Q}{0,785\omega}}, \text{ м.} \quad (3.12)$$

Орієнтовні значення швидкостей, які приймаються при розрахунках напірних трубопроводів, наведені у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Потік	Середня швидкість $v$ , м/с
Гази при звичайній тязі	2-4
Гази під атмосферним або близьким до нього тиском у вентиляційних газоходах та трубопроводах	5-20
Рідини при самотічному рухові	0, -0,5
Рідини у напірних трубопроводах	0, - 2,5
Водяна пара під абсолютним тиском $P_{\text{абс}} > 4,9 \cdot 10^4 \text{ Па} (1,96-4,9) 10^4 \text{ Па}$	1,5-40

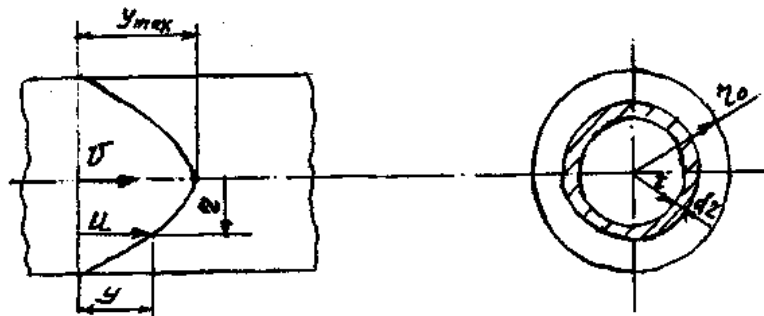


Рисунок 3.1.

**Приклад 3.1.** Обчислити витрату, середню та максимальну швидкість у поперечному перерізі трубопроводу з діаметром  $d=250$  мм, якщо розподілення місцевих швидкостей по перерізу описується рівнянням  $u = 50(r_0^2 - r^2)$ , де  $r_0=0,5 d$  внутрішній радіус труби,  $r$ -відстань від осі труби до точки, в якій визначається швидкість  $u$ .

На якій відстані від стінки труби місцева швидкість дорівнюватиме середній швидкості?

*Розв'язання.* Для обчислення витрати рідини скористуємося формулою (3.5). Елементарну площинку виберемо у вигляді кільця, радіус якого  $r$  і ширина  $dr$  (швидкість у всіх її точках однакова, див. рис. 3.1). Площа кільця:

$$dS = 2\pi \cdot r \cdot dr.$$

Витрата рідини:

$$Q = \int_s u \cdot ds = \int_0^{d/2} 50 \left[ (d/2)^2 - r^2 \right] \cdot 2\pi \cdot r dr = (25/16) \cdot \pi d^4 = \\ = (25/16) \cdot 3,14 \cdot 0,25^4 = 0,0192 \text{ м}^3 / \text{с}.$$

Середню швидкість знайдемо із формули (3.6):

$$\omega = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,0192}{3,14 \cdot 0,25^2} = 0,39 \text{ м/с}.$$

Максимальна швидкість на осі труби ( $r=0$ ):

$$U_{\text{mas}} = 50r_{20} = 50(0,25/2)^2 = 0,78 \text{ м/с}.$$

Для того, щоб знайти відстань  $r$  від осі труби до точок, де місцева швидкість дорівнюватиме середній, скористуємося умовами задачі, тобто вважаємо, що  $\omega = u$ , або:

$$\omega = 50(r_0^2 - r_1^2).$$

Звідси знайдемо:

$$r_1 = \sqrt{\frac{50r_0^2 - \omega}{50}} = \sqrt{\frac{50(0,5 \cdot 0,25)^2 - 0,39}{50}} = 0,083 \text{ м} = 83 \text{ мм}.$$

Відстань до тих же точок від стінки труби:

$$y = r_0 - r_1 = \left( \frac{250}{2} \right) - 83 = 42 \text{ мм}.$$

**Приклад 3.2.** Продуктивність шестерневого насоса об'ємного гідропроводу  $Q = 80$  л/хв.  $(=0,0013 \text{ м}^3/\text{с})$  (рис. 3.2). Підібрати діаметри всмоктуючої, напірної та зливної гідроліній, приймаючи такі розрахункові швидкості: для всмоктуючої лінії  $\omega_{\text{вс}}=0,6-1,4$  м/с; для напірної  $\omega_{\text{н}}=0,3 \dots 0,5$  м/с; для зливної -  $\omega_3=1,4-2$  м/с.

*Розв'язання.* Для того, щоб знайти діаметри трубопроводів відповідних гідроліній, скористуємося формулою (3.12):

$$d = \sqrt{\frac{Q}{0,785\omega}}.$$

Приймаємо середнє значення розрахункових швидкостей  $\omega_{\text{вс}}=1$  м/с;  $\omega_{\text{н}}=4$  м/с;  $\omega_3=1,7$  м/с. Обчислюємо внутрішні діаметри труб при  $Q = 80$  л/хв.  $=0,0013 \text{ м}^3/\text{с}$ .

$$d_{\text{вс}} = \sqrt{\frac{0,0013}{0,785 \cdot 1}} = 0,041 \text{ м} = 41 \text{ мм.}$$

$$d_{\text{н}} = \sqrt{\frac{0,0013}{0,785 \cdot 4}} = 0,021 \text{ м} = 21 \text{ мм.}$$

$$d_3 = \sqrt{\frac{0,0013}{0,785 \cdot 1,7}} = 0,032 \text{ м} = 32 \text{ мм.}$$

Заокруглюємо одержані результати до стандартних значень діаметрів.

Приймаємо товщину стінки труб 2,0 мм.

Тоді зовнішній діаметр труб повинен бути:

$$d_{\text{вс}} = 41 + 2 \cdot 3 = 47 \text{ мм,}$$

$$d_{\text{н}} = 21 + 2 \cdot 3 = 27 \text{ мм,}$$

$$d_3 = 32 + 2 \cdot 3 = 38 \text{ мм.}$$

Із стандартного ряду діаметрів труб приймаємо:

$$d_{\text{вс}} = 48 \text{ мм, } d_{\text{н}} = 27 \text{ мм, } d_3 = 38 \text{ мм.}$$

Діаметри напірної лінії і зливної співпадають з розрахованими, Тому перераховувати швидкості не треба. Для всмоктую чого трубопроводу дійсна швидкість:

$$\omega_{\text{вс}} = \frac{Q}{0,785 \cdot d_{\text{вс}}^2} = \frac{0,0013}{0,785 \cdot 0,042^2} = 0,94 \text{ м/с.}$$

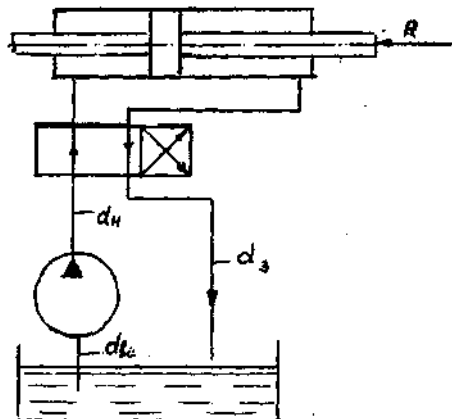


Рисунок 3.2.

### 3.2 Рівняння Бернуллі

Для двох перерізів потоку в'язкої нестисливої рідини, при сталому русі плавно змінюється, рівняння Бернуллі має такий вигляд:

$$\frac{\omega_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = gz_1 = \frac{\omega_2^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz_2 + gh_n, \quad (3.13)$$

де  $\omega_1$  і  $\omega_2$  – середні швидкості відповідно у першому та другому перерізах, м/с;

$p_1$  і  $p_2$  – тиск, Па;

$z_1$  і  $z_2$  – відстані від довільно вибраної горизонтальної площини порівняння до центрів перерізу, м.

З енергетичної точки зору член  $\omega^2/2$  являє собою питому (віднесена до одиниці маси рідини) кінетичну енергію, сума  $p/\rho + gz$  – питому потенціальну енергію, а  $gh_n$  – втрату питомої енергії між перерізами.

Рівняння Бернуллі можна записати інакше:

$$\frac{\omega_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = gz_1 = \frac{\omega_2^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z_2 + h_n. \quad (3.14)$$

З геометричної точки зору складові рівняння Бернуллі являють собою:

$z$  – висоту, на якій розташовано центр живого перерізу над площиною порівняння;

$p/\rho g$  – п'єзометричну висоту, яку можна виміряти п'єзометричною трубкою;

$\omega^2/2g$  – висоту швидкісного напору, що дорівнює різниці рівнів у трубках повного та статичного напорів.

Сума висот:

$$\frac{\omega^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = H, \quad (3.15)$$

називається повним гідродинамічним напором.

За допомогою рівняння Бернуллі вирішуються багато задач практичної гідравліки. Для цього вибирають два перерізи потоку таким чином, щоб у



одному з них величини  $p$  і  $z$  були відомі, а у другому – невідомою була лише одна величина. Потім підбирається горизонтальна площина порівняння. Її доцільно провести через центр одного із вибраних перерізів, тоді  $z_1$  або  $z_2$  будуть дорівнювати нулю. Після скорочення рівняння Бернуллі, знаходять невідому величину ( $p$ ,  $\omega$  або  $z$ ). Якщо невідомих два, то окрім рівняння Бернуллі використовують також рівняння суцільності потоку (3.8).

**Приклад 3.3.** По горизонтальній трубці,  $d_1=100$  мм, що має звуження  $d_2=40$  мм, рухається вода (витрата  $Q=6$  л/с). Визначити абсолютний тиск у вузькому перерізі, якщо рівень води у відкритому п'єзометрі перед звуженням  $h_1=1,5$  м (рис.3.3). При якій витраті води,  $Q$  ртуть у трубці, з'єднаній з трубопроводом у вузькому перерізі, підніметься на висоту  $h = 10$  см, якщо при цьому  $h_1=1,2$  см? Втратами напору знехтувати.

**Розв'язання.** Із рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 та 2-2 відносно площини рівняння 0-0, маємо:

$$\frac{\omega_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = z_1 = \frac{\xi_2^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z_2,$$

де  $z_1=z_2=0$ ,  $p_1=p_a + \rho g h_1$ ,  $\omega_1=4Q/\pi d_1^2$ , знаходимо тиск у вузькому перерізі:

$$p_2 = p_a + \rho g h_1 + \frac{8\rho Q^2}{\pi^2} \left( \frac{1}{d_2^4} - \frac{1}{d_1^4} \right) = 100000 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,5 + \frac{8 \cdot 1000 \cdot 0,006^2}{3,14^2} \cdot \left( \frac{1}{0,04^2} - \frac{1}{0,1^2} \right) = 104 \text{ КПа.}$$

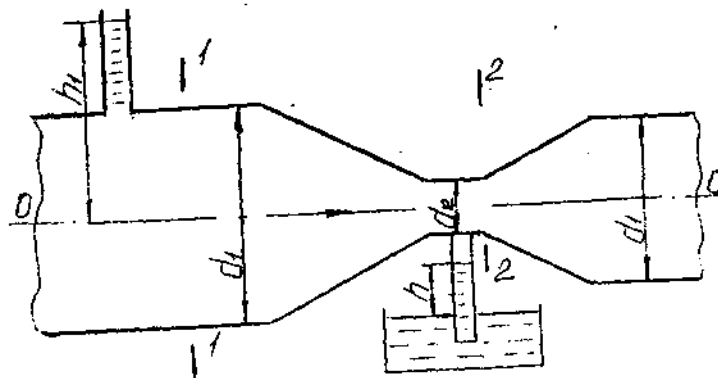


Рисунок 3.3

2. Якщо ртуть у трубці, з'єднаній з трубопроводом у вузькому перерізі, підніметься на висоту  $h=10$  см, то абсолютний тиск у вузькому перерізі трубопроводу:

$$p_2 = p_a - \rho_{рт} \cdot g \cdot h.$$

Підставивши  $p_2$  у ліву частину попереднього рівняння, знайдемо:

$$Q = \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2g(h_1 + \frac{\rho_{pm} \cdot h}{\rho})}{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}} = \frac{3,14 \cdot 0,04^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81(1,2 + \frac{13600}{1000} \cdot 0,1)}{1 - \left(\frac{40}{100}\right)^2}} = 0,009 \text{ м}^3/\text{с}.$$

### 3.3 Режим руху рідини

Існує два різних режими руху рідини – ламінарний та турбулентний. При ламінарному режимі рідина рухається окремими шарами, пульсацій швидкості та тиску не спостерігається.

*Турбулентний режим* характеризується неупорядкованим, хаотичним рухом частинок, інтенсивним перемішуванням рідини.

Доведено, що при ламінарному режимі втрати напору пропорційні швидкості у першому ступені.

$$h_n = K_1 \cdot \omega, \quad (3.16)$$

а при турбулентному – приблизно квадрату швидкості:

$$h_n = K_2 \cdot \omega^m, \quad (3.17)$$

де  $m=1,75 \dots 2,00$ .

Критерієм для визначення режиму руху є безрозмірне число Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{\omega d}{\nu} = \frac{\omega \rho d_e}{\mu}, \quad (3.18)$$

де  $\omega$  – середня швидкість потоку, м/с;

$d_e$  – еквівалентний діаметр труби, м; для круглої труби  $d_e=d$ ;

$\nu$  - кінематичний коефіцієнт в'язкості, м<sup>2</sup>/с;

$\rho$  - густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$\mu$  – динамічний коефіцієнт в'язкості, Па·с.

Для труб не круглого поперечного перерізу:

$$Re = \frac{\omega d_e}{\nu}, \quad (3.19)$$

де  $d_e$  – еквівалентний діаметр, м.

Щоб визначити режим руху, необхідно фактичне число Рейнольда порівняти з критичним  $Re_{кр}$ , яке для прямолінійних каналів і труб приблизно дорівнює 2300, якщо  $Re < 2300$ , то режим ламінарний, при  $Re > 2300$  – турбулентний, якщо  $Re > 10000$ , то режим вважають розвинутим турбулентним, а при  $2300 < Re < 10000$  – перехідним.

