

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
Державний вищий навчальний заклад  
«Український державний хіміко-технологічний університет»

2585

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**  
з курсу

"Основні процеси та апарати хімічної технології"  
(розділ "Гідравліка. Гідромеханічні процеси")  
для студентів III-IV курсів технологічних спеціальностей,  
усіх форм навчання

Затверджено на засіданні  
кафедри «Процеси та апарати  
хімічної технології».  
Протокол № 11 від 25.05.2012.

Конспект лекцій з курсу "Процеси та апарати хімічної технології" (розділ "Гідравліка. Гідромеханічні процеси") для студентів III-IV курсів технологічних спеціальностей усіх форм навчання / Укл.: В.М. Задорожній, П.В. Рябік. – Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ, 2013. – 92 с.

Укладачі: В.М.Задорожній, канд. техн. наук  
П.В. Рябік, канд. техн. наук

Відповідальний за випуск П.Г. Сорока, д-р техн. наук

Конспект лекцій відповідає програмі курсу «Процеси та апарати хімічної технології» і містить основні закони гідравліки та гідромеханіки, властивості рідин.

#### Навчальне видання

Конспект лекцій з курсу «Процеси та апарати хімічної технології»  
(розділ «Гідравліка. Гідромеханічні процеси.») для студентів III-IV курсів  
технологічних спеціальностей усіх форм навчання

Укладачі: ЗАДОРЖНИЙ Володимир Михайлович  
РЯБІК Павло Васильович

Авторська редакція

Підписано до друку 12.03.13. Формат 60×84 1/16. Папір ксерокс. Друк різнограф.  
Умовн.-друк. арк. 4,27. Облік.-вид. арк. 4,35. Тираж 50 прим.

Зам. № 227. Свідоцтво ДК № 303 від 27.12.2000.

ДВНЗ УДХТУ, 49005, Дніпропетровськ-5, просп. Гагаріна, 8.

Видавничо-поліграфічний комплекс ІнКомЦентру

## ЗМІСТ

Вступ .....	5
1. Основні поняття. Фізичні властивості рідин .....	7
1.1. Основні поняття .....	7
1.2. Густина та питома вага рідини.....	7
1.3. В'язкість .....	9
1.4. Стисливість .....	11
1.5. Теплове розширення .....	12
1.6. Поверхневий натяг .....	12
1.7. Тиск.....	12
2. Гідростатика .....	13
2.1. Диференційне рівняння рівноваги Ейлера .....	13
2.2. Основне рівняння гідростатики .....	15
2.3. Закон Паскаля .....	17
2.4. Закон Архімеда .....	17
2.5. Практичне застосування основного рівнянні гідростатики .....	18
2.5.1. Принцип сполучених посудин .....	18
2.5.2. Вимірювання рівня рідини в резервуарах .....	20
2.5.3. Гідростатичні машини .....	21
2.6. Тиск рідини на дно та стінки посудини .....	22
3. Гідродинаміка .....	23
3.1. Основні характеристики руху рідини .....	24
3.2. Гідравлічний радіус та еквівалентний діаметр.....	25
3.3. Швидкість і витрата рідини .....	26
3.4. Рівняння нерозривності (суцільності) потоку .....	27
3.5. Режим руху рідини .....	28
3.6. Розподіл швидкостей по перерізу і витрата рідини при усталеному ламінальному режимі руху рідини .....	30
3.7. Диференційне рівняння руху Ейлера .....	33
3.8. Рівняння Нав'є-Стокса .....	35
3.9. Рівняння Бернуллі .....	38
3.10. Практичне застосування рівняння Бернуллі .....	41
3.11. Гідравлічний опір в трубопроводах .....	46
3.12. Розрахунок трубопроводів .....	52
3.13. Неусталений рух рідин в трубопроводах. Гідравлічний удар .....	53
3.14. Витікання рідини через отвори і насадки .....	55
Гідромеханічні процеси.....	59
4. Розділення рідинних неоднорідних систем.....	60
4.1 Матеріальний баланс розділення.....	60
4.1.2 Швидкість осідання.....	61

4.1.3 Відстійники.....	64
4.1.4 Розрахунок відстійників.....	66
4.2 Фільтрування.....	68
4.2.1 Швидкість фільтрування.....	70
4.2.2 Види фільтрування.....	71
4.2.3 Устрій фільтрів.....	72
4.2.4 Розрахунок фільтрів.....	74
4.3. Центрифугування.....	75
4.3.1 Відцентрова сила і фактор розділення.....	76
4.3.2 Процеси у відстійних центрифугах.....	77
4.3.3 Процеси у фільтруючих центрифугах.....	78
4.3.4 Устрій центрифуг.....	79
4.4 Мокра очистка суспензій.....	79
4.5 Розділення газових неоднорідних систем.....	81
4.5.1. Гравітаційна очистка газів.....	81
4.5.2 Очищення газів під дією інерційних та відцентрових сил.....	83
4.5.3 Очищення газів фільтруванням.....	85
4.5.4 Мокре очищення газів.....	87
4.5.5 Електричне очищення газів.....	88
4.5.6 Порівняльна характеристика і вибір газоочисної апаратури.....	91
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	93

## ВСТУП

Багато технологічних процесів хімічної технології пов'язані з рухом рідин, газів або пари, перемішуванням в рідких середовищах, а також розділенням рідких або газових сумішей шляхом відстоювання, фільтрування, центрифугування.

Швидкість таких процесів визначається законами гідромеханіки.

Законали гідромеханіки та їх практичне використання вивчаються в гідравліці, яка складається з двох частин: гідростатики та гідродинаміки. Гідростатика вивчає закони рівноваги в усталеному стані, а гідродинаміка – закони руху рідин та газів.

Рух рідин та газів в трубопроводах та апаратах пов'язаний з витратою зовнішньої енергії. Для перетворення зовнішньої енергії в кінетичну енергію рідин та газів використовують гідравлічні машини, тобто машини, конструкції яких тісно пов'язані з властивостями рідин та газів, а розрахунок базується на законах гідравліки.

В сучасних виробництвах важко знайти галузь, в якій би не утворювались би неоднорідні системи, наприклад пил-повітря, рідина-тверді частки, дві не змішувані рідини та інші. З метою їх очищення або видалення із них цінних продуктів виникає необхідність їх розділення. Нерідко виникає і протилежна мета – із речовин, які знаходяться в різних агрегатних станах необхідно отримати їх суміш. Вирішення як першої так і другої задачі базується на кінетичних закономірностях гідромеханічних процесів – осіданні, фільтруванні, перемішуванні та інших.

Законали гідромеханіки в значній мірі визначають характер протікання теплових та масообмінних процесів.

В роботі приведені теоретичні основи деяких питань гідромеханіки, пов'язаних з вивченням наступних розділів курсу «Процесів та апаратів хімічної технології», а також устрій принцип роботи та методики розрахунку апаратів та машин для розділення рідких та газових неоднорідних систем.

# 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ. ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН

## 1.1. Основні поняття

У гідравліці прийнято об'єднувати рідини, гази та пари під однією назвою – рідини. Це пояснюється тим, що закони руху рідин та газів (парів) практично однакові, якщо їх швидкості значно нижчі швидкості звуку. Тому у подальшому будемо називати рідинами всі речовини, яким властива плинність та неспроможність зберігати власну форму.

Рідина приймає форму того резервуару, який вона заповнює.

Для виведення основних закономірностей в гідравліці вводять поняття ідеальної рідини. Ідеальна рідина на відміну від реальної (в'язкої) рідини, абсолютно не стислива під дією зовнішніх сил, не змінює своєї густини та в'язкості при зміні температури.

Реальні рідини підрозділяють на крапельні та пружні (пара, газ). Крапельні рідини практично не стисливі і мають невеликий коефіцієнт об'ємного розширення. Об'єм же пружних рідин дуже залежить від зміни тиску та температури. Крім того, крапельні рідини мають густину, яка в декілька десятків разів (при нормальних умовах) більша густини пружних рідин. Для порівняння наведемо величину густини води та повітря при однакових умовах:

вода – 1000 кг/м<sup>3</sup>, повітря 1,293 кг/м<sup>3</sup>.

Розглянемо детальніше основні фізичні властивості рідин.

## 1.2. Густина та питома вага рідин

Маса рідин, яка вміщується в одиниці об'єму називається густиною і звичайно позначається буквою  $\rho$ :

$$\rho = m/V, \quad (1.1)$$

де  $V$  - об'єм рідин, м<sup>3</sup>;

$m$  – маса рідини, кг.