Приклад 3.4. Індустріальне масло ИС-30, температура якого  $20^{\circ}C$ , поступає з насоса в гідро циліндр по трубопроводу  $d=22$  мм. Визначити режим руху масла, а також температуру, при якій ламінарний режим перейде в турбулентний, якщо продуктивність насоса  $Q=105$  л/хв.

*Розв'язання.* Визначимо середню швидкість масла у трубі:

$$\omega = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 105 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,022^2 \cdot 60} = 4,61 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\omega \cdot d}{\nu} = \frac{461 \cdot 2,2}{1,5} = 676 < 2300.$$

Режим руху масла ламінарний.

При переході ламінарного руху на турбулентний число Рейнольдса дорівнює критичному ( $Re=2300$ ):

$$\frac{\omega d}{\nu} = 2300.$$

Звідси знаходимо:

$$\nu = \frac{\omega d}{2300} = \frac{461 \cdot 2,2}{2300} \cdot 0,44 \text{ см}^2/\text{с} = 4 \text{ мм}^2/\text{с}.$$

По цьому коефіцієнту знаходимо відповідні температуру  $t=43^{\circ}C$ .

## 4 Гідравлічний опір

Рух в'язкої рідини супроводжується втратами напору, обумовленими гідравлічним опором. Визначення втрат напору є одним із головних питань практично будь-якого гідравлічного розрахунку. Розрізняють два види втрат напору – втрати тертя по довжині, які залежать у загальному випадку від довжини форми і розмірів поперечного перерізу трубопроводу, його шорсткості, в'язкості рідини, швидкості течії, та втрат місцевих опорів-

коротких відрізків трубопроводів, в яких швидкість змінюється за величиною і напрямком.

$$h_b = h_T + \Sigma h_m, \quad (4.1)$$

де  $h_b$  - загальна втрата напору, м;

$h_T$  - втрати на тертя, м;

$\Sigma h_m$  - сума втрат від місцевих опорів, м.

Якщо рідина рухається у круглих трубках постійного поперечного перерізу, то втрати напору на тертя визначаються за формулою Дарсі-Вейсбаха:

$$h_m = \lambda \cdot \frac{\ell}{d} \cdot \frac{\omega^2}{2g}, \quad (4.2)$$

де  $\lambda$  - коефіцієнт гідравлічного тертя по довжині або коефіцієнт Дарсі;

$\ell$  - довжина трубопроводу, м;

$d$  - його діаметр, м;

$\omega$  - середня швидкість потоку рідини, м/с.

Для ламінарного режиму руху рідини у круглій трубці коефіцієнт  $\lambda$  визначають за формулою:

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad (4.3)$$

для труб і каналів не круглого перерізу:

$$\lambda = \frac{A}{Re}. \quad (4.4)$$

Значення  $A$  для перерізів різноманітної форми наведені у [2], табл. XIV.

Формулою (4.4) користуються і при розрахунках об'ємних гідроприводів, при цьому приймають  $A=75$  для сталевих труб і  $A=150$  - для гнучких шлангів.

При турбулентному режимі руху коефіцієнт  $\lambda$  залежить у загальному випадку від числа Рейнольдса ( $Re$ ) і відносної шорсткості труби  $\Delta/d_e$  (де  $\Delta$  - середня висота виступів,  $d_e$  - еквівалентний діаметр труби) і визначається за емпіричними формулами. При цьому розрізняють три області гідравлічного опору: гладкого тертя; перехідну; квадратичну.

Область гідравлічно гладких труб має місце, коли  $3000 < Re < 20 d_e / \Delta$ , перехідна область  $-20 d_e / \Delta < Re < 500 d_e / \Delta$ , квадратична область  $-Re > 500 d_e / \Delta$ . Для області гідравлічно гладких труб коефіцієнт гідравлічного тертя  $\lambda$  визначають за формулою Конакова:

$$\lambda = \frac{1}{(1,81g Re - 1,5^2)}, \quad (4.5)$$

або за формулою Блазіуса:

$$\lambda = 0,3164 / \text{Re}^{0,25}. \quad (4.6)$$

У перехідній області коефіцієнт гідравлічного тертя визначають за універсальною формулою Альтшуля:

$$\lambda = \left( \frac{\Delta}{d_e} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25}. \quad (4.7)$$

У квадратичній області коефіцієнт  $\lambda$  можна визначити за формулою Нікурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left( 21g \frac{d_e}{\Delta} + 1,14 \right)^2}, \quad (4.8)$$

або за формулою Шіфрінсона:

$$\lambda = 0,11(\Delta / d_e)^{0,25}. \quad (4.9)$$

Середні значення шорсткості стінок труб  $\Delta$  наведені в таблиці 4.4.

Таблиця 4.1 – Середні значення шорсткості стінок труб

Трубопровід	Стан труби, та умови використання	$\Delta$ , мм
Безшовні сталеві	Нова і чиста	0,03
	Після декількох років використання	0,2
Сталеві зварні	Нова і чиста	0,05
	Помірно заіржавлені	0,5
	Стара ржава	1,0
Труби із покривельної сталі прооліфлені	Нова і чиста	0,125
Чавунні труби прооліфлені	Бувші у використанні	1,4
Алюмінієві	Технічно гладкі	0,015-0,06
Труби з бетону:	Поверхня з затиранням	0,3-0,8
	Груба поверхня	3-9
Нафтопроводи та паропроводи	Безперервно діючі	0,2
Паропроводи	Періодично діючі	0,5
Повітропроводи	Стиснуте повітря	0,8
Конденсаторпроводи	Періодично діючі	1,0

Якщо потік рідини неізотермічний, тобто коли протікаючи у трубі рідина нагрівається або охолоджується, то праві частини формул (4.3) і (4.5) треба домножити на безрозмірні коефіцієнти  $x$ :

для ламінарного режиму:

$$x = \left( \frac{Pr_{ст}}{Pr_p} \right)^{1/3} \left[ 1 + 0,222 \left( \frac{Gr_p \cdot Pr_p}{Re_p} \right)^{0,15} \right], \quad (4.10)$$

для турбулентного режиму в гідравлічно гладких трубах

$$x = (Pr_{ст./Pr_p})^{1/3}, \quad (4.11)$$

де  $Pr_p$ ,  $Gr_p$ ,  $Re_p$  – критерії Прандтля, Грасгофа, Рейнольдса, відповідно розраховані для середньої температури рідини;

$Pr_{ст.}$  – критерій Прандтля, розрахований для рідини при температурі стінки труби.

Названі критерії розраховують за такими формулами:

$$Pr = \frac{c\mu}{\lambda}, \quad (4.12)$$

$$Re = \frac{\omega d}{\nu}, \quad (4.13)$$

$$Gr = \frac{gd^3}{\nu^2} \cdot \beta_t \Delta t, \quad (4.14)$$

де  $c$  – теплоємність рідини при даній температурі, Дж/кг·К;

$\nu$  – кінематичний коефіцієнт в'язкості при тій же температурі, м<sup>2</sup>/с;

$d$  – діаметр труби, м;

$\beta_t$  – коефіцієнт об'ємного розширення;

$\Delta t$  – різниця між температурою стінки труби та середньою температурою рідини.

Для газів величина критерію  $Gr$  із зміною температури залишається практично постійною. Тому поправочний коефіцієнт за формулою (4.11) для газів дорівнює одиниці.

Втрата тиску за рахунок тертя у прямому трубопроводі визначається за формулою:

$$\Delta l_{np} = h \cdot \rho \cdot g = \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{\rho \omega^2}{2}. \quad (4.15)$$

Втрата тиску за рахунок тертя у зігнутому трубопроводі (змійовику)  $\Delta p_{зм}$  більша ніж у прямому трубопроводі  $\Delta p_{пр}$ :

$$\Delta p_{зм} = \Delta p_{пр} \cdot \psi. \quad (4.16)$$

Безрозмірний поправочний коефіцієнт  $\psi > 1$  обчислюють за формулою:

$$\psi = 1 + 3,54 d/D, \quad (4.17)$$

де  $d$  – внутрішній діаметр труби;

$D$  - діаметр витка змійовика.

Втрати напору від місцевого опору визначаються за формулою Вейсбаха:

$$h_m = \xi \cdot \frac{\omega^2}{2g}, \quad (4.18)$$

де  $\xi$  - коефіцієнт місцевого опору, який враховує втрату напору в долях від швидкості напору.

Втрата тиску від місцевого опору:

$$\Delta p_{m.o.} = \xi \cdot \frac{\omega^2 \cdot \rho}{2}. \quad (4.19)$$

При раптовому розширенні трубопроводу або його звуженні:

$$h_m = \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2g}, \quad (4.20)$$

де  $\omega_1$  і  $\omega_2$  – швидкості до і після раптового розширення (звуження), м/с.

Гідравлічний опір пучка труб при поперечному обтіканні потоком рідини визначають за формулами:

для коридорного розташування труб:

$$Eu = \epsilon(3 + 4,5m) \cdot (S_1 / d)^{-0,23} Re^{-0,26}, \quad (4.21)$$

для шахматного розташування труб при  $S_1 / d < S_2 / d$

$$Eu = \nu(2 + 3,3m) \cdot Re^{-0,28}, \quad (4.22)$$

при  $S/d < S_2/d$

$$Eu = v(2,7 + 1,7m) \cdot Re^{-0,28}. \quad (4.23)$$

У наведених формулах позначено:  $v$  – поправочний коефіцієнт, який залежить від кута атаки  $\psi$  (кут між віссю труби та напрямком руху потоку). Значення коефіцієнта приведені в табл. 4.2,  $m$  – число рядів труб у пучку в напрямку руху потоку;  $d$  – зовнішній діаметр труби, м;  $S_1$  та  $S_2$  поперечний та повздовжній кроки (рис. 4.1), м;  $Eu = \Delta p / \rho \cdot \omega^2$  – критерій Ейлера.

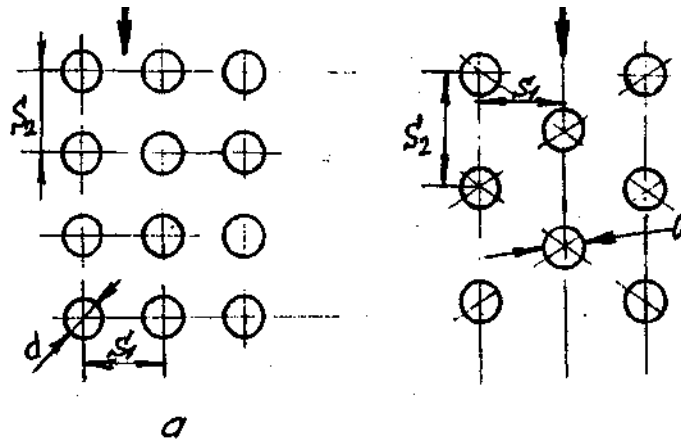


Рисунок 4.1

Таблиця 4.2 – Значення коефіцієнта  $v$  від кута атаки

$\psi^0$	90	80	70	60	50	40	30	10
$v$	1	1	0,95	0,83	0,69	0,53	0,38	0,15

Швидкість потоку розраховують по самому вузькому перерізу рука. Значення фізичних властивостей вибирають при середній температурі потоку. Критерій  $Re$  розраховують по зовнішньому діаметру труби.

Гідравлічний опір кожухотрубних теплообмінників для трубного та між трубного простору без поперечних перегородок розраховують за формулою:

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{n \cdot L}{d_e} \cdot \frac{\omega^2 \rho}{2} + \sum_{i=1}^n \xi_i \frac{\omega^2 \rho}{2}, \quad (4.24)$$

де  $L$  – довжина одного ходу, м;

$n$  – число ходів;

$\xi_i$  – коефіцієнт місцевого опору.



Коефіцієнти місцевого опору кожухотрубних теплообмінників приведені в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Коефіцієнти місцевих опорів

Назва місцевого опору	Значення коефіцієнта $\zeta$
А. Трубний простір	
Вхідна або вихідна камера	1,5
Заворот на $180^0$ між ходами або секціями	2,5
Вхід у трубу або вихід із неї	1,0
Б. Міжтрубний простір	
Вхід у міжтрубний простір або вихід із нього	1,5
Заворот на $90^0$ у міжтрубному просторі	1,0
Заворот на $180^0$ через перетинку у міжтрубному просторі	1,5

При наявності поперечних перегородок у міжтрубному просторі гідравлічний опір у ньому визначають за формулами (4.22) та (4.23).

Гідравлічний опір сухої скруберної насадки визначають за формулою:

$$\Delta p_{\text{схх}} = \lambda \frac{H}{d_e} \cdot \frac{\omega^2 \rho}{2}, \quad (4.25)$$

де  $\lambda$  - безрозмірний коефіцієнт опору насадки;

$H$  – висота насадки, м;

$d_e$  – еквівалентний діаметр насадки, м;

$\omega$  - швидкість газу у вільному перерізі насадки (дійсна швидкість), м/с;

$\rho$  – густина газу, кг/м<sup>3</sup>.

Еквівалентний діаметр можна виразити через характеристику насадки – вільний об'єм  $V_B$ , м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup> (вільний об'єм чисельно дорівнює вільному перерізу, м<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>) та питому поверхню  $\sigma$  м<sup>2</sup>/м<sup>3</sup>.

$$d_e = 4S/\Pi = 4V_B/\sigma. \quad (4.26)$$

Дійсна швидкість газу  $\omega$  зв'язана з фіктивною швидкістю  $\omega_\phi$  (швидкість газу, що віднесена до повного поперечного перерізу апарата) такою формулою:

$$\omega = \omega_\phi / V_B. \quad (4.27)$$

для неупорядкованої насадки з кілець Рашига (навалом):

$$\text{При } Re_r < 40 \quad \lambda = 140 Re_r. \quad (4.28)$$

$$\text{При } Re_r > 40 \quad \lambda = 16 Re_r^{0,2}. \quad (4.29)$$

Критерій  $Re_r$  визначається за формулою:

$$Re_r = \frac{\omega d_e \rho}{\mu} = \frac{4\omega \cdot \rho}{\sigma \cdot \mu}. \quad (4.30)$$

Гідравлічний опір тарільчастих колон розраховують таким чином.  
опір барботажної тарілки розраховують як суму трьох складових:

$$\Delta p = \Delta p_{сух} + \Delta p_{\sigma} + \Delta p_{gp}, \quad (4.31)$$

де  $\Delta p_{сух}$  – опір сухої тарілки;

$\Delta p_{\sigma}$  - опір обумовлений силами поверхневого натягу;

$\Delta p_{gp}$  - опір газорідинного шару на тарілці.

Опір сухої тарілки:

$$\Delta p_{сух} = \xi \cdot \frac{\omega_0^2 \cdot \rho_g}{2}. \quad (4.32)$$

де  $\omega_0$  – швидкість газу у прорізах ковпачка або в отворах тарілки, м/с;

$\rho_g$  – густина газу, кг/м<sup>3</sup>;

$\xi$  - коефіцієнт опору, що дорівнює:

для ковпачкових тарілок – 4,5 ... 5,0;

для ситових тарілок:

з вільним перерізом отворів 7-10% - 1,82;

з вільним перерізом отворів 11-25% - 1 > 5;

для решітних провальних тарілок – 1,45 ... 1,5.

Опір обумовлений силами поверхневого натягу:

$$\Delta p_{\sigma} = 4\sigma d_e, \quad (4.33)$$

для  $\sigma$  – поверхневий натяг рідини, Н/м;

$d_e$  – еквівалентний діаметр отвору, м.

Для ковпачкових тарілок  $d_e = 4S/\Pi$  ( $S$  – площа вільного перерізу прорізи,  $\Pi$  – периметр прорізи), для ситових та дірчатих провальних тарілок  $d_e$  дорівнює діаметру отвору, а для решітних тарілок-здвоєній ширині щілини.

Опір газорідинного шару: на ковпачковій тарілці:

$$\Delta p_{gp} = 1,3K\rho_p \left( 1 + \frac{\ell}{g} + \Delta h \right) g, \quad (4.34)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння тіл, м/с<sup>2</sup>;

$K$  – відносна густина газорідинного шару (піни) (при розрахунках приймають приблизно  $K=0,5$ );

$\rho_p$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$\ell$  – відстань від верхнього краю прорізи, м;

$\Delta h$  – висота рівня рідини над зливним порогом, м;

на ситовій тарілці:

$$\Delta p_{zp} = 1,3 \cdot g \cdot K \rho_p (h_n - \Delta h), \quad (4.35)$$

де  $h_n$  – висота зливного порогу, м.

Величину  $\Delta h$  визначають за формулою:

$$\Delta h = \left( \frac{V_p h_n}{1,85 \cdot \Pi \cdot K} \right)^{2/3}, \quad (4.36)$$

де  $V_p$  – об'ємна витрата рідини, м<sup>3</sup>/с;

$\Pi$  – периметр зливу, м;

$K = 0,5$ .

**Приклад 4.1.** Визначити втрату тиску на тертя у трубопроводі діаметром  $d=250$  мм і довжиною  $\ell=1,5$  км, по якому перекачується бензин ( $\rho=700$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu=0,75$  м<sup>2</sup>/с з витратою  $M=65,5$  т/год).

Як зміняться ці витрати, якщо зменшити діаметр труби на 20% ( $d_1=200$ мм)? Шорсткість стінок трубопроводу  $\Delta=0,2$  мм.

*Розв'язання.* Знаходимо об'ємну витрату бензину, середню швидкість та число Рейнольдса.

$$Q = \frac{M}{3600 \cdot \rho} = \frac{65500}{3600 \cdot 700} = 0,026 \text{ м}^3/\text{с},$$

$$\omega = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,026}{3,14 \cdot 0,25^2} = 0,53 \text{ м/с},$$

$$\text{Re} = \frac{\omega d}{\nu} = \frac{0,53 \cdot 0,25}{0,75 \cdot 10^{-4}} = 177000.$$

Оскільки  $20 d/\Delta < \text{Re} < 500 d/\Delta$  ( $25000 < 177000 < 625000$ ), то область опору перехідна і коефіцієнт гідравлічного тертя визначимо з універсальною формулою Альтшуля (4.7):

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,20}{250} + \frac{68}{177000} \right)^{0,25} = 0,02.$$

Втрата тиску у трубопроводі:

$$\Delta p = \lambda \frac{\ell}{d} \cdot \rho \frac{\omega^2}{2} = 0,02 \cdot \frac{1500}{0,25} \cdot \frac{700 \cdot 0,53^2}{2} = 11800 \text{ Па}.$$

Аналогічні розрахунки виконаємо для діаметра трубопроводу  $d_1=200$  мм.

$$\omega_1 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,026}{3,14 \cdot 0,2^2} = 0,83 \text{ м/с}; \quad \text{Re} = \frac{\omega_1 d_1}{\nu} = \frac{83 \cdot 20}{0,0075} = 221000.$$

$$\lambda_1 = 0,11 \left( \frac{\Delta}{d_1} + \frac{68}{\text{Re}_1} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,20}{200} + \frac{68}{221000} \right)^{0,25} = 0,021,$$

$$\Delta p_1 = \lambda_1 \frac{\ell}{d_1} \cdot \frac{\rho \omega_1^2}{2} = 0,021 \cdot \frac{1500}{0,2} \cdot \frac{700 \cdot 0,83^2}{2} = 38000 \text{ Па.}$$

Тобто зменшення діаметра трубопроводу на 20% привело до збільшення втрати тиску в ньому в 3,2 рази.

Приклад 4.2. У горизонтальній трубі змінного поперечного перерізу ( $D=150$  мм,  $d=50$  мм), протікає бензин ( $\rho=750$  кг/м<sup>3</sup>). До трубопроводу приєднано диференціальний манометр, різниця рівнів у якому  $h=120$  мм (рис. 4.2). Визначити витрату бензину  $Q$ , а також показ манометра  $h_1$ , якщо цю витрату бензину пропустити у протилежному напрямку. Втратами напору на тертя по довжині трубопроводу знехтувати.

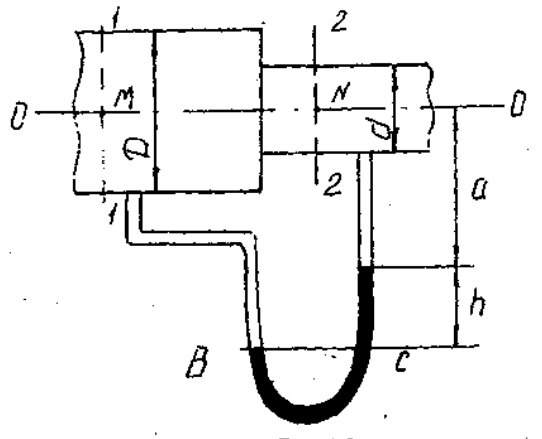


Рисунок 4.2

Розв'язання. Запишемо рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 та 2-2 відносно площини 0-0 ( $z_1 = z_2 = 0$ ).

$$\frac{\omega_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{\omega_2^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + \zeta_3 \cdot \frac{\omega_2^2}{2g},$$

де  $\zeta_3$  – коефіцієнт опору раптового звуження. Його можна визначити за формулою:

$$\xi_3 = 0,5 \left( 1 - \frac{S_2}{S_1} \right) = 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right] = 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{50}{150} \right)^2 \right] = 0,445.$$

З рівняння Бернуллі знайдемо різницю п'єзометричних висот.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{p_2}{\rho g} = \frac{\omega_2^2}{2g} \left( 1 - \zeta_3 - \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right).$$

З рівняння суцільності потоку знаходимо:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{S_2}{S_1} = \left( \frac{d}{D} \right)^2.$$

Тому

$$\frac{\omega_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{\omega_2^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} \left[ 1 - \zeta_3 - \left( \frac{d}{D} \right)^4 \right]. \quad (4.37)$$

Нехай тиски у точках М і N дорівнюють відповідно  $p_1$  та  $p_2$ . Тоді тиск у точках В і С:

$$p_B = p_1 + \rho g(a+h),$$

$$p_C = p_2 + \rho g a + \rho_{рт} \cdot gh.$$

$$\text{Так як } p_B = p_C, \text{ то } p_1 + \rho g(a+h) = p_2 + \rho g a + \rho_{рт} \cdot gh,$$

$$\text{або} \quad p_1/\rho g - p_2/\rho g = h(\rho_{рт}/\rho - 1). \quad (4.38)$$

Підставляючи (4.38) у (4.37), знаходимо:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2gh \left( \frac{\rho_{рт}}{\rho} - 1 \right)}{1 + \zeta_3 - \left( \frac{d}{D} \right)^4}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,12 \left( \frac{13600}{750} - 1 \right)}{1 + 0,445 - \left( \frac{50}{150} \right)^4}} = 5,26 \text{ м/с},$$

$$\omega_1 = \omega_2 \left( \frac{d}{D} \right)^2 = 5,26 \left( \frac{50}{150} \right)^2 = 0,584 \text{ м/с}.$$

Витрата бензину:

$$Q = \omega_2 \cdot S_2 = 5,26 \frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4} \cdot 0,0103 \text{ м}^3/\text{с} = 10,3 \text{ л/с}.$$

При рухові бензину у протилежному напрямку рівняння Бернуллі для перерізів 2-2 та 1-1 буде таким:

$$\frac{\omega_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} = \frac{\xi_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + h_{p.p.},$$

в якому  $h_{p.p.}$  – втрата напору при раптовому розширенні, що визначається за формулою (4.20):

$$h_{p.p.} = \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2g},$$

знайдемо:

$$\frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g} = \frac{\omega_2^2}{2g} - \frac{\omega_1^2}{2g} \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2g},$$

або, враховуючи (4.38):

$$h = \frac{\omega_1^2 \left[ \left( \frac{d}{D} \right)^2 - 1 \right]^2}{g \left( \frac{\rho_{pm}}{\rho} - 1 \right)} = \frac{0,584^2 \left[ \left( \frac{500}{50} \right)^2 - 1 \right]^2}{9,81 \left( \frac{13600}{750} - 1 \right)} = 0,016 \text{ м} = 16 \text{ мм}.$$

Приклад 4.3. При тепловому розрахунку теплообмінника для підігрівання розчину був вибраний чотирьохходовий кожухотрубний теплообмінник (рис. 4.3), в якому розчин проходить по трубному простору із швидкістю  $\omega = 0,3$  м/с. Визначити гідравлічний опір трубного простору.

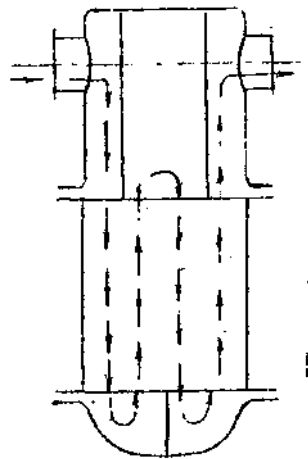


Рисунок 4.3

Характеристика теплообмінника: загальне число труб – 90, труби сталеві діаметром 38x2 з незначною корозією, висота трубного простору 2 м, штуцери для розчину мають діаметр 159x4,5 мм. Середня температура розчину 47,5<sup>0</sup>С, динамічний коефіцієнт в'язкості  $\mu = 0,83$  мПа·с, густина розчину  $\rho = 1100$  кг/м<sup>3</sup>.

*Розв'язання.* Знаходимо число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\omega d}{\mu} = \frac{0,3 \cdot 0,034 \cdot 1100}{0,83 \cdot 10^{-3}} = 13500.$$

У цьому прикладі потрібно визначити втрату тиску для неізотермічного турбулентного потоку. Але оскільки ми маємо потік, що нагрівається, то приблизно розрахуємо гідравлічний опір для ізотермічного потоку, роблячи при цьому похибку в бік збільшення втрати тиску, тобто в бік запасу.

За таблицею 4.1 середнє значення шорсткості труб  $\Delta=0,2$ . Визначаємо, в якій області працюють труби. Так як  $20d_e/\Delta < Re < 500$   $d/\Delta (3400 < 13500 < 85000)$ , то труби працюють у перехідній області. Використаємо формулу (4.7) для розрахунку коефіцієнту тертя:

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta}{d_e} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,2}{34} + \frac{68}{13500} \right)^{0,25} = 0,0355.$$

Тиск у трубах, обумовлений швидкісним напором:

$$\Delta p_{\text{ис}} = \frac{\rho \omega^2}{2} = \frac{1100 \cdot 0,3^2}{2} = 49,5 \text{ Па.}$$

Втрата тиску на подолання сил тертя у трубах:

$$\Delta p_T = \lambda \frac{n \cdot L}{d} \cdot \Delta p_{\text{шв}} = 0,0355 \cdot \frac{4 \cdot 2}{0,034} \cdot 49,5 = 407 \text{ Па,}$$

де  $n$  – число ходів.

Визначаємо втрати тиску від місцевих опорів теплообмінника за допомогою таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 - Результати розрахунку

Вид опору	$\zeta$	$\Sigma \zeta$
Вхідна і вихідна камери	1,5	$1,5 \times 2 = 3$
Вхід у труби та вихід із них	1,0	$1,0 \times 8 = 8$
Заворот на $180^\circ$	2,5	$2,5 \times 3 = 7,5$

Визначаємо швидкість розчину у штуцерах:

$$\omega = \frac{hd_{mp}^2}{d_{um}^2} = 0,3 \left( \frac{90 \cdot 0,0634^2}{0,15^2} \right) = 0,346 \text{ м/с.}$$

Тиск у штуцерах обумовлений швидкісним напором:

$$\Delta p_{\text{ис.шт.}} = \frac{\rho \omega_{\text{шт}}^2}{2} = \frac{1100 \cdot 0,346^2}{2} = 66 \text{ Па.}$$

Швидкість у штуцерах більша ніж швидкість у трубах, тому втрати тиску для вхідної та вихідної камер знайдемо по швидкості у штуцерах, а втрати тиску на вході та виході із труб, а також при поворотах з однієї секції у другу – по швидкості у трубах.

$$\Delta p_{\text{м.о.}} = 3 \cdot 66 + (8+7,5)49,5 = 966.$$

Загальний гідравлічний опір трубного простору теплообмінника:

$$\Delta p = \Delta p_{\text{т}} + \Delta p_{\text{м.о.}} = 407 + 966 = 1373 \text{ Па} = 140 \text{ мм. вод.ст.}$$

Приклад 4.4. Визначити втрату тиску за рахунок тертя у змійовику (рис. 4.4), по якому тече вода із швидкістю 1 м/с. Змійовик виготовлено з бившої у використанні сталльної труби діаметром 43x2,5 мм. Діаметр витка змійовика 1 м. Число витків 10. Середня температура води 30<sup>0</sup>С.