В одиницях СІ густина вимірюється в кг/м<sup>3</sup>. Густина крапельних рідин незначно збільшується з ростом тиску і декілька зменшується з ростом температури.

Густина газів значно змінюється зі зміною тиску та температури. Залежність між тиском, температурою і об'ємом газів визначається рівнянням Клапейрона-Менделєєва:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} R \cdot T, \quad (1.2)$$

де  $p$  – тиск, Па;

$V$  - об'єм газу, м<sup>3</sup>;

$m$  – маса газу, кг;

$R$  – універсальна газова стала 8314 Дж/Кмоль · град;

$T$  – температура, К;

$M$  – молярна маса газу, кг/моль.

Із рівняння (1.2.) витікає, що:

$$p = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{M} = \rho \cdot \frac{RT}{M}. \quad (1.3)$$

Тоді формула для визначення густини газу приймає вигляд:

$$\rho = \frac{p \cdot M}{RT}. \quad (1.4)$$

Густину суміші рідин, при змішуванні яких не виникають суттєві фізико-хімічні зміни, приблизно можна обчислити, вважаючи, що об'єм суміші дорівнює сумі об'ємів рідин:

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{\rho_i}}, \quad (1.5)$$

де  $x_i$  – масові частки рідин, які змішуються;

$\rho_i$  – густина цих рідин.

Густина суміші газів обчислюється за формулою:

$$\rho_{\text{сум}} = \sum y_i \cdot \rho_i, \quad (1.6)$$

де  $\rho_i$  – густина газів, що змішуються;

$y_i$  – об'ємні долі цих газів у суміші.

Густину будь-якого газу при температурі  $T$  та  $p$  можна обчислити за формулою:

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0 \cdot p}{T \cdot p_0} = \frac{M}{22,4} \cdot \frac{273 \cdot p}{T \cdot p_0}, \quad (1.7)$$

де  $\rho_0 = M/22,4$ , кг/м<sup>3</sup> – густина газу за нормальних умов;

( $T_0 = 0^\circ\text{C} = 273,15$  К,  $p_0 = 760$  мм.рт.ст. =  $1,013 \cdot 10^5$  Па);

$M$  – молярна маса газу, кг/кмоль;

$T$  – температура газу, К.

Тиск  $p$  та  $p_0$  повинні бути виражені в однакових одиницях вимірювання.

Суворо кажучи, рівняння (1.2)-(1.7) справедливі для ідеальних газів, але їх можна використовувати і при незначних підвищених тисках і температурах.

Вага одиниці об'єму будь-якої речовини (рідини або газу) називається питомою вагою і позначається буквою  $\gamma$ . Питома вага та густина зв'язані між собою залежністю:

$$\gamma = \rho \cdot g, \quad (1.8)$$

де  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> – прискорення вільного падіння тіл.

Розмірність питомої ваги в одиницях СІ [н/м<sup>2</sup>].

Крім визначених вище густини та питомої ваги речовини в техніці користуються відносною питомою густиною або відносною питомою вагою. Відносна густина (вага) – це відношення густини (питомої ваги) будь-якої речовини до густини (питомої ваги) води при одних і тих же умовах:

$$\Delta = \frac{\rho}{\rho_в} = \frac{\gamma}{\gamma_в}, \quad (1.9)$$

де  $\rho, \gamma$  – питомі густина та вага будь-якої речовини;

$\rho_в, \gamma_в$  – питомі густина та вага води.

В інтервалі температур від 0 до 100<sup>0</sup>С густина води  $\rho_в$  з достатньою для технічних розрахунків точністю можна вважати постійною і рівною  $\rho_в = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

### 1.3. В'язкість

Властивість рідини чинити опір силам, які обумовлюють відносне переміщення її частинок, *називається в'язкістю*.

Ця властивість виявляється в рідинах тільки при русі.

Таким чином, в'язкість є результатом взаємодії межуючих шарів рідини, внаслідок чого вони рухаються з неоднаковими швидкостями.

Уявимо собі шар рідини, яка знаходиться між двома паралельними пластинами (рис. 1.1 ).

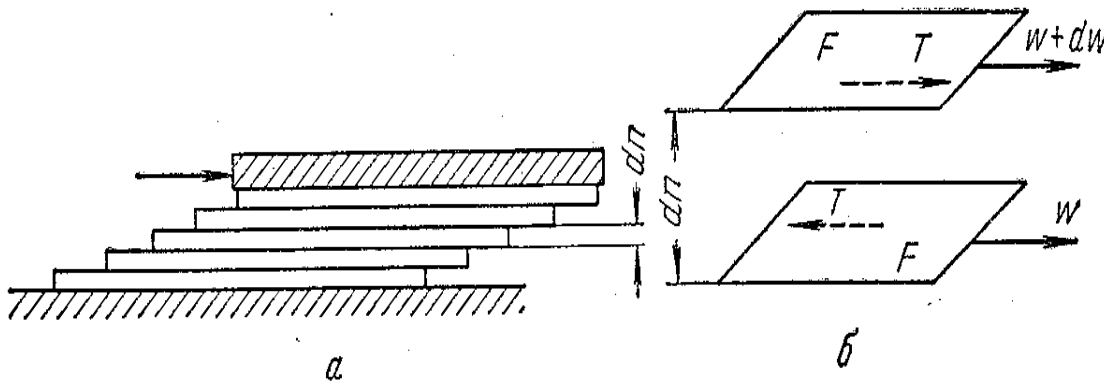


Рис. 1.1 До визначення характерних в'язкості

Для того, щоб перемістити верхню пластину відносно нижньої в горизонтальній площині із постійною швидкістю, необхідно до неї прикласти деяку постійну дотичну силу, так як в'язка рідина чинить опір такому переміщенню. Відповідно у рідині, при наявності такого переміщення, виникне дотичне напруження між шарами рідини. Весь шар рідини між пластинами



можна уявити таким, що складається з нескінченно великого числа елементарних шарів товщиною  $dn$  кожний. Очевидно, що напруження зсуву будуть виникати між будь-якими сусідніми елементарними шарами внаслідок тертя між ними вздовж поверхні їх контакту.

На рис.1.1 б представлено два таких паралельних прошарки площиною  $F$ . Розміщений вище шар рідини рухається з більшою швидкістю  $(w+dw)$ , ніж нижній на нескінченно малу величину  $dw$ . Досліди показують, що дотична сила  $T$ , яку необхідно прикласти для зсуву пластин, тим більша, чим більший градієнт швидкості  $dw/dn$ . Сила опору, що виникає усередині об'єму рідини, дорівнює прикладеній дотичній силі  $T$  і направлена в протилежному напрямку. Крім того, сила  $T$  пропорційна площі контакту шарів рідини  $F$ . Відповідно цьому можна записати:

$$T = -\mu \cdot F \cdot \frac{dw}{dn}, \quad (1.10)$$

або:

$$\frac{T}{F} = \tau = -\mu \frac{dw}{dn}, \quad (1.11)$$

де  $\tau$  – напруження внутрішнього тертя, а також напруження зсуву, або дотичне напруження, Па;

$\mu$  – коефіцієнт пропорційності, Па·с.

Рівняння у виді (1.11) виражає закон внутрішнього тертя Ньютона, відповідно до якого напруження внутрішнього тертя, що виникає між шарами рідини при її течії, прямопропорційне градієнту швидкості.

Рідини, що підлягають цьому закону, називаються нормальними або ньютонівськими. До них відносяться вода, спирт, бензин, нафтопродукти, гази тощо. Не відповідають закону Ньютона рідини з аномальними властивостями – розчини полімерів, колоїдні розчини, густі суспензії, пасти тощо. Такі рідини називаються неньютонівськими.

Знак (-) в правій частині рівняння (1.11) показує на те, що дотичне напруження заторможує шар рідини, що рухається з відносно більшою швидкістю.

Коефіцієнт пропорційності  $\mu$  в рівнянні (1.11) називається динамічною в'язкістю. Щоб визначити одиницю вимірювання динамічної в'язкості, перетворимо формулу (1.11) у вигляді:

$$\mu = -\frac{T}{F \frac{dw}{dn}}; \left[ \frac{H}{M^2 \cdot \frac{M}{c \cdot M}} \right] = \left[ \frac{H}{M^2} c \right] = Pa \cdot c. \quad (1.12)$$

З формули (1.11), записаної таким чином, визначається одиниця вимірювання динамічної в'язкості - Па·с.