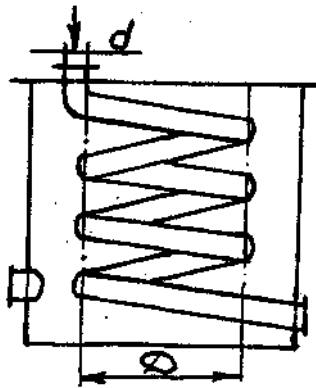


Рисунок 4.4.

*Розв'язання.* Втрату тиску на тертя знайдемо за формулою (4.16). Для цього спочатку треба визначити втрати тиску за рахунок тертя для прямої труби по формулі (4.15). Визначимо режим руху потоку води у змійовику:

$$Re = \frac{\omega d_s \cdot \rho}{\mu}.$$

Динамічний коефіцієнт в'язкості води при 30<sup>0</sup>С знаходимо з таблиці ХХХІХ [2],  $\mu = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Внутрішній діаметр труби змійовика:

$$d_{\text{вн}} = d_3 - 2 \cdot \delta = 43 - 2 \cdot 2,5 = 38 \text{ мм.}$$

$$\text{Тоді } Re = \frac{1 \cdot 0,038 \cdot 1000}{0,8 \cdot 10^{-3}} = 47500.$$

Для безшовної труби, що була декілька років у використанні,  $\Delta = 0,2 \text{ мм}$  (табл. 4.1). Тоді відношення  $d/\Delta = 38/0,2 = 190$ .

По цьому відношенню визначимо у якій області працює труба:



20  $d/\Delta=3800$ , 500  $d/\Delta=95000$  так, як  $20 d/\Delta < Re < 500 d/\Delta$ , то труба працює у перехідній області і тому для розрахунку коефіцієнта тертя можна застосувати формулу (4.7):

$$\lambda = \left( \frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,20}{38} + \frac{68}{47500} \right)^{0,25} = 0,0246.$$

Обчислюємо приблизну довжину труби змійовика:

$$L = \pi Dh = 3,14 \cdot 1 \cdot 10 = 31,4 \text{ м.}$$

Втрата тиску у прямій трубі:

$$\Delta p_{np} = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \omega^2}{2} = 0,0246 \frac{31,4}{0,038} \cdot \frac{1000 \cdot 1^2}{1} = 10146,2 \text{ Па.}$$

Обчислюємо поправочний коефіцієнт.

$$\psi = 1 + 3,54 \cdot \frac{d}{D} = 1 + 3,54 \cdot \frac{0,038}{1} = 1,134.$$

Тоді:  $\Delta p_{зм} = \psi \cdot \Delta p_{пр} = 1,134 \cdot 10146,2 = 11506 \text{ Па.}$

## 5 Гідравлічний розрахунок трубопроводів

### 5.1. Розрахунок простих та складних трубопроводів при сталому русі рідини

Трубопроводи бувають простими та складними.

Простим називається трубопровід постійного перерізу, який не має відгалужень і в якому витрата рідини постійна по його довжині. Вихідним для гідравлічного розрахунку трубопроводу є рівняння Бернуллі, яке внаслідок постійності швидкості по довжині має вид:

$$H = \left( \frac{p_1}{\rho g} + z_1 \right) - \left( \frac{p_2}{\rho g} + z_2 \right) = \left( \lambda \frac{L}{d} + \Sigma \xi \right) \frac{\omega^2}{2g}, \quad (5.1)$$

рівняння суцільності (3.8), а також залежності для визначення втрат напора на тертя по довжині (4.2) та від місцевих опорів (4.18).

Під складними трубопроводами розуміють систему трубопроводів, які мають відгалуження, паралельні або кільцеві ділянки, змінну витрату і т.п.

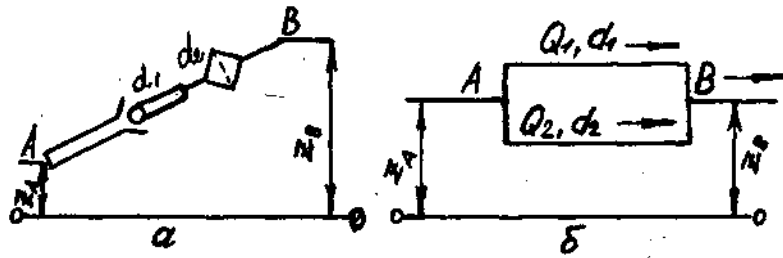


Рисунок 5.1

При послідовному з'єднанні трубопроводів різних діаметрів (рис.5.1 а) виходять з того, що повні втрати напору у трубопроводі дорівнюють сумі витрат напору на окремих його ділянках ( $h_{\text{п}} = h_{\text{п1}} + h_{\text{п2}}$ ). Розрахунок таких трубопроводів доцільно виконувати графо-аналітичним способом з використанням графіків залежності втрат напору від витрати (рис. 5.2 а). При цьому криву  $h_{\text{п}} = f(Q)$  одержують складанням ординат кривих  $h_{\text{п1}} = f(Q)$  та  $h_{\text{п2}} = f(Q)$ .

При розрахунках трубопроводів з паралельними гілками (рис. 5.1 б) виходять з того, що сума витрат в окремих гілках дорівнює повній витраті ( $Q_1 + Q_2 = Q$ ), а також з того, що втрати напору у всіх гілках однакові ( $h_{\text{п1}} = h_{\text{п2}}$ ).

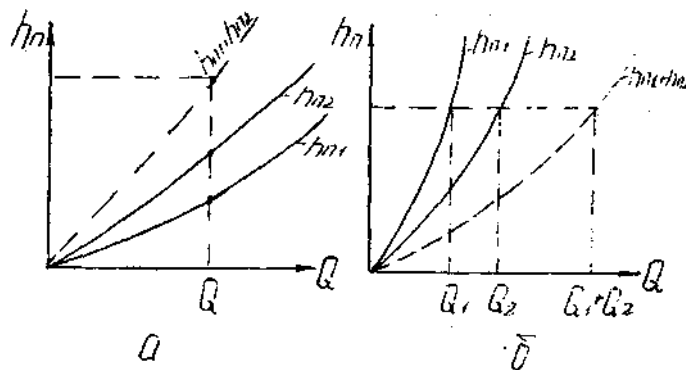


Рисунок 5.2

Залежність повної витрати  $Q$  на розгалуженій ділянці від втрат напору  $h_{\text{п}}$  одержують складанням абсцис кривих  $h_{\text{п1}} = f(Q)$  та  $h_{\text{п2}} = f(Q)$  (рис. 5.2. б).

Детальніше методика розрахунку послідовно та паралельно з'єднаних трубопроводів розглянута на конкретних прикладах.

**Приклад 5.1.** Всмоктуючий трубопровід насосу має довжину  $L=5$  м і діаметр  $d=32$  мм, висота всмоктування  $h=0,8$  м (рис. 5.3). Визначити тиск у кінці трубопроводу (перед насосом), якщо витрата масла ( $\rho=890$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 0,1$

см<sup>2</sup>/с), Q=50 л/хв., коефіцієнти опору повороту  $\xi_3=0,3$ , вентиля  $\xi_B=4,5$ , фільтру  $\xi_\phi=10$ .

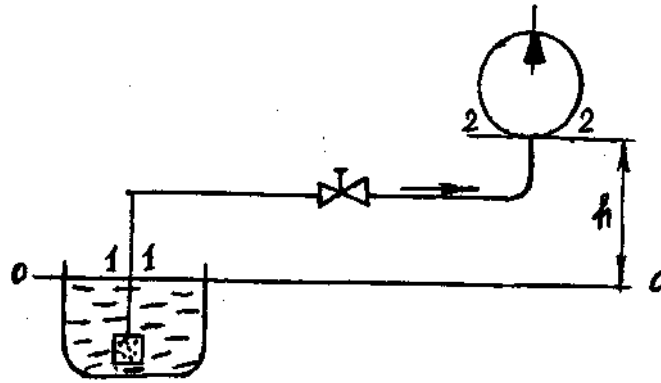


Рисунок 5.3

*Розв'язання.* Визначаємо швидкість, число Рейнольдса та коефіцієнт гідравлічного тертя вздовж трубопроводу при витраті:

$$Q = 50/60 = 0,833 \text{ л/с} = 833 \text{ см}^3/\text{с};$$

$$\omega = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 833}{3,14 \cdot 3,2^2} = 104 \text{ см/с} = 1,04 \text{ м/с};$$

$$\text{Re} = \frac{\omega d}{\nu} = \frac{104 \cdot 3,2}{0,1} = 3330;$$

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} = \frac{0,3164}{3330^{0,25}} = 0,042.$$

Сума коефіцієнтів місцевого опору:

$$\Sigma \xi = \xi_\phi + 2\xi_3 + \xi_B = 10 + 2 \cdot 0,3 + 4,5 = 15,1.$$

Втрати напору на всмоктуючому трубопроводі:

$$h_s = \left( \lambda \frac{L}{d} + \Sigma \xi \right) \frac{\omega^2}{2g} = \left( 0,042 \cdot \frac{5}{0,032} + 15,1 \right) \cdot \frac{1,04^2}{2 \cdot 9,81} = 1,2 \text{ м.}$$

З рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 та 2-2 відносно площини порівняння 0-0 можна записати:

$$\frac{\omega_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = z_1 = \frac{\omega_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_g.$$

У цьому рівнянні:  $\omega_1=0$ ,  $p_1=p_2=10^5$  Па,  $z_1=0$ ,  $\omega_2=1,04$  м/с,  $z_2=h$ ;  $h_g=1,2$  м. Знаючи ці величини можна знайти тиск перед насосом:

$$p_2=p_a-\rho \cdot g(h+h_a)-\rho/2 \cdot \omega_2^2=100000-890 \cdot 9,81(0,8+1,2)-890/2 \cdot 1,04^2=82000 \text{ Па.}$$

**Приклад 5.2.** Визначити подачу насоса на тиск  $P_1$ , який він розвиває на початку трубопроводу 1 (рис. 5.4), якщо витрата масла ( $\rho=880$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 12 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с, у трубопроводі 2 дорівнює  $Q_2=1,5 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/с, довжина та діаметри трубопроводів відповідно дорівнюють:  $\ell_1=2,5$  м;  $d_1= 25$  мм;  $\ell_2=1,4$  м;  $d_2=16$  мм;  $\ell'_2=3,2$  м;  $d'_2=20$  мм;  $\ell_3=1,5$  м;  $d_3=32$  мм. Врахувати коефіцієнти місцевого опору фільтру ( $\xi_{\phi}=10$ ), вентилів ( $\xi_{\text{в}}=5$ ) та поворотів ( $\xi_{\text{п}}=0,5$ ), тиск у кінці труби 3 – атмосферний.

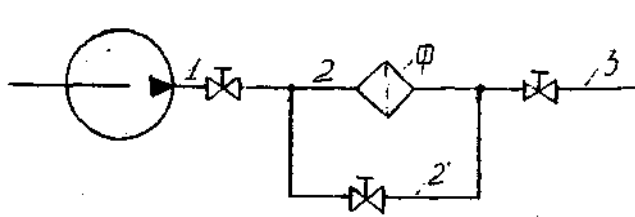


Рисунок 5.4

*Розв'язання.* Визначимо втрати тиску на розгалуженій ділянці. Втрата тиску у трубопроводі 2:

$$\omega'_2 = \frac{4Q_2}{\pi(d_2)^2} = \frac{4 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,02^2} = 4,77 \text{ м/с,}$$

$$\text{Re}_2 = \frac{\omega_2 \cdot d_2}{\nu} = \frac{4,77 \cdot 0,02}{12 \cdot 10^{-6}} = 7966.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя визначимо для гідравлічно гладких труб за формулою (4.5):

$$\lambda_2 = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} = \frac{0,3164}{7966^{0,25}} = 0,0335.$$

Втрата тиску за рахунок тертя та місцевих опорів у трубопроводі 2 становить:

$$\Delta p'_2 = \left( \lambda_2 \frac{\ell'_2}{d'_2} + 2\xi_n + \xi_s \right) \frac{\rho \omega_2'^2}{2} = 0,0335 \cdot \frac{3,2}{0,02} + 2 \cdot 0,5 + 5 \left) \frac{890 \cdot 4,77^2}{2} = 11400 \text{ Па}$$

Так, як у паралельних гілках трубопроводу втрата тиску однакова, то  $\Delta p'_2 = \Delta p_2$ . Тоді втрата тиску у трубопроводі 2:

$$\Delta p_2 = \Delta p_2 = \left( \lambda_2 \frac{\ell_2}{d_2} + \xi_\phi \right) \frac{\rho \omega_2^2}{2} = \left( \lambda_2 \frac{\ell_2}{d_2} + \xi_\phi \right) \frac{8\rho \cdot Q_2^2}{\pi^2 d_2^4}.$$

З цього рівняння визначимо витрату масла у трубопроводі 2, способом послідовного наближення, так як  $\lambda_2$  залежить від  $Q_2$ :

$$Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2\Delta p_2}{\rho \left( \lambda_2 \frac{\ell_2}{d_2} + \xi_\phi \right)}}.$$