Паскаль-секунда дорівнює динамічній в'язкості рідини, в якій дотичне напруження при ламінарному рухові і при різниці швидкостей шарів, які

знаходяться на відстані 1 м по нормалі до напрямку швидкості в 1 м/с, дорівнює 1 Па.

Відношення динамічної в'язкості до густини називається кінематичною в'язкістю. Кінематичну в'язкість позначають буквою  $\nu$ .

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad (1.13)$$

Одиницю вимірювання кінематичної в'язкості отримаємо із (1.13):

$$[\nu] = \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{кг}/\text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2}{\text{кг}/\text{м}^3} = \frac{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Квадратний метр на секунду дорівнює кінематичній в'язкості рідини, у якої динамічна в'язкість 1 Па·с і густина 1 кг/м<sup>3</sup>.

В'язкість рідин і газів залежить від їх природи і змінюється із зміною температури і тиску. В'язкість крапельних рідин з ростом температури знижується, а газів навпаки – збільшується.

Значення в'язкості, що наводяться в довідковій літературі, визначені експериментальним шляхом. У багатьох випадках ця величина з достатньою для інженерних вимог точністю може бути розрахована для чистих речовин та їх сумішей за елементарними залежностями з урахуванням зміни тиску і температури.

Деякі процеси хімічної технології пов'язані з переміщенням неньютонівських рідин. Ці рідини при невеликих напруженнях внутрішнього тертя не течуть, а лише змінюють форму. Течія таких рідин починається в умовах, коли напруження внутрішнього тертя  $\tau$  стає більшим деякого значення  $\tau_0$ . Залежність між напруженням внутрішнього тертя і градієнта швидкості для таких рідин може мати вигляд:

$$\tau - \tau_0 = -\eta \frac{dw}{dn}, \quad (1.14)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт пропорційності, який характеризує пластичні властивості рідин.

#### 1.4. Стисливість

Стисливість – це властивість рідини змінювати свій об'єм під дією тиску. Вона враховується коефіцієнтом об'ємної стисливості  $\beta_p$ , який показує відносну зміну об'єму рідини, що припадає на одиницю тиску:

$$\beta_p = -\frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta P}, \quad (1.15)$$

де  $\Delta V$  – зменшення об'єму при збільшенні тиску на  $\Delta P$ , м<sup>3</sup>;

$V_0$  – початковий об'єм рідини, м<sup>3</sup>;

$\beta_p$  – розмірність коефіцієнта стисливості, Па<sup>-1</sup>.

## 1.5. Теплове розширення

Теплове розширення рідини характеризується температурним коефіцієнтом теплового розширення, який показує відносну зміну об'єму рідини при зміні температури на 1 К.

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}, \quad (1.16)$$

де  $\Delta t$  – зміна температури рідини, К.

Розмірність коефіцієнта теплового розширення –  $\text{K}^{-1}$ .

## 1.6. Поверхневий натяг

Молекули рідини усередині її об'єму зазнають приблизно однаковий вплив сусідніх молекул, в той час як молекули, що знаходяться безпосередньо біля поверхні розділу фаз, притягуються молекулами внутрішніх шарів рідини сильніше, ніж молекулами навколишнього середовища. Як результат, на поверхні рідини виникає тиск, направлений в середину рідини по нормалі до її поверхні, котрий і прагне зменшити цю поверхню до мінімальної величини. Для утворення нової поверхні необхідно витратити деяку енергію. Робота, що необхідна для утворення одиниці нової поверхні рідини при постійній температурі називається поверхневим натягом і позначається буквою  $\sigma$ . Цю роботу вимірюють в джоулях і відносять до  $1 \text{ м}^2$  поверхні.

Розмірність поверхневого натягу в одиницях СІ:

$$[\sigma] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} \right] = \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}} \right].$$

Поверхневий натяг можна розглядати, як силу, яка діє на одиницю довжини поверхні розділу рідини з середовищем, що прилягає до неї.

## 1.7. Тиск

Рідина тисне на дно та стінки посудини, у якій вона знаходиться, а також на поверхню зануреного в неї будь-якого тіла. Сила  $\Delta P$ , з якою рідина тисне на елементарну поверхню площиною  $\Delta F$  у перпендикулярному до неї напрямку, називається силою гідростатичного тиску, а відношення  $\Delta P / \Delta F$  – середнім гідростатичним тиском. Границя відношення  $\Delta P / \Delta F$  при  $\Delta F \rightarrow 0$  називається гідростатичним тиском у даній точці:

$$P = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta P}{\Delta F} \right). \quad (1.17)$$

Гідростатичний тиск у будь-якій точці рідини однаковий у всіх напрямках (інакше виникало б переміщення точки).

У різних точках гідростатичний тиск різний і є функцією координат  $p = f(x, y, z)$ . Таким чином, тиск змінюється при зміні глибини занурення у рідину.

Одиниця вимірювання тиску в системі СІ-Па.

В технічних розрахунках тиску використовують інші одиниці вимірювання: кгс/см<sup>2</sup>, фізичні атмосфери, технічні атмосфери, одиниці висоти стовпа манометричної рідини (води, ртуті та ін.).

Зв'язок між тиском виміряним у Па та в одиницях висоти стовпа рідини має вид:

$$p = \gamma \cdot H = \rho g H, \quad (1.18)$$

де  $\gamma$  - питома вага рідини, Н/м<sup>3</sup>;

$\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>.

Співвідношення між одиницями вимірювання тиску в різних системах такі:

1 атмосфера фізична (1 атм)=760 мм.рт.ст.=10,33 мм.водн.ст.=  
= 1,033 кгс/см<sup>2</sup>=101300 Па.

1 атмосфера технічна (1 ат)=10 м.водн.ст.=735,6 мм.рт.ст.= 1 кгс/см<sup>2</sup> =  
= 10000 кгс/м<sup>2</sup>=98100 Па.

Прилади для вимірювання тиску (манометри та вакуумметри) показують не абсолютний тиск  $P_{абс}$  усередині замкненого об'єму, а різницю між абсолютним та атмосферним (барометричним) тиском. Цю різницю називають надмірним тиском  $P_{надм.}$ , якщо тиск у об'ємі перевищує атмосферний і розрідженням  $P_{вак}$ , якщо нижчий атмосферного. Таким чином:

$$P_{абс} = P_{надм} + P_{атм} \quad (1.19)$$

$$P_{абс} = P_{атм} + P_{вак} \quad (1.20)$$

## 2. ГІДРОСТАТИКА

Гідростатика вивчає закони рівноваги рідин, які знаходяться у стані відносного спокою. В цьому випадку сили відносного тертя відсутні (частинки рідини не переміщуються відносно інших), внаслідок чого маса реальної рідини знаходиться в умовах дуже близьких до ідеальної рідини. Тому задачі на рівновагу рідин можуть бути вирішені з великою точністю.

На рідину в стані спокою діють сили тяжіння та гідростатичного тиску. Співвідношення між ними виражається диференціальним рівнянням рівноваги.

### 2.1. Диференціальне рівняння рівноваги Ейлера

Виділимо в об'ємі нерухомої однорідної рідини при  $\rho = \text{const}$  елементарний об'єм  $dV$  у вигляді прямокутного паралелепіпеда з ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , які зорієнтовані вздовж координатних вісей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , рис. 2.1.

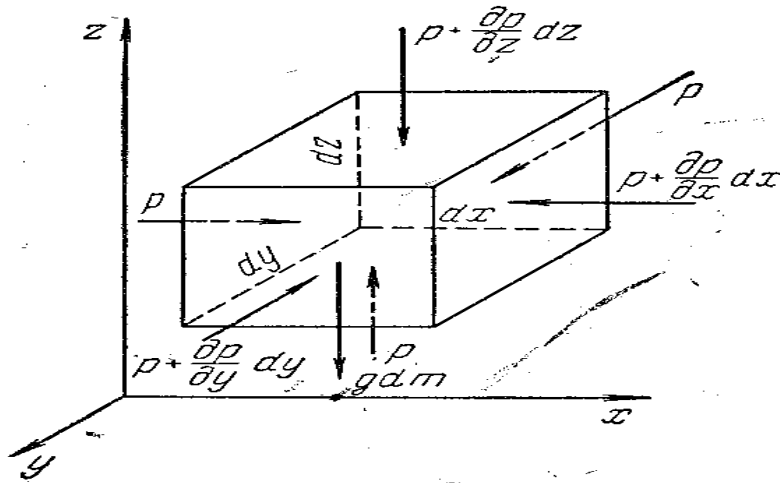


Рис. 2.1. До виводу диференційного рівняння рівноваги Ейлера

Згідно з основним принципом статки, сума проєкцій на вісі координат усіх сил, які діють на виділений паралелепіпед, що знаходиться в рівновазі, повинна дорівнювати нулю.