Користуючись таблицею 3.1, прийємо швидкість  $\omega_2 = 0,5$  м/с. Тоді :

$$\text{Re} = \frac{\omega_2 d_2}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 0,016}{12 \cdot 10^{-6}} = 6666,67.$$

$$\lambda_2 = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} = \frac{0,3164}{6666,67^{0,25}} = 0,035.$$

$$Q_2 = \frac{3,14 \cdot 0,016^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 11400}{890 \left( 0,035 \frac{1,4}{0,016} + 10 \right)}} = 0,895 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Уточнюємо швидкість  $\omega_2$ :

$$v_2 = \frac{4Q_2}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,895 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,016^2} = 0,445 \text{ м/с},$$

та число Рейнольдса  $\text{Re} = \frac{\omega_2 d_2}{\nu} = \frac{0,445 \cdot 0,016}{0,12} = 5938,16.$

Обчислюємо коефіцієнт гідравлічного тертя:

$$\lambda_2 = \frac{0,3164}{5938,16^{0,25}} = 0,036.$$

$$\text{Тоді } Q_2 = \frac{3,14 \cdot 0,016^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 11400}{890(0,036 \frac{1,4}{0,016} + 10)}} = 0,892 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Знову обчислюємо швидкість  $\omega_2$  і число Рейнольдса:

$$\omega_2 = \frac{40,892 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,016^2} = 0,444 \text{ м/с}.$$

$$\text{Re} = \frac{0,444 \cdot 0,016}{12 \cdot 10^{-6}} = 5920.$$

$$\lambda_2 = \frac{0,3164}{5920,16^{0,25}} = 0,036.$$

Так, як коефіцієнт гідравлічного тертя залишився незмінним, то  $Q$  теж буде незмінним. Отже, витрата масла у трубопроводі 2  $Q_2=0,892 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ , а у трубопроводах 1 та 3:

$$Q = Q_2 + Q_2 = (1,5 \cdot 10^{-3} + 0,892 \cdot 10^{-3}) 2,392 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Розрахуємо втрати тиску у трубопроводах 1 і 3:

$$\omega_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 2,392 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,025^2} = 4,888 \text{ м/с};$$

$$\text{Re}_1 = \frac{\omega_1 d_1}{\nu} = \frac{4,88 \cdot 0,025}{12 \cdot 10^{-6}} = 10157;$$

$$\lambda_1 = \frac{0,3164}{10157^{0,25}} = 0,0315;$$

$$\Delta p_1 = \left( \lambda_1 \frac{\ell_1}{d_1} + \xi_s \right) \frac{\rho \omega_1^2}{2} = \left( 0,0315 \frac{2,5}{0,025} + 5 \right) \frac{890 \cdot 4,88^2}{2} = 85000 \text{ Па};$$

$$\omega_3 = \frac{4Q}{\pi d_3^2} = \frac{4 \cdot 2,392 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,032^2} = 2,98 \text{ м/с};$$

$$\text{Re}_3 = \frac{\omega_3 d_3}{\nu} = \frac{2988 \cdot 0,032}{12 \cdot 10^{-6}} = 7950, \quad \lambda_3 = \frac{0,3164}{7950^{0,25}} = 0,0335;$$

$$\Delta p_3 = \left( \lambda_3 \frac{\ell_3}{d_3} + \xi_{\epsilon} \right) \frac{\rho \omega_3^2}{2} = \left( 0,035 \frac{1,5}{0,032} + 5 \right) \frac{890 \cdot 2,98^2}{2} = 26000 \text{ Па.}$$

Тиск, який повинен розвивати насос на початку трубопроводу,

$$p_1 = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 = 85000 + 114000 + 26000 = 225000 \text{ Па.}$$

## 5.2 Несталий рух рідини у трубопроводах. Гідравлічний удар

Рівняння Бернуллі для напірного несталого руху у циліндричній трубі має вигляд:

$$\frac{\omega_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = z_1 = \frac{\omega_2^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z_2 + h_{\epsilon} + h_{ин}, \quad (5.2)$$

де  $h_{\epsilon}$  – втрати напору, які приблизно визначаються за формулами (4.1) - (4.9), (4.20), що і при сталому режимі руху рідини;

$h_{ин}$  – інерційний напір, який обчислюється для труби постійного перерізу за формулою:

$$h_{ин} = \ell/d \cdot dv/dt, \quad (5.3)$$

де  $\ell$  - довжина ділянки труби між перерізами 1-1 та 2-2;

$dv/dt$  – прискорення рідини у трубі.

Витрата в даний момент часу при напірному несталому русі однакова для усіх перерізів потоку.

*Гідравлічним ударом* – називається коливальний процес, що складається із раптового підвищення та раптового зниження тисків, які чергуються, миттєвою зміною швидкості рідини.

Він може виникати при швидкому закритті засувки, раптовій зупинці насоса тощо. Розрізняють прямий та непрямий гідравлічні удари.

Прямий гідравлічний удар має місце тоді, коли час закриття засувки  $\tau_{\phi}$  менше тривалості фази гідравлічного удару  $\tau_{\phi}$ , тобто:

$$\tau_3 < \tau_{\phi} = 2L/c, \quad (5.4)$$

де  $L$  – довжина трубопроводу;

$c$  – швидкість розповсюдження ударної хвилі, яка визначається за формулою:

$$c = \sqrt{\frac{E_p}{\rho \left( 1 + \frac{E_p}{E} \cdot \frac{d}{\delta} \right)}}, \quad (5.5)$$

де  $E_p$  та  $E$  – відповідно модулі пружності рідини та матеріалу стінки трубопроводу, Па;

$\rho$  – густина рідини,  $\text{кг/м}^3$ ;

$d$  - внутрішній діаметр трубопроводу, м;

$\delta$  - товщина стінки трубопроводу, м.

Якщо  $\tau_3 > \tau_\phi$ , то виникає непрямий гідравлічний удар.

Зростання тиску при прямому гідравлічному ударі визначається за формулою Жуковського:

$$\Delta p_{\text{уд}} = \rho v_0 \cdot c, \quad (5.6)$$

де  $v_0$  – швидкість руху рідини у трубопроводі до гідравлічного удару.

При непрямому гідравлічному ударі зростання тиску буде меншим:

$$\Delta p_{\text{уд}} = \Delta p_{\text{уд}} \cdot \frac{\tau_\phi}{\tau_3}. \quad (5.7)$$

**Приклад 5.3.** Виконати перевірку на міцність сталюї труби діаметром  $d=200$  мм, у якій можливий прямий гідравлічний удар. Товщина стінки труби  $\delta = 4$  мм, допустиме напруження на розрив  $[\sigma]=140$  МПа, швидкість руху води  $\omega_0=5$  м/с, тиск до удару  $p_0=0,25$  МПа.

*Розв'язання.* Визначаємо швидкість розповсюдження ударної хвилі за формулою (5.5):

$$c = \sqrt{\frac{E_p}{\rho \left( 1 + \frac{E_p}{E} \cdot \frac{d}{\delta} \right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^9}{10^3 \left( 1 + \frac{2 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{200}{4} \right)}} = 1150 \text{ м/с},$$

де  $E_p=2 \cdot 10^9$  Па – об'ємний модуль пружності води;

$\rho = 1000$   $\text{кг/м}^3$  – густина води;

$E=2 \cdot 10^{11}$  Па – об'ємний модуль пружності сталі.

Підвищення тиску при гідравлічному ударі визначаємо за формулою (5.6):

$$\Delta p_{\text{уд}} = \rho \cdot \omega_0 \cdot c = 1000 \cdot 5 \cdot 1150 = 5,75 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$



Загальний тиск:

$$p = p_0 + p_{уд} = 0,25 \cdot 10^6 + 5,75 \cdot 10^6 = 6 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Сила, що розриває трубу у діаметральному перерізі, сприймається двома перерізами стінки.

$$p \cdot d = 2\sigma \cdot \delta.$$

Звідси знайдемо напруження:

$$\sigma = \frac{pd}{2\delta} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 200}{2 \cdot 4} = 150 \text{ МПа} > [\sigma].$$

Так як  $\sigma > [\sigma]$ , то міцність недостатня.

## 6 Витікання рідини через отвори і насадки

6.1 Витікання рідини через отвори, насадки та дроселі при постійному напорі

У гідравліці розрізняють малі та великі отвори.

*Малим* – називають отвір, розміри якого малі у порівнянні з напором.

При витіканні рідини через малий отвір у тонкій стінці відбувається стиснення струменя, ступінь якого оцінюється коефіцієнтом стиснення:

$$\varepsilon = \frac{S_c}{S}, \quad (6.1)$$

де  $S_c$  – площа поперечного перерізу струменя,  $\text{м}^2$ ;

$S$  – площа отвору,  $\text{м}^2$ .

*Насадки* – це короткі патрубки, довжина яких дорівнює 3-4 діаметрам, приставлені для отворів для збільшення витрати. Вони бувають циліндричними, конічними, коноїдальними (описані за формою витікаючого струменя) та іншими.

При витіканні через насадку  $\varepsilon=1$ .

При витіканні рідини через малі отвори у тонкій стінці і насадці при постійному напорі швидкість і витрата рідини визначаються за формулами:

$$\omega = \varphi \sqrt{2g \left( H + \frac{P_1 + P_2}{\rho g} \right)}, \quad (6.2)$$

$$Q = \alpha \cdot S \sqrt{2g \left( H + \frac{p_1 + p_2}{\rho g} \right)}, \quad (6.3)$$

де  $\varphi$  – коефіцієнт швидкості;

$\alpha$  - коефіцієнт витрати;

$H$  – геометричний напір над центром тяжіння отвору;

$S$  – площа отвору;

$p_1$  – тиск над вільною поверхнею рідини;

$p_2$  – тиск у середовищі, куди витікає рідина.

Коефіцієнт швидкості визначається за формулою:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\eta + \xi}}, \quad (6.4)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт кінетичної енергії;

$\xi$  - коефіцієнт опору.

При витіканні з відкритого резервуару в атмосферу ( $p_1 = p_2 = p_a$ ) формули (6.2) та (6.3) приймають вигляд:

$$\omega = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (6.5)$$

$$Q = \alpha S \sqrt{2gH}. \quad (6.6)$$

Коефіцієнт витрати являє собою добуток коефіцієнтів швидкості та стиснення:

$$\alpha = \varphi \cdot \varepsilon. \quad (6.7)$$

У загальному випадку коефіцієнти  $\alpha$ ,  $\varphi$  та  $\varepsilon$  залежать від числа Рейнольдса. На рис. 6.1 приведена ця залежність, а в таблиці 6.1 приведені значення коефіцієнтів  $\alpha$ ,  $\varphi$  та  $\varepsilon$  для отвору і насадки при великих числах Рейнольдса.

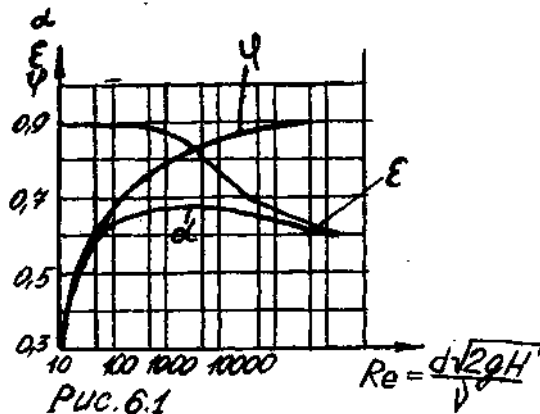


Рис. 6.1  
Залежність коефіцієнтів  
 $\alpha, \varphi, \epsilon$  від числа Рейнольдса

Рисунок 6.1

Таблиця 6.1 – Значення коефіцієнтів  $\alpha, \varphi$  та  $\epsilon$

Тип отвору або насадку	Значення коефіцієнта, $\alpha$	Значення коефіцієнта, $\varphi$	Значення коефіцієнта, $\epsilon$
Отвір у тонкій стінці	0,62	0,97	0,64
Зовнішній циліндричний насадок	0,82	0,82	1,00
Внутрішній циліндричний насадок	0,71	0,71	1,0
Конічний насадок (кут конуса 12...15°)	0,94	0,96	0,98
Коноїдальний насадок	0,97	0,97	1,00

Час спорожнення  $\tau$ (с) відкритої посудини, яка має постійну площу поперечного перерізу  $f$ , через отвір площею  $f_0$  може бути визначеним за рівнянням:

$$\tau = \frac{2f\sqrt{H}}{\alpha f_0 \sqrt{2g}}, \quad (6.8)$$

де  $H$  – початковий рівень рідини над отвором.

Приклад 6.1. Вода під постійним напором  $H=2$  м витікає в атмосферу через зовнішній циліндричний насадок діаметром  $d=10$  мм (рис. 6.2).

Прийнявши коефіцієнти стискання струменя в насадку  $\epsilon=0,63$ , коефіцієнт опору вхідного отвору в насадок  $\xi_{\text{вх}}=0,06$ , визначити витрату води через насадок та втрату опору.