У рідині, яка знаходиться в спокої, діють об'ємні сили (сили ваги) і сили гідростатичного тиску.

Розглянемо проєкції цих сил на вісь  $z$ . Дія сили ваги на елементарний об'єм рідини пропорційна масі рідини  $dm$ , яка міститься в цьому об'ємі, та прискоренню сили ваги  $g$ . Сила ваги направлена вниз і паралельна осі  $z$ . Тому вона буде проєктуватися на цю ось зі знаком мінус:

$$-gdm = -\rho g dx = -\rho g dx dy dz,$$

де  $\rho$  – густина рідини.

Сила гідростатичного тиску на нижню грань  $dx, dy$  дорівнює  $p dx dy$ . Вона діє по нормалі до грані і проєктується на вісь  $z$  зі знаком плюс. На протилежну грань діє сила, яка дорівнює:

$$\left( p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy,$$

де  $\frac{\partial p}{\partial z} dz$  - зміна гідростатичного тиску в напрямку вісі  $z$  по всій довжині ребра  $dz$ .

Сума проєкцій всіх сил, діючих на паралелепіпед вздовж вісі  $z$  має вигляд:

$$p dx dy - \left( p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy - \rho g dx dy dz = 0. \quad (2.1)$$

У суми проєкцій сил на вісі  $x$  і  $y$  входять лише члени, які враховують зміну гідростатичного тиску в напрямках відповідних осей, оскільки проєкція сил ваги в цьому випадку дорівнює нулю:

$$p dy dz - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz = 0, \quad (2.2)$$

$$p dx dz - \left( p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) dx dz = 0. \quad (2.3)$$

Спростивши ці рівняння, одержимо:

$$\text{для вісі } x \quad -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = 0, \quad (2.4)$$

$$\text{для вісі } y \quad -\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = 0, \quad (2.5)$$

$$\text{для вісі } z \quad -\frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz - \rho g dx dy dz = 0. \quad (2.6)$$

Так як об'єм паралелепіпеда не може дорівнювати нулю, тобто  $dv = dx dy dz \neq 0$ , то остаточно маємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Система рівнянь (2.7) є системою диференціальних рівнянь рівноваги Ейлера. Вони визначають умови рівноваги елементарного об'єму рідини. Перші два рівняння виражають незалежність тиску рідини  $p$  від координат  $x$  і  $y$ , тобто горизонтальна площина є площиною рівного тиску. Третє рівняння показує, що тиск у рідині змінюється лише в напрямку вертикальної вісі  $z$ . Звідси маємо важливе положення гідростатики: гідростатичний тиск в довільно обраній точці рідини не залежить від обраного напрямку.

Для одержання закону розподілу тиску у всьому об'ємі нерухомої рідини слід проінтегрувати систему рівнянь (2.7). Інтегралом цих рівнянь є основне рівняння гідростатики, яке широко використовується в інженерній практиці.

## 2.2. Основне рівняння гідростатики

З рівняння (2.7) видно, що тиск в рідині, яка перебуває у відносному спокої, змінюється тільки у вертикальному напрямку (вздовж вісі  $oz$ , рис. 2.1) і зростає однаково у будь-яких точках горизонтальної площини, тому що зміна тисків вздовж вісей  $x$  і  $y$  дорівнюють нулю. В зв'язку з тим, що в цій системі рівнянь частинні похідні  $\frac{\partial p}{\partial x}$  і  $\frac{\partial p}{\partial y}$  дорівнюють нулю, частинна похідна  $\frac{\partial p}{\partial z}$  може

бути замінена на повний диференціал  $\frac{\partial p}{\partial z}$  і, відповідно:

$$\rho g + \frac{dp}{dz} = 0. \quad (2.8)$$

Для нестисливої однорідної рідини густина постійна і тому рівняння можна переписати в такому виді:

$$d\left(z + \frac{p}{\rho g}\right) = 0. \quad (2.9)$$

Після інтегрування маємо:

$$z + \frac{p}{\rho g} = const. \quad (2.10)$$

Постійну інтегрування визначаємо за відомими значеннями  $z$  і  $p$  в будь-якій точці рідини. Позначимо ці величини через  $z_0$  і  $p_0$ , тоді:

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}. \quad (2.11)$$

Рівняння (2.10) або (2.11) є основним рівнянням гідростатики. В цих рівняннях:  $z$  – висота розташування точки усередині однорідної, нерухомої рідини, над довільно обраною горизонтальною площиною порівняння, а  $p$  – гідростатичний тиск в цій точці.

Розглянемо, наприклад, дві частини рідин, які розташовані всередині об'єму на різних відстанях від довільно вибраної площини порівняння 0-0, рис.2.2  $p$  та  $p_0$  – тиск в точках 1 і 2, відповідно. При прийнятих позначеннях, згідно рівняння (2.10) маємо:

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}, \quad (2.12)$$

або

$$\frac{p - p_0}{\rho g} = z_0 - z. \quad (2.13)$$

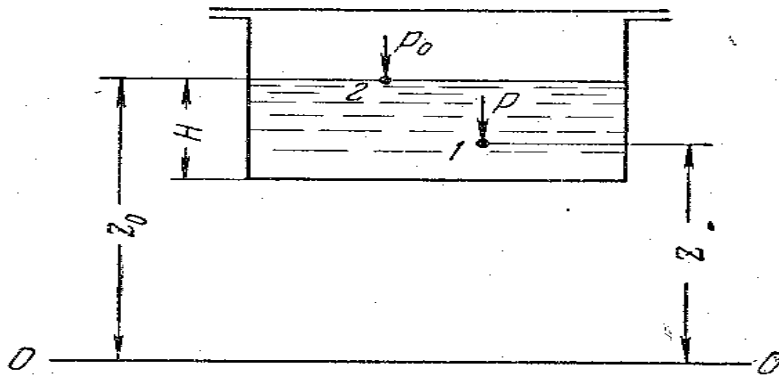


Рис 2.2. До основного рівняння гідростатики.

Член  $z$  у рівнянні (2.13) називається нівелірною висотою, а  $\frac{P}{\rho g}$  – статичним або п'єзометричним напором (рис. 2.2)

Таким чином, згідно з основним рівнянням гідростатики, для кожної точки рідини, яка знаходиться в стані спокою, сума нівелірної висоти і статичного напору є величина стала і вимірюється в одиницях висоти – м.

Члени основного рівняння гідростатики мають певний енергетичний зміст. Якщо розмірність геометричного ( $z$ ) і п'єзометричного напорів ( $\frac{P}{\rho g}$ ) помножити і розділити на одиницю ваги ( $H$ ), то одержимо розмірність питомої енергії, яка припадає на одиницю ваги рідини  $\left(\frac{H \cdot m}{H}\right)$ . Тому геометрична висота характеризує питому потенційну енергію положення даної точки над площиною порівняння, а статичний напір – потенціальну енергію тиску даної точки. Сума цих енергій є загальною потенціальною енергією, яка припадає на одиницю ваги рідини.

Таким чином, основне рівняння гідростатики є окремим випадком закону збереження енергії і його можна сформулювати так: питома потенціальна енергія для будь-якої точки нерухомої рідини є величина стала.

### 2.3. Закон Паскаля

З основного рівняння гідростатики можна одержати відоме рівняння Паскаля. Для цього розв'яжемо рівняння (2.13) відносно тиску  $p$ :

$$P = P_0 + \rho g(z_0 - z). \quad (2.14)$$

Рівняння (2.14) відоме як закон Паскаля, згідно з яким, зміна тиску, що створюється у будь-якій точці об'єму нерухомої рідини, передається іншим точкам цього об'єму однаково.

Рівняння Паскаля широко використовується в розрахунках гідростатичних приладів та машин.

### 2.4. Закон Архімеда

Якщо тіло, занурене в рідину, утримується в механічній рівновазі, то з боку оточуючої рідини воно піддається виштовхувальній силі гідростатичного тиску, яка чисельно дорівнює вазі рідини об'єму, витісненого тілом. Ця виштовхувальна сила направлена вгору і проходить через центр мас рідини, витісненої тілом.