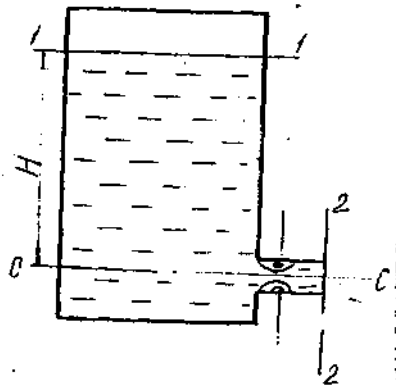


Рисунок 6.2

*Розв'язання.* Запишемо рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 і 2-2.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g} + h_b. \quad (\text{а})$$

Тут  $z_1 + H$ ,  $p_1 = p_2 = p_a$ ,  $\omega_1 = 0$ ,  $z_2 = 0$ , після підстановки даних в (а), маємо:

$$H = \frac{\omega_2^2}{2g} + h_e, \quad (\text{б})$$

де  $h_b$  – втрата напору на вхід та раптове розширення ступеня.

$$\begin{aligned} h_e &= \xi_{\text{вх}} \cdot \frac{\omega_c^2}{2g} + \xi_{\text{рр}} \cdot \frac{\omega_2^2}{2g} = \frac{\omega_2^2}{2g} \left( \xi_{\text{вх}} \frac{\omega_c^2}{\omega_2^2} + \xi_{\text{рр}} \right) = \\ &= \frac{\omega_2^2}{2g} \left[ \xi_{\text{вх}} \left( \frac{S_2}{S_c} \right)^2 + \xi_{\text{рр}} \right] = \frac{\omega_2^2}{2g} \left( \xi_{\text{вх}} \cdot \frac{1}{\varepsilon^2} + \xi_{\text{рр}} \right), \end{aligned} \quad (\text{в})$$

де  $S_2$  – площа перерізу струменя після його розширення;

$S_c$  – площа перерізу стиснутого струменя;

$\varepsilon$  – коефіцієнт стиснення струменя  $\varepsilon = S_c / S_2$ .

Коефіцієнт раптового розширення можна визначити за формулою:

$$\xi_{\text{рр}} = \left( \frac{S_2}{S_c} - 1 \right)^2 = \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 = \left( \frac{1}{0,63} - 1 \right)^2 = 0,345.$$

Після підстановки (в) до (б), маємо:

$$\omega_2 = \varphi \cdot \sqrt{2gH},$$

де 
$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\xi_{\text{ВХ}}}{\varepsilon^2} + \xi_{\text{PP}}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{0,06}{0,63^2} + 0,345}} = 0,818.$$

Тоді

$$\omega_2 = 0,818 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2} = 5,12 \text{ м/с},$$

а витрата води через насадок

$$Q = \omega_2 \frac{\pi d^2}{4} = 5,12 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,01^2}{4} = 0,402 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Втрата напору в насадку:

$$h_g = \left( \xi_{\text{PP}} + \frac{\xi}{\varepsilon^2} \right) \frac{\omega_2^2}{2g} = \left( 0,345 + \frac{0,06}{0,063^2} \right) \frac{5,12^2}{2 \cdot 9,81} = 0,66 \text{ м},$$

що складає 33% від всього напору  $H=2$  м.

Приклад 6.2. На рис. 6.3. зображена посудина Маріота, яка являє собою закритий резервуар, з якого рідина може витікати через трубку А.

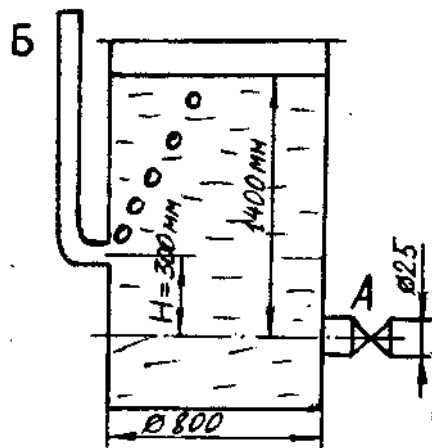


Рисунок 6.3

Трубка Б зверху відкрита в атмосферу. При витіканні рідини через трубку А у верхній частині резервуару утворюється вакуум, за рахунок чого через трубку Б всмоктується атмосферне повітря. Внаслідок чого у резервуарі на рівні Н над трубкою А тиск завжди буде дорівнювати атмосферному, незалежно від кількості рідини в резервуарі, а витікання рідини буде проходити під постійним напором до тих пір, поки рівень її не буде нижче чим . За вказаними на рис. 6.3. розмірами (мм) визначити

швидкість витікання води і час, за який рівень її зменшиться від початкового (1400 мм) до величини  $H=300$  мм. Коефіцієнт швидкості  $\varphi = 0,82$ , коефіцієнт стиснення  $\epsilon=1$ .

Розв'язання. За формулою (6.2) при  $p_1=p_2$ , знаходимо швидкість:

$$\omega = \varphi \cdot \sqrt{2gH} = 0,82 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,3} = 1,98 \text{ м/с.}$$

Об'єм води, який витікає із посудини при зниженні рівня від 1400 до 300 мм, становить:

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \cdot (H_1 - H) = 0,785 \cdot 0,8^2 (1,4 - 0,3) = 0,553 \text{ м}^3.$$

Час витікання

$$\tau = \frac{V}{\pi d^2 \cdot \omega} = \frac{0,553}{0,785 \cdot 0,025^2 \cdot 1,98} = 569 \text{ с} \sim 9,5 \text{ хв.}$$

## 6.2 Витікання рідини через отвори та насадки при змінному напорі

Розглянемо випадки, коли швидкість опускання рівня рідини в посудині незначна і тому місцевим прискоренням частинок рідини можна знехтувати. В цьому випадку процес витікання рідини за безкінечно малий проміжок часу можна вважати сталим.

Нехай рідина витікає з циліндричної посудини, площа поперечного перерізу якої  $S$ , через отвір у дні площею  $S_0$ . Початковий напір рідини в посудині  $H_1$ , кінцевий напір  $H_2$ ,  $h$  – деякий проміжний напір (рис. 6.4).

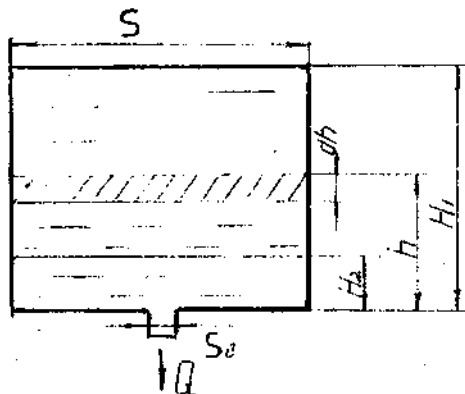


Рисунок 6.4

Нехай за безкінечно малий проміжок часу  $d\tau$  рівень рідини зменшиться на величину  $dh$ . Об'єм рідини, що витікає з посудини через отвір у дні можна визначити двома способами:

$$dV = Qd\tau = \alpha \cdot S_0 \sqrt{2hg} \cdot d\tau, \quad (6.9)$$

$$dV = -S \cdot dh. \quad (6.10)$$

Знак мінус враховує зниження напору ( $dh < 0$ ). Прирівнявши праві частини обох рівнянь і розділивши змінні, одержимо:

$$d\tau = -\frac{S}{\alpha S_0 \sqrt{2gh}} \cdot dh. \quad (6.11)$$

Час, за який напір зменшиться від  $H_1$  до  $H_2$ :

$$\tau = -\frac{S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} \cdot dh = \frac{2S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (6.12)$$

Час повного спорожніння посудини визначимо, прийнявши  $H_2=0$ .

$$\tau = \frac{2S\sqrt{H_1}}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} = \frac{2S \cdot H_1}{\alpha S_0 \sqrt{2g} H_1} = \frac{2V_1}{Q_1}, \quad (6.13)$$

де  $V_1 = S_1 \cdot H_1$  - початковий об'єм рідини в посудині,  $m^3$ ;

$Q_1 = \mu S_0 \sqrt{2gH_1}$  - початкова витрата рідини через отвір,  $m^3/c$ .

## 7 Вимірювання швидкості та витрати рідини у трубопроводах

У будь-якому перерізі горизонтального трубопроводу, по якому тече рідина, загальний тиск ( $p$ ) дорівнює сумі статичного ( $p_{ст}$ ) та динамічного  $\left(\frac{\rho\omega^2}{2g}\right)$  тисків:

$$p = p_{ст} + \frac{\rho\omega^2}{2g}. \quad (7.1)$$

При зміні перерізу трубопроводу відповідно змінюється швидкість течії рідини, внаслідок чого змінюються і числові значення статичного та динамічного тисків.

Вимірюючи тиск рідини, можна з рівняння (7.1) знайти швидкість її течії, а знаючи швидкість течії і внутрішній діаметр труби, визначають витрату рідини.

Для вимірювання різниці між внутрішнім тиском у трубі та довкіллям застосовують манометри.

Манометри, за допомогою яких вимірюють тиск менший чим атмосферний, називають *вакуумметрами*, а приклади, які використовують для вимірювання надмірного тиску та розрідження – *мановакууметрами*.

За конструкцією манометри бувають рідинні і пружинні.

Рідинні манометри являють собою U-подібну трубку, наповнену рідиною (водою, спиртом, ртуттю), один кінець якого приєднують до посудини, в якій вимірюють тиск. Величина тиску визначається за різницею рівнів рідини у колінах манометра. Рідинний манометр, що заповнюється тією рідиною, тиск якої вимірюється, називається *п'езометром*. Рідинні манометри застосовують для вимірювання надмірного тиску, значення якого не перебільшує  $10^5$  Па.

Для вимірювання швидкісного або динамічного тиску застосовують диференціальний манометр, у якого одне коліно труби використовується для вимірювання загального тиску, а друге для статичного тиску в одному і тому ж перерізі трубопроводу або обидва коліна використовують для вимірювання статичного тиску у двох різних перерізах трубопроводу.

Динамічний тиск, як різницю між загальним та статичним тисками, визначають за допомогою пневмометричних трубок, до числа яких відноситься трубка Піто-Прандтля, рис. 7.1.

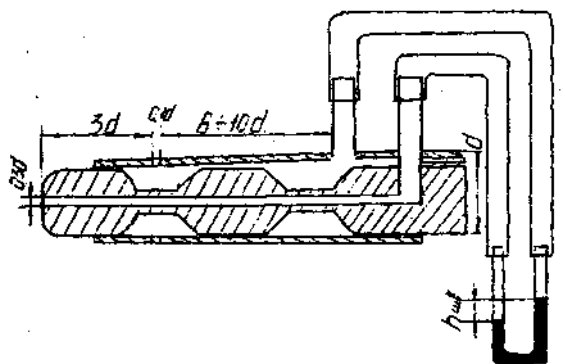


Рисунок 7.1 – Трубка Піто –Прандтля

Витрату рідини обчислюють за формулою:

$$Q = \frac{\pi d_m^2}{4} \cdot \varphi \sqrt{2gh} \text{ м}^3/\text{с}, \quad (7.2)$$



де  $d_T$  – внутрішній діаметр трубопроводу, м;  
 $h$  – динамічний напір рідини, що протікає по трубопроводу, м;  
 $\varphi$  – коефіцієнт, враховуючий відношення середньої швидкості до  
максимальної. Приблизно приймають при ламінарному режимі  
руху  $\varphi=0,5$ , а при турбулентному  $\varphi=0,5-0,82$ .

Для вимірювання витрати рідини за перепадом тиску частіше застосовують дросельні прилади, до числа яких відносяться діафрагми, сопла та труби Вен турі, (рис. 7.2).

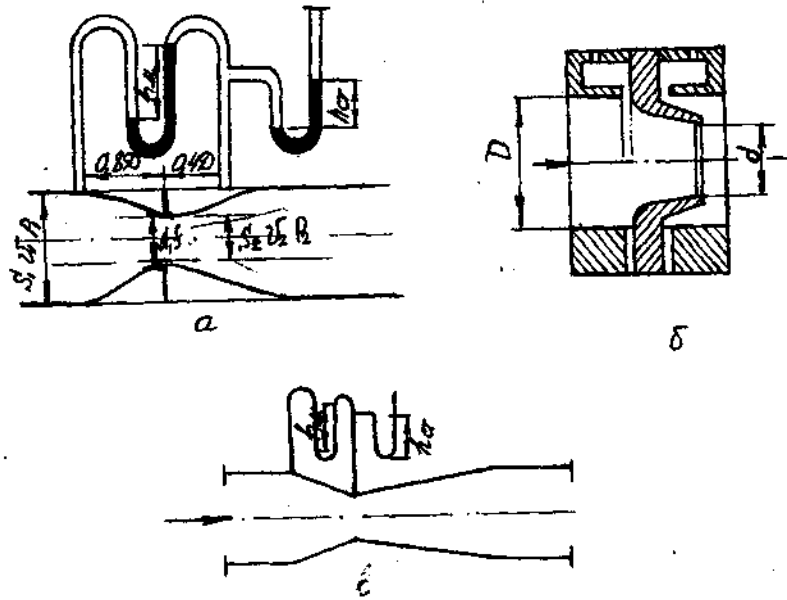


Рисунок 7.2.

Перепад тиску у дросельному приладі вимірюють за допомогою диференціального манометра.

Мірна діафрагма являє собою тонкий диск з круглим отвором, центр якого лежить на осі труби.

Мірне сопло є насадком, який має плавно закруглений вхід і циліндричний вихід.

Труба Вентурі являє собою трубу з поступовим звуженням перерізу та наступним збільшенням його до початкового розміру.

Витрата рідини, яка протікає через дросельний прилад, визначається шляхом спільного розв'язання рівняння Бернуллі для двох близько розташованих перерізів  $f_1$  та  $f_2$  (рис. 7.2 а):

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g},$$

звідки

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g}, \quad (\text{A})$$

де  $\frac{p_1}{\rho g}$  і  $\frac{p_2}{\rho g}$  - статичний напір в перерізах  $f_1$  та  $f_2$ , м;

$\frac{\omega_1^2}{2g}$  і  $\frac{\omega_2^2}{2g}$  - швидкісний напір у тих же перерізах, м;

$\rho$  - густина рідини в трубопроводі, кг/м<sup>3</sup>.

З умови суцільності потоку витікає:

$$\omega_1^2 = \omega_2^2 \left( \frac{f_2}{f_1} \right)^2 = \omega_2^2 \varepsilon^2 \left( \frac{d}{d_1} \right)^4,$$

де  $\varepsilon$  - поправочний коефіцієнт, який враховує конструкцію діафрагми;

$d$  - діаметр отвору діафрагми, м.