У залежності від співвідношення сили ваги  $G$  і виштовхувальної сили  $P$  розрізняють такі випадки:

$G > P$  - тіло тоне;



$G=P$  - тіло знаходиться в покої на тій глибині, на яку воно занурено;  
 $G < P$  – тіло спливає до тих пір, доки не буде дотримана умова  $G=P$ .

## 2.5. Практичне застосування основного рівняння гідростатики

### 2.5.1. Принцип сполучених посудин

Основне рівняння гідростатики дозволяє з'ясувати умови рівноваги рідини у сполучених посудинах.

Візьмемо дві відкриті посудини, що сполучені між собою (рис.2.3) і наповнені однорідною крапельною рідиною, густина якої  $\rho$ .

Виберемо довільну площину порівняння 0-0 і деяку точку  $A$  усередині рідини, що лежить на ній. Якщо вважати, що точка  $A$  належить лівій посудині, то відповідно рівнянню (2.14) тиск у цій точці:

$$P_{\text{л}} = P_{\text{атм}} + \rho g z. \quad (2.15)$$

Якщо вважати, що точка  $A$  належить правій посудині, то тиск в ній:

$$P_{\text{л}} = P_{\text{атм}} + \rho g z_1. \quad (2.16)$$

Так як рідина знаходиться в рівновазі, то тиск в точці  $A$  і зліва і справа однаковий, тому можна записати, що:

$$P_{\text{атм}} + \rho g z = P_{\text{атм}} + \rho g z_1, \quad (2.17)$$

або після скорочення, маємо:

$$z = z_1. \quad (2.18)$$

Аналогічний результат можна одержати для двох закритих сполучених посудин, якщо тиск над вільними поверхнями рідини в них однаковий. Таким чином, у відкритих або закритих сполучених між собою посудинах, що знаходяться під однаковим тиском і заповнених однорідною рідиною, її рівні розташовуються на одній висоті незалежно від форми поперечного перерізу посудин.

Цей принцип використовується для вимірювання рівня рідини в закритих апаратах за допомогою водомірного скла.

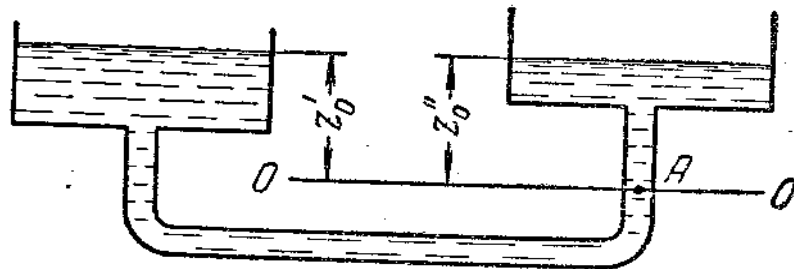


Рис. 2.3 Умови рівноваги сполучених посудин заповнених однорідною рідиною

Якщо сполучені посудини заповнені двома рідинами, що не змішуються між собою і мають різні густини  $\rho_1$  та  $\rho_2$ , то провівши порівняльну площину 0-0 через межу розподілу цих рідин, одержимо:

$$p_{\text{атм}} + \rho_1 \cdot g \cdot z = p_{\text{атм}} + \rho_2 g z_1, \quad (2.19)$$

звідки:

$$z/z_1 = \rho_2/\rho_1. \quad (2.20)$$

Звідси маємо, що у сполучених посудинах висоти рівнів різнорідних рідин над поверхнею їх розподілу обернено пропорційні густинам цих рідин (рис 2.4)

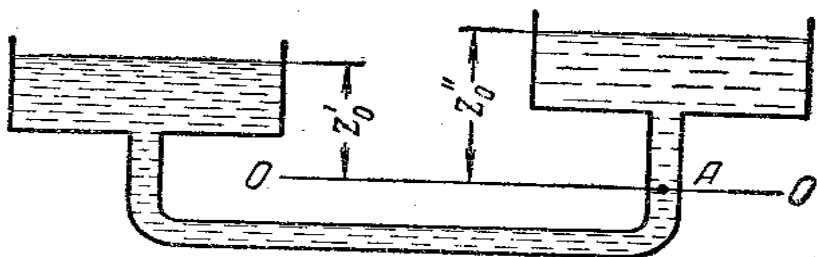


Рис. 2.4 Умови рівноваги сполучених посудинах заповнених не однорідною рідиною.

Умови рівноваги таких рідин у сполучених посудинах використовуються для визначення висоти гідрозатворів. Для прикладу, розглянемо роботу сепаратора (рис. 2.5) в якому розділяється суміш двох рідин, що мають різну густину.

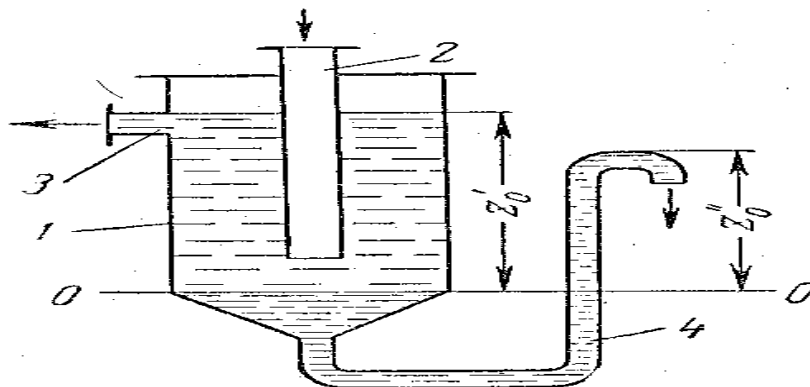


Рис. 2.5. До визначення висоти гідрозатвора в безперервно діючому рідинному сепараторі

Суміш рідин поступає в корпус сепаратора 1 через центральну трубку 2, де розшаровується. При цьому більш легка рідина з густиною  $\rho$  піднімається вгору і відводиться через патрубок 3, а більш важка рідина з густиною  $\rho_1$  відводиться знизу через U-подібний затвор 4. Якщо провести площину порівняння 0-0 через межу розподілу рідин, то необхідна висота гідрозатвору буде:

$$z_1 = z \cdot \frac{\rho}{\rho_1}. \quad (2.21)$$

Це рівняння справедливе за умови, що тиск над рідиною, що знаходиться в сепараторі і на виході з гідрозатвору однаковий.

Якщо сполучені посудини заповнені однорідною рідиною, але тиск над поверхнями рідини в них однаковий і дорівнюють  $p$  та  $p_1$  (рис.2.3) то:

$$p + \rho g z = p_1 + \rho g z_1 \quad (2.22)$$

Звідси:

$$z - z_1 = \frac{P - P_1}{\rho g}. \quad (2.23)$$

Рівняння (2.23) використовують при вимірювання тиску або різниці тисків між двома точками за допомогою диференціальних U-подібних манометрів і при вимірюванні висоти рідини у закритому резервуарі.

### 2.5.2. Вимірювання рівня рідини в резервуарах

Для контролю за кількістю рідини в будь-якому резервуарі 1 (рис.2.6), наприклад підземному, опускають трубу 2, нижній кінець якої доходить майже до дна. Тиск над рідиною  $p_0$ . Крізь трубу 2 пропускають стиснене повітря, тиск якого вимірюється манометром 3. Коли повітря подолає опір стовпа рідини і стане проходити крізь неї у вигляді бульбашок, тиск перестане зростати і буде дорівнювати  $p = p_0 + \rho g z_0$ , звідси рівень рідини в резервуарі становить:

$$z_0 = \frac{p - p_0}{\rho g}. \quad (2.24)$$

За відомим рівнем рідини в резервуарі  $z_0$  та площі поперечного перерізу посудини знаходять об'єм рідини:

$$V = F \cdot z_0. \quad (2.25)$$

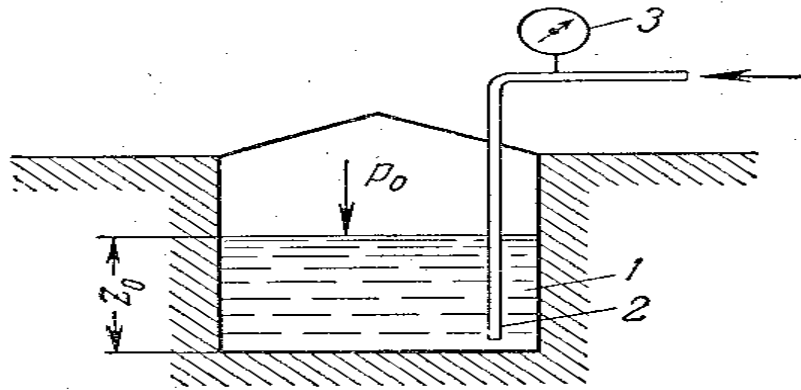


Рис. 2.6 Вимірювання рівня рідини в резервуарі

Крім цього, рівняння гідростатики використовують для вимірювання статичного тиску або різниці тисків між окремими точками за допомогою п'езометрів і дифманометрів.