Підставивши значення  $\omega$  в рівняння (А), одержимо:

$$h = \frac{\omega_2^2}{2g} \left[ 1 - \varepsilon^2 \left( \frac{d}{d_1} \right)^4 \right],$$

і швидкість потоку в перерізі діафрагми:

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \left( \frac{d}{d_1} \right)^4}}.$$

Оскільки практично співвідношення  $d/d_1$  дорівнює від 1/4 до 1/3, то можна знехтувати величиною  $\varepsilon (d/d_1)^4$  як близькою до нуля. Тоді  $\omega_2 = \sqrt{2gh}$ , м/с.

Витрата рідини в трубопроводі при цих умовах визначається рівнянням:

$$V = \alpha \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gh}, \text{ м}^3/\text{с},$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт витрати, який враховує тертя в отворі діафрагми і стискання струменя в ній.

Динамічний тиск в даному перерізі трубопроводу визначається рівнянням, рис. 7.2 а:  $\frac{\omega^2}{2g} = \rho_p gh = h_m (\rho_m - \rho_p) g$ , звідки

$$h = \frac{h_M (\rho_M - \rho_P)}{\rho_P}, \quad (B)$$

де  $h_M$  – перепад рівнів рідини в трубках дифманометра, м;  
 $\rho_M$  – густина рідини у дифманометрі, кг/м;  
 $\rho_P$  – густина рідини, протікаючої по трубопроводу, кг/м<sup>3</sup>.

З урахуванням виразу (B) формула для розрахунку витрати рідини за допомогою дросельних приладів має вигляд:

$$V = \alpha k \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gh(\rho_M - \rho_P)}{\rho_M}}, \text{ м}^3/\text{с},$$

де  $k$  – поправочний множник, враховуючий шорсткість стінок трубопроводу, визначається в залежності від діаметра трубопроводу  $D$  і співвідношення  $m=(d/D)^2$ ;

$d$  - діаметр отвору діафрагми, м; (табл. 7.1)

Таблиця 7.1 – Значення поправочного множника  $k$

Діаметр трубопроводу, м	m=0,1	m=0,2	m=0,3	m=0,4	m=0,5	m=0,6	m=0,7
0,05	1,0037	1,0063	1,0082	1,0118	1,0144	1,0172	1,02
0,10	1,0024	1,0045	1,0064	1,0065	1,0108	1,013	1,0148
0,20	1,0017	1,0023	1,0034	1,004	1,0052	1,006	1,007
0,30	1,0005	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001

$\alpha$  – коефіцієнт витрати діафрагми, залежить від числа Рейнольда і співвідношення  $m=(d/D)^2$ .

Оскільки величина  $Re$  завчасно невідома, то при вимірюванні витрати  $V$  слід прийняти середнє значення  $\alpha$  по табл. 7.2. для даного  $m$ . Потім, розрахувавши  $V$ , визначають величину  $Re$ , уточнюють значення  $m$ , і якщо необхідно коректують розрахунок.

Таблиця 7.2 – Значення коефіцієнтів витрати діафрагми  $\alpha$

$Re=wD\rho/\mu$	m=0,05	m=0,1	m=0,2	m=0,3	m=0,4	m=0,5	m=0,6	m=0,7
5000	0,6032	0,6110	0,6341	-	-	-	-	-
10000	0,6024	0,6092	0,6261	0,6530	0,6890	0,7367	0,7975	-
20000	0,5996	0,6050	0,6212	0,6454	0,6765	0,7186	0,7753	0,8540
30000	0,5990	0,6038	0,6187	0,6403	0,6403	0,7124	0,7650	0,8404
50000	0,5984	0,6032	0,6168	0,6384	0,6384	0,7047	0,7553	0,8276
100000	0,5980	0,6026	0,6162	0,6359	0,6359	0,6992	0,7472	0,8155
400000	0,5978	0,6020	0,6150	0,6340	0,6340	0,6950	0,7398	0,8019

Приклад 7.1. U-подібний скляний дифманометр, заповнений ртуттю, приєднано до двох точок горизонтального трубопроводу, (рис. 7.3).

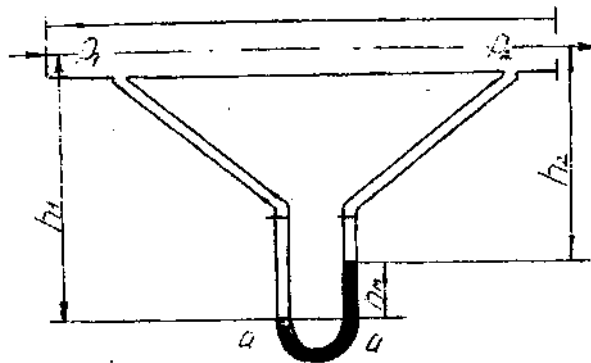


Рисунок 7.3

Різниця рівнів ртуті в дифманометрі  $h_m=26$  мм. Яка різниця тисків у цих точках, якщо по трубопроводу проходить: а) вода; б) метан при  $30^{\circ}\text{C}$  і атмосферному тиску?

*Розв'язання.* З умови рівності тисків на рівні a-a ліворуч і праворуч

$$p_1 + h_1 \rho g = p_2 + h_2 \rho g + h_m \rho_m g$$

знаходимо, замінюючи  $h_2 = (h_1 - h_m)$ ,  $p_1 - p_2 = h_m g (\rho_m - \rho)$ ,

де  $\rho$  – густина рідини в трубопроводі (і в приєднувальних трубках)  $\text{кг/м}^3$ ;

$\rho_m$  – густина рідини в дифманометрі  $\text{кг/м}^3$ .

З умови задачі  $h_m=0,026$  м,  $\rho_m=13600$   $\text{кг/м}^3$ .

а) для води  $\rho=1000$   $\text{кг/м}^3$ ;

$$p_1 - p_2 = 0,026(13600 - 1000)9,81 = 3214 \text{ Па};$$

б) для метану при  $t=30^{\circ}\text{C}$ :

$$\rho = \frac{M T_0 P}{22,4 T P_0} = \frac{16 \cdot 273 \cdot 1}{22,4 \cdot 303 \cdot 1} = 0,643 \text{ кг/м}^3.$$

$$p_1 - p_2 = 0,026(13600 - 0,643)9,81 \approx 0,026 \cdot 9,81 = 3469 \text{ Па}.$$

З останньої рівності виходить, що при вимірюванні різниці тисків у газових потоках рідинними дифманометрами поправкою на густина газу можна знехтувати, оскільки густина газу (при тисках, приблизних до атмосферного) дуже мала порівняно з густиною рідини.

Приклад 7.2. На трубопроводі з внутрішнім діаметром 300 мм є плавний перехід на діаметр 100 мм (рис. 7.4).

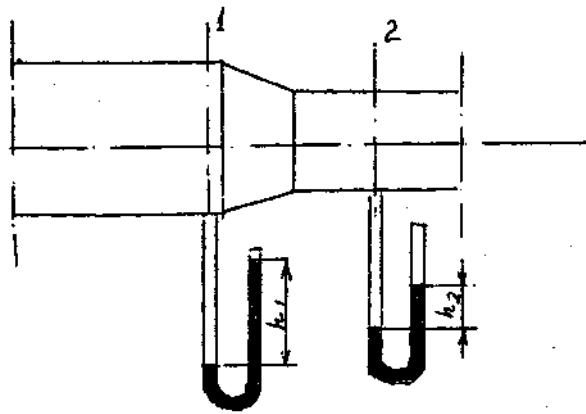


Рисунок 7.4

По трубопроводу подається  $2000 \text{ м}^3/\text{год}$  (при нормальних умовах) повітря при температурі  $25^\circ\text{C}$ . Відкритий в атмосферу U-подібний водяний манометр, встановлений на широкій частині трубопроводу перед звуженням, показує надмірний тиск у трубопроводі, який дорівнює  $50 \text{ мм вод. ст.}$  Який надмірний тиск буде показувати такий же манометр на вузькій частині трубопроводу? Опором знехтувати. Атмосферний тиск  $760 \text{ мм рт. ст.}$ .

Розв'язання. Вважаючи приблизно густину повітря на ділянці трубопроводу між точками приєднання манометрів постійною, складемо рівняння Бернуллі для нестисливої рідини:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g},$$

звідки знаходимо:

$$p_1 - p_2 = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} \rho,$$

де  $p_1 - p_2$  - статичний тиск в першому та другому перерізах трубопроводу;

$\omega_1$  і  $\omega_2$  - швидкість газу в тих же перерізах трубопроводу;

$\rho$  - густина рідини, яка протікає по трубопроводу.

Визначаємо швидкість повітря в перерізах I і II, приймаючи, що тиск у трубопроводі приблизно дорівнює атмосферному:

$$\omega_1 = \frac{V \cdot T}{3600 T_0 \cdot 0,785 \cdot d_1^2} = \frac{2000 \cdot 298}{3600 \cdot 273 \cdot 0,785 \cdot 0,3^2} = 8,58 \text{ м/с.}$$

По рівнянню (3.8):

$$\omega_2 = \omega_1 = \frac{S_1}{SS_2} = \omega_1 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 8,58 \left( \frac{300}{100} \right) = 77,22 \text{ м/с.}$$

Розрахуємо густину повітря:

$$\rho = \frac{M\Gamma_0 P}{22,4\Gamma P_0} = \frac{29 \cdot 273}{22,4 \cdot 298} = 1,186 \text{ кг/м}^3.$$

Находимо різницю тисків:

$$p_1 - p_2 = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} \rho = \frac{77,22^2 - 8,58^2}{2} \cdot 1,186 = 3492,4, \text{ Па} = 356 \text{ мм вод.ст.}$$

$p_2 = p_1 - 356 = 50 - 356 = -316$  мм вод. ст. тобто тиск в перерізі II буде меншим, ніж в перерізі I на 316 мм вод. ст. і манометр в перерізі II буде показувати вакуум, який дорівнює 316 мм вод. ст. (3100 Па).

Абсолютний тиск в перерізі I:

$$10330 + 50 = 10380 \text{ мм вод. ст.}$$

в перерізі II:

$$10330 - 316 = 10014 \text{ мм вод. ст..}$$

Приймаючи при розрахунках швидкостей і густини повітря постійність тисків в трубопроводі, допущена похибка не перевищує:

$$\frac{10380 - 10014}{10014} \cdot 100 = 3,65\%.$$

Приклад 7.3. Повітря з температурою 50°C подається через стальний трубопровід діаметром 102x6 мм. На трубопроводі встановлена діафрагма (d=49,3 мм). Показання водяного дифманометра, приєднаного до діафрагми, 400 мм вод. ст. Визначити витрату повітря.

*Розв'язання.* Витрату повітря визначаємо за формулою (7.3).

$$V = \alpha k \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gh_m(\rho_m - \rho_p)}{\rho_p}}.$$

Поправочний множник k визначаємо по табл. 7.1 при D=0,09 м і  $m = (0,0943/0,09)^2 = 0,30$ ; k=1,0068.

Коефіцієнт витрати діафрагми по табл. 7.2 при m=0,3,  $\alpha=0,64$  (з наступною перевіркою).

Густина води при 50°C  $\rho_m = 988 \text{ кг/м}^3$ , а повітря:

$$\rho_p = \frac{M\Gamma_0}{22,4\Gamma} = \frac{29 \cdot 273}{22,4 \cdot 323} = 1,094 \text{ кг/м}^3.$$

$$V = 0,64 \cdot 1,0068 \frac{\pi \cdot 0,0493^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,4(988 - 1,094)}{1,094}} = 0,1035 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Швидкість повітря в трубопроводі:

$$\omega = \frac{V}{0,785D^2} = \frac{0,1035}{0,785 \cdot 0,09^2} = 16,277 \text{ м/с}.$$

Критерій Рейнольда, визначаємий по діаметру трубопровода:

$$Re = \frac{\omega D \rho}{\mu} = \frac{16,277 \cdot 0,09 \cdot 1,094}{19,77 \cdot 10^{-6}} = 81064.$$

Динамічний коефіцієнт в'язкості повітря при 50<sup>0</sup>С визначимо за формулою (1.12):

$$\mu_t = \mu_o = \frac{273 + C}{(T + C)} \left( \frac{T}{273} \right)^{1,5} = 17,2 \cdot 10^{-6} \frac{273 + 124}{273 + 124} \left( \frac{328}{273} \right)^{1,5} = 19,97 \cdot 10^{-6} \text{ Пас}.$$

Коефіцієнт в'язкості при нормальних умовах визначаємо по таблиці 1.4.

Перевіряємо прийняте значення  $\alpha$ . По табл. 7.2 при  $m=0,3$  і  $Re=81064$ ,  $\alpha.=0,6364$ . При такому значенні коефіцієнта витрати:

$$V = V_1 \frac{\alpha}{\alpha_1} = 0,1035 \frac{0,6364}{0,64} = 0,1029 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Це складає похибку:

$$\frac{V_1 - V}{V} \cdot 100 = \frac{0,1035 - 0,1029}{0,1029} \cdot 100 = 0,06\% .$$

## 8. Задачі для самостійного рішення

Задача 8.1. Визначити густину суміші  $G_1=1,5$  тони хлороформу та  $G_2= 500$  кг бензолу при  $t = 10^0\text{C}$ .

*Відповідь:*  $\rho_{\text{см}} = 963 \text{ кг/м}^3$ .

Задача 8.2. Знайти густину суспензії  $10 \text{ м}^3$  води та  $2 \text{ т}$  крейди при  $t = 20^0\text{C}$ .

*Відповідь:*  $\rho_{\text{сп}} = 1101 \text{ кг/м}^3$ .

Задача 8.3. Яка буде густина суміші газів із  $30\%$  об.  $\text{CO}_2$  та  $79\%$   $\text{H}_2\text{O}$  при температурі  $t = 60^0\text{C}$  та тискові  $P = 0,4 \text{ МПа}$ .

*Відповідь:*  $\rho_{\text{см}} = 3,773 \text{ кг/м}^3$ .

Задача 8.4. Знайти густину повітря в апараті при тиску  $P = 400$  мм.рт.ст. та температурі  $t = -40^0\text{C}$ . Атмосферний тиск  $P_{\text{атм}}$  складає  $735$  мм.рт.ст.