### 2.5.3. Гідростатичні машини

Робота гідростатичних машин, наприклад гідравлічних пресів, заснована на використанні основного рівняння гідростатики.

Гідравлічні преси застосовують в хімічній промисловості для пресування, брикетування, гранулювання сипких матеріалів, тощо. Розглянемо схему роботи гідравлічного пресу (рис.2.7).

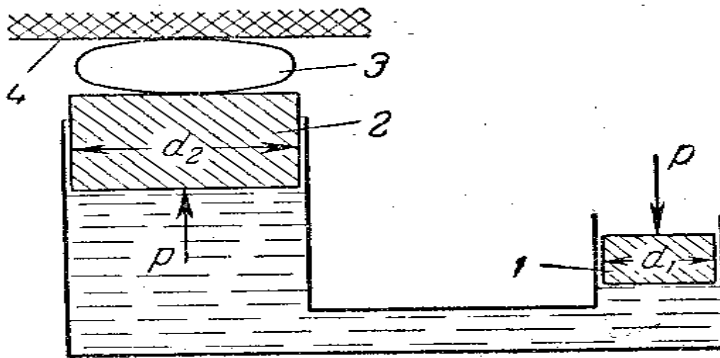


Рис. 2.7 Схема гідравлічного пресу

Якщо до поршня 1, який переміщується в циліндрі меншого діаметру  $d_1$ , прикласти відносно невелике зусилля за рахунок створення тиску  $p_1$ , то згідно закону Паскаля, такий же тиск  $p$  буде передаватись на поршень 2, який переміщується у циліндрі більшого діаметру  $d_2$ . При цьому сила тиску на поршень 1 буде дорівнювати:

$$P_1 = p \cdot \frac{\pi d_1^2}{4}, \quad (2.26)$$

а сила тиску на поршень 2:

$$P_2 = p \cdot \frac{\pi d_2^2}{4}, \quad (2.27)$$

З рівняння (2.26) знаходимо,  $p = \frac{4P_1}{\pi d_1^2}$ , а з (2.27)  $p = \frac{4P_2}{\pi d_2^2}$ . Так як ліві частини цих виразів однакові, то можемо прирівняти і праві їх частини, і в результаті одержимо:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2}, \quad (2.28)$$

або

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{F_2}{F_1} = P_1 \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2}. \quad (2.29)$$

Таким чином, поршень у циліндрі з більшим діаметром передає силу тиску в скільки раз більшу, у скільки разів площа поперечного перерізу більшого поршня перевищує площу поперечного перерізу меншого поршня. Отже, за допомогою порівняно невеликих зусиль здійснюють пресування матеріалу 3, розміщеного між поршнем 2 і нерухомою плитою 4.

## 2.6. Тиск рідини на дно та стінки посудини

Якщо рідина заповнює посудину будь-якої форми, то гідростатичний тиск у всіх точках горизонтального дна посудини однаковий, а тиск на його бокові стінки зростає із збільшенням глибини занурення.

Розглянемо посудину, заповнену однорідною рідиною і запишемо основне рівняння гідростатики для двох її перерізів, що знаходяться відповідно на поверхні рідини і на дні посудини (рис.2.2). Площина порівняння співпадає з площиною дна.

У цьому випадку рівняння гідростатики має вигляд:

$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2. \quad (2.30)$$

Звідси тиск на дно посудини:

$$p_2 = p_1 + \rho g(z_1 - z_2). \quad (2.31)$$

Позначимо різницю рівнів  $(z_1 - z_2)$  через  $H$ , тоді:

$$p_2 = p_1 + \rho g H. \quad (2.32)$$

Таким чином, сила тиску  $P_{\text{дн}}$  на горизонтальне дно посудини не залежить від її форми і об'єму рідини в ній. Ця сила визначається при сталій густині висотою стовпа рідини  $H$  і площею дна посудини  $F$ :

$$P_{\text{дн}} = p \cdot F \quad \text{або} \quad P_{\text{дн}} = (p_1 + \rho g H) \cdot F. \quad (2.33)$$

Тиск рідини на вертикальну стінку посудини змінюється із зміною висоти. Відповідно сила тиску на стінку також змінюється з висотою посудини. Тому:

$$P_{\text{ст}} = (p_1 + \rho g h) \cdot F_{\text{ст}}, \quad (2.34)$$

де  $h$  – відстань від верхнього рівня рідини до центру тяжіння змоченої поверхні  $F_{\text{ст}}$  стінки.

В рівнянні (2.34) вираз в дужках являє собою гідростатичний тиск в центрі тяжіння змоченої поверхні стінки. Тому сила тиску на вертикальну стінку дорівнює добутку її змоченої поверхні на величину гідростатичного тиску в центрі тяжіння змоченої поверхні стінки.

### 3. ГІДРОДИНАМІКА

Рушійною силою течії рідини є різниця тисків, яка утворюється за допомогою насосів, або компресорів внаслідок різниці рівнів або густин рідини.

Знання законів гідродинаміки дозволяє знайти різницю тисків, що необхідна для переміщення певної кількості рідини з потрібною швидкістю і, відповідно, витрату енергії на це переміщення, або навпаки – визначити швидкість і витрату рідини за відомою різницею тисків.

Розрізняють внутрішню та зовнішню задачі гідродинаміки. Внутрішня задача пов'язана з аналізом руху рідин усередині труб та каналів. Зовнішня задача гідродинаміки пов'язана з вивченням закономірностей обтікання рідиною різних тіл (при механічному перемішуванні, осіданні частинок твердого тіла у рідині та ін.).

#### 3.1. Основні характеристики руху рідини

Спрямований рух рідини називається потоком. Потік може бути стаціонарним (усталеним) і нестаціонарним (неусталеним), рівномірним і нерівномірним, напірним і безнапірним, плавно змінним та різко змінним, ламінарним та турбулентним.

Напірним називається такий рух рідини у закритому руслі, при якому потік не має вільної поверхні, а тиск в рідині відрізняється від тиску навколишнього середовища. При безнапірному русі рідина має вільну поверхню, тиск у всіх точках якої дорівнює тиску над її поверхнею.

Режим руху рідини може змінюватися з часом і в просторі.

Стаціонарним (усталеним) називається такий рух рідини, при якому швидкість, тиск та фізичні властивості рідини (густина, в'язкість тощо) не

змінюються з часом у будь-якій її точці. У протилежному разі рух рідини буде неусталеним.

Стаціонарний рух називається рівномірним, якщо живі перерізи потоку, середні та місцеві його швидкості у відповідних точках живих перерізів однакові. Якщо ж ці умови не виконуються, то такий рух буде нерівномірним. Усталений рух рідини характерний для безперервних процесів хімічної технології.

Неусталений рух рідини виникає при пусках, зупинках, регулюванні технологічного режиму апаратів безперервної дії. Прикладом неусталеного руху є витікання рідини через отвір резервуару при змінному її рівні. Зниження рівня викликає зменшення швидкості витікання.

Лінією току називається лінія, проведена в рідині так, що в будь-якій її точці вектор швидкості в даний момент часу має напрямок дотичної до неї. Рух рідини називається плавно змінним, якщо кривизна ліній току і кут розходження між ними незначні. У протилежному разі рух називається різко змінним.

Трубчаста поверхня, утворена лініями току, проведеними через усі точки нескінченно малого замкненого контуру у рухомій рідині називається трубкою току. Частина потоку, що розташована усередині трубки току, називається елементарним струменем. Таким чином, потік можна розглядати, як сукупність елементарних струменів.

Живим перерізом називається поверхня усередині потоку, що нормальна у будь-якій точці до відповідної лінії току. Частина периметру живого перерізу, що стикається з твердими стінками, називається змоченим периметром.

### 3.2. Гідравлічний радіус та еквівалентний діаметр

При русі рідини в трубопроводі, переріз якого відрізняється від круглої форми, в розрахунках користуються гідравлічним радіусом або еквівалентним діаметром.

Під гідравлічним радіусом  $R_r$  розуміють відношення поверхні живого перерізу  $S$  до змоченого периметру  $\Pi$ :

$$R_r = \frac{S}{\Pi}, \text{ м.} \quad (3.1)$$

Для круглої трубки в якій внутрішній діаметр  $d$ ,  $s = \frac{\pi d^2}{4}$ , а змочений периметр  $\Pi = \pi d$ , гідравлічний радіус:

$$R_r = \frac{\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = \frac{d}{4}. \quad (3.2)$$

Звідси еквівалентний діаметр:

$$d_e = 4R_r. \quad (3.3)$$

Тобто, під поняттям еквівалентного діаметра розуміють діаметр такого гіпотетичного трубопроводу круглого перерізу, для якого відношення площі живого перерізу до змоченого периметру таке ж, як і для трубопроводу некруглого перерізу.

Для круглої труби  $d_e=d$ , для кільцевого перерізу, в якому рідина обмежена внутрішнім  $d$  та зовнішнім  $D$  діаметрами, еквівалентний діаметр дорівнює:

$$d_e = \frac{4 \cdot S}{\Pi} = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)}{\pi(D+d)} = \frac{D^2 - d^2}{D+d} = D - d. \quad (3.4)$$

Для труби, що має прямокутну форму з розмірами  $a$  x  $b$ :

$$d_e = \frac{4 \cdot S}{\Pi} = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}. \quad (3.5)$$

Для труби квадратного перерізу:

$$d_e = \frac{4 \cdot S}{\Pi} = \frac{4a^2}{4a} = a. \quad (3.6)$$

### 3.3. Швидкість і витрата рідини

Рух рідини характеризується швидкістю її частинок. Кожна частинка в певний момент часу і в певному місці має свою швидкість і напрямок. При усталеному русі рідини поле швидкостей її частинок не змінюється з часом, а при неусталеному – змінюється. Тому для кожного виміру швидкості необхідно вказувати момент часу, якому вона відповідає.

Розглянемо рух рідини в трубі незмінного діаметра. Швидкість рідини в поперечному перерізі змінюється: найменша швидкість буде біля стінок труби, а найбільша в центрі. В багатьох випадках закон розподілу швидкості невідомий або його важко визначити. Тому в розрахунках користуються фіктивною середньою швидкістю, яка визначається відношенням об'ємної витрати рідини  $Q$  до площі поперечного перерізу потоку  $S$ .

Об'ємною витратою називають кількість рідини, що проходить крізь живий переріз потоку в одиницю часу. Вона може бути виміряна об'ємним способом:

$$Q = \frac{V}{\tau}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (3.7)$$

де  $V$  - об'єм мірника,  $\text{м}^3$ ;

$\tau$  – час його наповнення рідиною, с.

Об'ємна витрата може бути обчислена також за формулою:

$$Q = \omega \cdot S \quad (3.8)$$

де  $S$  – площа перерізу потоку,  $\text{м}^2$ ;

$\omega$  - середня швидкість потоку,  $\text{м}/\text{с}$ .

Крім об'ємної витрати користуються також масовою витратою, яка визначається добутком об'ємної витрати  $Q$  на густину рідини (газу),  $\text{кг}/\text{с}$ :



$$M = \rho \cdot Q = \rho \cdot \omega \cdot S. \quad (3.9)$$

Величина  $\rho\omega$  уявляє собою масову швидкість рідини [в кг/м<sup>2</sup>с]:

$$W = \rho\omega \quad (3.10)$$

### 3.4. Рівняння нерозривності (суцільності) потоку

Нерозривним (суцільним) називається потік, в якому не утворюються розриви та пустоти незаповнені рідиною. Встановимо загальну залежність між швидкостями у потоці рідини, для якого виконуються умови нерозривності, Для цього у потоці рідини виділимо елементарний паралелепіпед об'ємом  $dV = dx \cdot dy \cdot dz$  (рис.3.1).

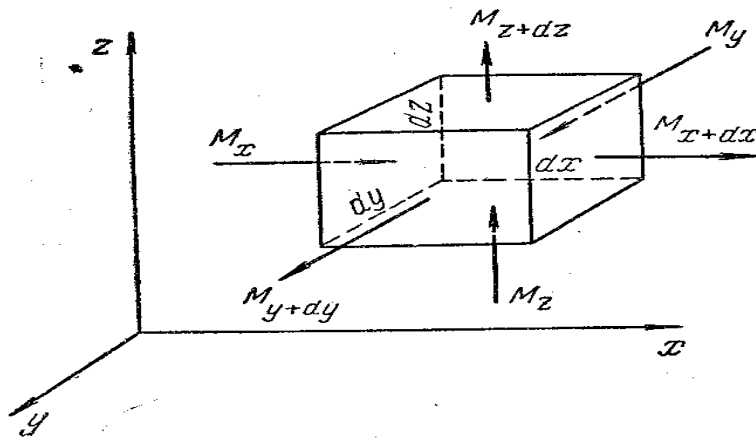


Рис. 3.1 До виводу диференціального рівняння нерозривності потоку

Нехай складова швидкості потоку вздовж вісі  $x$  в точках , що лежить на лівій грані паралелепіпеда площею  $dS = dy \cdot dz$ , дорівнює  $\omega_x$ . Тоді крізь цю грань у паралелепіпед увійде вздовж осі  $x$  за одиницю часу маса рідини  $= \rho\omega_x \cdot dy \cdot dx$ , а за проміжок часу  $dt$  – маса рідини:

$$M_x = \rho\omega_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt, \quad (3.11)$$

де  $\rho$  – густина рідини на лівій грані паралелепіпеда.

На протилежній (правій) грані паралелепіпеда швидкість та густина рідини можуть відрізнитися від відповідних величин на лівій грані і будуть дорівнювати  $(\omega_x + \frac{\partial \omega_x}{\partial x} \cdot dx)$  і  $(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx)$ . Тоді через праву грань паралелепіпеда за той же час  $dt$  вийде маса рідини:

$$M_{x+dx} = \left[ \rho\omega_x + \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} \right] dy \cdot dz \cdot d\tau, \quad (3.12)$$

Приріст маси в паралелепіпеді вздовж вісі x:

$$dM_x = M_x - M_{x+dx} = -\frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz. \quad (3.13)$$

Якщо складові швидкостей вздовж вісей y і z дорівнюють  $\omega_y$  і  $\omega_z$ , відповідно, збільшення маси в елементарному об'ємі вздовж цих вісей по аналогії складає:

$$dM_y = -\frac{\partial(\rho\omega_y)}{\partial y} dy \cdot dx \cdot dz \cdot d\tau. \quad (3.14)$$

$$dM_z = -\frac{\partial(\rho\omega_z)}{\partial z} dz \cdot dx \cdot dy \cdot d\tau. \quad (3.15)$$

Загальне накопичення маси рідини в паралелепіпеді за час  $d\tau$  дорівнює сумі її приростів вздовж всіх вісей координат:

$$dM = -\left[ \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\omega_z)}{\partial z} \right] dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau. \quad (3.16)$$

Разом з цим зміна маси у повністю заповненому рідиною об'ємі паралелепіпеда можлива тільки внаслідок зміни густини рідини в цьому об'ємі, тому:

$$dM = \frac{\partial\rho}{\partial t} dx dy dz d\tau. \quad (3.17)$$

Прирівнюючи (3.16) і (3.17) і скорочуючи на  $(- dx dy dz d\tau)$  одержимо:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\omega_z)}{\partial z} = 0. \quad (3.18)$$

Рівняння (3.18) є диференціальним рівнянням нерозривності потоку для нестационарного руху стисливої рідини.

В усталеному потоці густина не змінюється з часом, тобто  $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ , і рівняння (3.18) приймає вигляд:

$$\frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\omega_z)}{\partial z} = 0. \quad (3.19)$$

Для крапельних рідин, які практично не стисливі, а також для газів в умовах ізотермічного потоку при швидкостях, значно менших за швидкість звуку,  $\rho = \text{const}$  і відповідно:

$$\frac{\partial\omega_x}{\partial x} + \frac{\partial\omega_y}{\partial y} + \frac{\partial\omega_z}{\partial z} = 0. \quad (3.20)$$

Рівняння (3.20) є диференціальним рівнянням нерозривності потоку нестисливої рідини.