*Відповідь:*  $\rho = 0,825 \text{ кг/м}^3$ .

Задача 8.5. Визначити динамічний коефіцієнт в'язкості суміші  $70\%$  моль. аміаку та  $30\%$  води при  $t = 50^0\text{C}$ .

*Відповідь:*  $\mu_{\text{см}} = 0,262 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Задача 8.6.  $4 \text{ м}^3$  глини розчинили в  $42 \text{ м}^3$  води. Яка буде в'язкість суспензії, якщо її температура  $t = 40^0\text{C}$ ?

*Відповідь:*  $\mu_{\text{с}} = 0,78 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Задача 8.7. В  $12 \text{ м}^3$  води розчинили  $6,6 \text{ т}$  каоліну. Знайти в'язкість суспензії, якщо її температура  $t = 20^0\text{C}$ .

*Відповідь:*  $\mu_{\text{с}} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Задача 8.8. Якою буде кінематична в'язкість рідкого аміаку при  $t = 30^0\text{C}$ , якщо його густина становить  $\rho=595 \text{ кг/м}^3$ ?

*Відповідь:*  $\nu = 3,64 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Задача 8.9. Визначити динамічний коефіцієнт в'язкості суміші газів:  $40\%$  об.  $\text{NO}$ ,  $10\%$   $\text{N}_2$  та  $50\%$   $\text{H}_2$  при  $t = 400^0\text{C}$ .

*Відповідь:*  $\mu_{\text{см}} = 0,033 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Задача 8.10. Площа дна відкритого резервуару становить  $F=1,8 \text{ м}^2$ . Знайти силу тиску на дно  $60\%$  сірчаної кислоти, якщо її рівень становить  $H=2,5 \text{ м}$  і  $t = 30^0\text{C}$ .

*Відповідь:*  $P_{\text{дна}} = 13410 \text{ кг}$ .



Задача 8.11. Вертикальний закритий циліндричний резервуар заповнений водою на висоту  $H=3$  м. Який буде тиск над поверхнею води, якщо манометр на рівні дна резервуару показує тиск  $P_M=5$  кг/см<sup>2</sup> при  $t = 60^{\circ}\text{C}$ ?

*Відповідь:*  $P_0=4,72$  кг/см<sup>2</sup>.

Задача 8.12. Рівень ацетону в резервуарі складає  $H=3,5$  м. На рівні  $h=500$  мм від дна встановлений люк розміром  $300\times 300$  мм. Знайти силу тиску рідини на люк. Температура в апараті  $t=10^{\circ}\text{C}$ .

*Відповідь:*  $P_P=216,5$  кг.

Задача 8.13. На рівні дна до відкритого резервуару, заповненого азотною кислотою з температурою  $t=60^{\circ}\text{C}$ , підведений трубопровід по якому подають повітря. Манометр, встановлений на трубопроводі, показує тиск  $P_{\text{атм.}}=0,25$  кг/см<sup>2</sup>. Який буде рівень  $\text{HNO}_3$  та який її об'єм, якщо його діаметр  $D=1,8$  м?

*Відповідь:*  $h=1,76$  м;  $V=4,47$  м<sup>3</sup>.

Задача 8.14. Ртутний U-подібний манометр показує перепад рівнів  $h=20$  см. Який тиск буде в апараті в Па, мм.рт.ст., мм.вод.ст, кг/см<sup>2</sup>, якщо  $P_{\text{атм.}}=750$  мм.рт.ст.

*Відповідь:*  $1,26\cdot 10^5$  Па; 950 мм рт.ст.; 12,5 мм вод.ст.; 1,25 кг/см<sup>2</sup>.

Задача 8.15. Вода в трубі барометричного конденсатора піднялася на  $H=8$  м. Яке розрідження буде в апараті, якщо атмосферний тиск складає  $P_{\text{атм.}}=750$  мм.рт.ст.

*Відповідь:* 21575 Па.

Задача 8.16. В безперервно діючий сепаратор подають суміш води з бензолом. Висота шару бензолу складає  $h=1,8$  м. На яку висоту  $h_2$  слід підняти трубу гідрозатвору для виливу води, якщо температура суміші складає  $t=30^{\circ}\text{C}$ .

*Відповідь:*  $h_2 = 1,56$  м.

Задача 8.17. Висота підйому метилового спирту у відкритому п'єзометрі складає  $h=400$  мм. Який тиск в кг/см<sup>2</sup> покаже манометр, встановлений поряд на трубопроводі? Температура метанолу  $t=10^{\circ}\text{C}$ .

*Відповідь:*  $P_M=0,031$  кг/см<sup>2</sup>.

Задача 8.18. Більший поршень ручного гідравлічного пресу дорівнює  $D_1=0,45$  м, а менший  $d_2=30$  мм. Яке зусилля треба прикласти до меншого поршня, щоб сила тиску на більшому поршні складала  $P_1=200$  кг.

*Відповідь:*  $P_2 = 90$  кг.

Задача 8.19. Трубопровід діаметром 25x25 мм призначений для подачі оцтової кислоти в кількості 2,5 м<sup>3</sup>/год. Яка швидкість рідини необхідна для цього?

*Відповідь:*  $\omega=2$  м/с.

Задача 8.20. Знайти масову витрату повітря в газоході 200x150 мм при швидкості  $\omega=20$  м/с та температурі  $t=250^{\circ}\text{C}$ .

*Відповідь:*  $M = 0,4$  кг/с.

Задача 8.21. Розрахувати діаметр трубопроводу для подачі  $M=2000$  кг/год толуолу з швидкістю  $\omega=1,5$  м/с при температурі  $t=20^{\circ}\text{C}$ .

*Відповідь:*  $d = 25$  мм.

Задача 8.22. Знайти еквівалентний діаметр міжтрубного простору двохтрубного теплообмінника, якщо діаметр більшої труби  $D=108 \times 4$  мм, меншої  $d = 57 \times 3,5$  мм.

*Відповідь:*  $d_e = 0,043$  м.

Задача 8.23. Кожухотрубчастий теплообмінник з діаметром корпусу  $D=300$  мм містить 62 труби діаметром  $d = 25 \times 2$  мм. Знайти еквівалентний діаметр міжтрубного простору.

*Відповідь:*  $d_e = 0,229$  м.

Задача 8.24. Визначити режим руху метилового спирту при  $t=50^{\circ}\text{C}$ , якщо його витрата через 108x4 мм дорівнює 5 т/год.

*Відповідь:*  $Re = 44430$  – турбулентний.

8.25. По трубі діаметром  $d_{\text{вн}}=20$  мм подається мурашина кислота витратою  $Q=0,5$  м<sup>3</sup>/год при  $t=20^{\circ}\text{C}$ . Знайти режим руху рідини і як він зміниться, якщо діаметр трубопроводу збільшити в 2 рази.

*Відповідь:*  $Re_1=3906$ ;  $Re_2=2015$ .

Задача 8.26. По трубі  $d_{\text{вн}}=100$  мм проходить повітря при  $t=80^{\circ}\text{C}$  та тискові  $P=0,15$  МПа. Якою буде критична швидкість, щоб забезпечити ламінарний режим руху ( $Re_{\text{кр}}=2300$ )?

*Відповідь:*  $\omega_{\text{кр}}=0,275$  м/с.

Задача 8.27. Швидкість пари в трубі  $d_1=50$  мм складає  $\omega_1=15$  м/с. Знайти, який необхідний діаметр труби, щоб забезпечити швидкість пари  $\omega_2=20$  м/с.

*Відповідь:*  $d_2=43$  мм.

Задача 8.28. З бака витікає вода по трубопроводу з швидкістю  $\omega=3,3$  м/с. Знайти статичний та динамічний напори на висоті 3 м від підлоги, якщо повний напір складає  $H=20$  м.

*Відповідь:*  $p/\rho g = 16,45$  м;  $\omega^2/2g=0,55$  м.

Задача 8.29. Повний напір води у вертикальній трубі складає  $H=28$  м і на відстані 1,5 м від підлоги з неї витікає вільна струмина. Привести напори рівняння Бернуллі для струменя на відстані 0,5 м від кінця труби.

*Відповідь:*  $z=1$  м;  $p/\rho g=0$ ;  $\omega^2/2g=27$  м.

Задача 8.30. В горизонтальній трубі тиск води складає  $p=1,5$  кг/см<sup>2</sup>. Який буде в ній динамічний напір, якщо в п'єзометрі рівень води становить  $h=2$  м?

*Відповідь:*  $\omega^2/2g=13$  м.

Задача 8.31. По горизонтальній трубі  $D=100$  мм, протікає оцтова кислота при  $t=40^\circ\text{C}$ . На трубопроводі встановлена нормальна діафрагма з отвором  $d_0=40$  мм. Ртутний дифманометр, встановлений на діафрагмі, показує перепад  $H=0,3$  м. Яка буде витрата кислоти, якщо коефіцієнт витрати  $\alpha=0,67$ .

*Відповідь:*  $V=0,0121$  м<sup>3</sup>/с.

Задача 8.32. Ртутний дифманометр трубки Піто-Прандтля показує перепад  $H=0,2$  м. Знайти максимальну та середню швидкість в трубопроводі, у якому протікає дихлоретан при  $t=20^\circ\text{C}$  і режим руху якого становить  $Re=10000$ .

*Відповідь:*  $\omega_{\text{мак}}=6,21$  м/с;  $\omega_{\text{ср}}=4,96$  м/с.

Задача 8.33. Постійний рівень води в ємності становить  $H=3$  м і в дні якої є отвір діаметром  $d_0=25$  мм. Скільки рідини витікає через цей отвір, якщо коефіцієнт стиснення струмини  $\varepsilon=0,85$ , а коефіцієнт витрати через отвір  $\alpha=0,7$ ?

*Відповідь:*  $V=0,0022$  м<sup>3</sup>/с.

Задача 8.34. За який час із бака діаметром  $D=2,2$  м і заповненого водою на висоту  $H=3,8$  м витече вся рідина через отвір у дні діаметром  $d_0=40$  мм, якщо коефіцієнт витрати  $\alpha=0,75$ ?

*Відповідь:*  $\tau=3612$  с.

Задача 8.35. На початку аміакопроводу діаметром  $d=100$  мм встановлений пружний манометр, стрілка якого показує тиск  $P_1=6$  кг/см<sup>2</sup>. Який тиск покаже манометр через  $\ell=2$  км, якщо швидкість рідини  $\omega=1,3$  м/с, температура  $t=0^\circ\text{C}$  і  $Re=2000$ .

*Відповідь:*  $P_2=2,54$  кг/см<sup>2</sup>.

Задача 8.36. На яку величину зменшиться напір в трубі  $d=38$  мм, довжиною  $\ell=400$  м, якщо в ній протікає вода з швидкістю  $\omega=0,8$  м/с і  $Re=4000$ .

*Відповідь:*  $\Delta h_{\text{тр}}=13,4$  м.

Задача 8.37. По сталій трубі  $d = 90$  мм під тиском  $P=6$  кг/см<sup>2</sup> подають водяний пар на відстань  $\ell = 300$  мм. Шорсткість внутрішньої стінки труби становить  $\ell=0,45$  мм. Знайти втрати тиску на тертя, якщо швидкість пари  $\omega = 12$  м/с і режим руху  $Re=4000$ .

Відповідь:  $\Delta P_{тр}=23800$  Па.

Задача 8.38. На трубопроводі діаметром  $D=50$  мм встановлено 1 діафрагма з отвором  $d_0 = 29$  мм, 4 прямоочних вентиля, 1 засувка та 6 відводів під кутом  $\varphi = 45^0$  і відношення  $R_0/d=4$ . Знайти загальні втрати напору, якщо на тертя втрачено  $h_{тр}=0,8$  м при швидкості рідини  $\omega=1,5$  м/с.

Відповідь:  $h_{тр}=11,15$  м.

Задача 8.39. По змійовику з діаметром витка  $D=0,8$  м проходить метиловий спирт при  $t = 60^0C$  із швидкістю  $\omega=1,2$  м/с. Якою буде втрата тиску при проходженні рідини, якщо число витків змійовика  $n = 12$ , діаметр труб  $d = 38 \times 2$  мм, режим руху турбулентний ( $Re = 15000$ ). Шорсткість стінок труби  $\ell=9,2$  мм.

Відповідь:  $\Delta P_{тр}=20860$  Па.

Задача 8.40. По рубі  $d = 50$  мм протікає вода із швидкістю  $\omega=1$  м/с і втрата тиску на довжині  $\ell=60$  м становить  $\Delta P_{тр}=24000$  Па. Як зміняться втрати тиску, якщо збільшити швидкість у 2 рази, а діаметр до 60 мм. Коефіцієнт тертя прийняти  $\lambda=0,04$  і  $t = 0^0C$ .

Відповідь:  $\Delta P_{тр}=96000$  Па і  $\Delta P_{тр}=80000$  Па.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии, 8 изд. перераб. – М.: Химия, 1971. – 784 с.
2. Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. Учебное пособие для вузов. / Под ред. чл.-корр. АН СССР П.Г. Романкова. – 10-е изд. Перераб. и доп. – Л.: Химия, 1987. – 576 с.
3. Дытнерский Ю.И. Процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1995. – 400 с.
4. Сборник задач по гидравлике: Учебное пособие для вузов. / Под ред. В.А. Большакова. 4-е изд. перераб. и доп. – К.: Высшая школа. Главное изд-во. 1979. - 336 с.
5. Кострюков В.А. Основы гидравлики и аэродинамики. Учебник для техникумов. М.: Высшая школа. 1975. 220 с. с ил.
6. Эмирджанов Р.Т., Лемберанский Р.А. Основы технологических расчетов в нефтепереработке и нефтехимии: Учебное пособие для вузов. –М.: Химия. 1989. – 192 с.
7. Перри Дж. Справочник инженера-химика. т.1. Перевод с англ. под ред. акад. Жаворонкова Н.М. и чл.-корр. АН СССР Романкова П.Г. Л.: Химия.: 1969. – 640 с.