Сума змін швидкостей вздовж вісей координат в лівій частині рівняння (3.20) називається дивергенцією вектора швидкості і позначається  $\text{div}\omega$ . Тому це рівняння можна записати у такому вигляді:

$$\operatorname{div} \omega = 0. \quad (3.21)$$

Для того, щоб від елементарного об'єму перейти до всього об'єму рідини, яка рухається суцільним потоком у трубопроводі змінного перерізу (рис.3.2), проінтегруємо рівняння (3.19). Перетворимо це рівняння у вигляд:

$$\rho(\partial \omega_x \cdot dy \cdot dz + \partial \omega_y \cdot dx \cdot dz + \partial \omega_z \cdot dx \cdot dy) = 0 \quad (3.22)$$

Так, як рідина рухається тільки вздовж однієї вісі  $x$ , то  $\omega_y = \omega_z = 0$ , тоді:

$$\rho \cdot \partial \omega_x \cdot dy \cdot dz = 0. \quad (3.23)$$

Після інтегрування маємо:

$$\rho \omega_x \cdot S = C, \quad \text{або} \quad \rho \omega S = \text{const}, \quad (3.24)$$

де  $C$  – стала інтегрування.

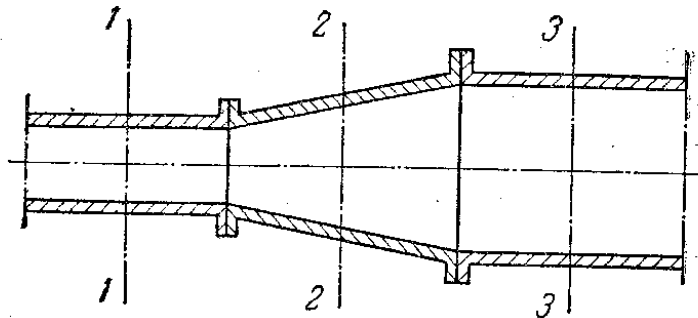


Рис. 3.2 До визначення рівняння нерозривності потоку

Вираз (3.24) є рівняння нерозривності (суцільності) потоку для усталеного руху рідини. Це рівняння називається також рівнянням сталості витрати.

Відповідно до цього рівняння при усталеному русі рідини, яка повністю заповнює трубопровід, через кожний її переріз проходить в одиницю часу однакова кількість рідини.

Так для трьох різних перерізів (1-1, 2-2 і 3-3) трубопроводу, зображеного на рис. 3.2., маємо:

$$\rho_1 \cdot \omega_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot S_2 = \rho_3 \cdot \omega_3 \cdot S_3. \quad (3.25)$$

Для крапельних рідин  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho = \text{const}$  і рівняння (3.26) приймає вид:

$$\omega_1 \cdot S_1 = \omega_2 \cdot S_2 = \omega_3 \cdot S_3 = \text{const}. \quad (3.26)$$

Із цього рівняння маємо, що швидкість крапельної рідини в різних перерізах трубопроводу обернено пропорційна площам цих перерізів.

Відповідно рівнянню (3.25), масова витрата рідини через вхідний переріз трубопроводу дорівнює витраті її крізь вихідний переріз. Таким чином, рівняння сталості витрати є окремим випадком закону збереження маси і виражає матеріальний баланс потоку.

### 3.5. Режим руху рідини

Режим руху рідини вивчались Рейнольдсом у 1883 р. на установці, схема якої представлена на рис.3.3.

Із посудини 1 з постійним рівнем рідини виведена скляна трубка 2, в центрі якої через капілярну трубку 3 подається тонка струминка тієї ж, але зафарбованої рідини. При невеликій швидкості рідини в трубі 2, зафарбована струминка рухається горизонтально в центрі труби, не руйнуючись і не змінюючи свого напрямку. Очевидно, що і всі інші частинки рідини рухаються подібними траєкторіями.

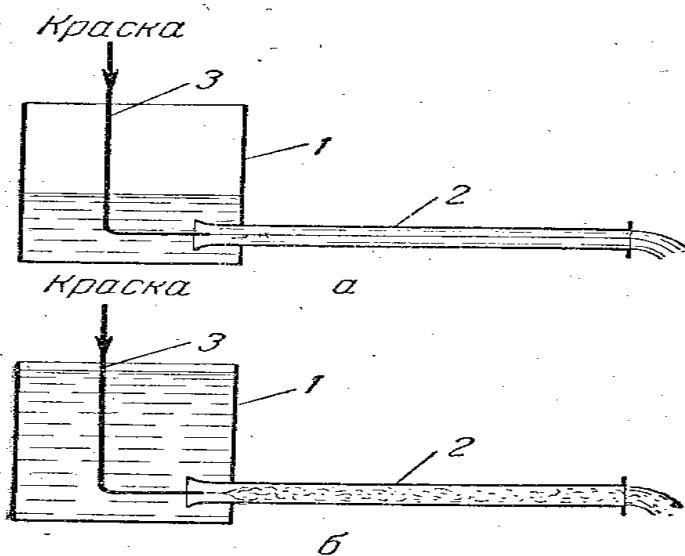


Рис. 3.3 До визначення руху рідини: а) ламінарний режим;  
б) турбулентний режим

Такий рух, при якому всі частинки рідини рухаються паралельними траєкторіями не змінюючись, називається струминним або ламінарним.

При ламінарному русі в ізотермічному потоці відсутній обмін масами між елементарними струминками.

Якщо швидкість рідини в трубі 2 поступово збільшувати, то зафарбована струминка рідини починає рухатись по хвилеподібній траєкторії, потім розливається і, нарешті, змішується з основною масою рідини. Це пояснюється тим, що окремі частинки рідини рухаються вже не паралельно одна одній та стінкам труби, а змішуються з основним потоком і рухаються з ним в одному напрямку.

Для цього режиму характерна наявність пульсацій швидкості та тиску, що призводить до інтенсивного змішування рідини в потоці і потребує більшої витрати енергії на переміщення.

Такий неупорядкований рух, при якому окремі частинки рідини рухаються заплутаними, хаотичними траєкторіями, в той час як вся маса рідини в цілому переміщується в одному напрямку, називається турбулентним.

Досліди показують, що перехід від ламінарного руху до турбулентного здійснюється тим легше, чим більші масова витрата рідини  $\rho\omega$  та діаметр  $d$  і чим менша в'язкість рідини  $\mu$ . Рейнольдс встановив, що ці величини можна об'єднати в безрозмірний комплекс  $\omega d \rho / \mu$ , числове значення якого дозволяє визначити режим руху рідини. Цей комплекс носить назву критерію Рейнольдса (Re):

$$Re = \omega d \rho / \mu = \omega d / \nu, \quad (3.27)$$

де  $\nu = \mu / \rho$  кінематична в'язкість рідини  $m^2/s$ .

Критерій Рейнольдса є мірою співвідношення між силами в'язкості та інерції в потоці рідини або газу.

Перехід від ламінарного руху до турбулентного характеризується критичним значенням  $Re$ . Якщо рідина рухається в гладкому прямому трубопроводі і число  $Re > 2320$  режим руху рідини має турбулентний характер, але в області значень  $2320 < Re < 10000$  режим руху рідини – нестійкий турбулентний або перехідний (змішаний). Хоча турбулентний рух за таких умов найбільш ймовірний, однак інколи при таких значеннях критерію Рейнольдса може спостерігатися і ламінарний потік. Лише при  $Re > 10000$  турбулентний рух стає стійким (розвиненим).

Критичні значення критерію Рейнольдса залежать від низки факторів: шорсткості стінок труби, її форми, зміни швидкості потоку за величиною або напрямком умов входу в трубу і таке інше, які знижують значення критичного числа Рейнольдса. Зменшення цієї величини може виникати через неізотермічність потоку, обумовлюючого конвективний рух рідини в напрямку, перпендикулярному до осі труби. Таким чином, для багатьох випадків критичні значення критерію  $Re$  відрізняються від вищенаведених.

### **3.6. Розподіл швидкостей по перерізу і витрата рідини при усталеному ламінарному режимі руху**

У випадку ламінарного руху в'язкої рідини в прямолінійній трубці круглого перерізу всю рідину можна уявно розподілити на низку кільцевих шарів, співвісних з трубою (рис. 3.4 а).

Внаслідок дії між шарами сил тертя, шари рідини будуть рухатися з різними швидкостями. Центральний циліндричний шар біля вісі труби має найбільшу швидкість, але по мірі віддалення від вісі, швидкість елементарних

кільцевих шарів буде зменшуватись. Біля самої стінки рідина наче “прилипає” до стінки і її швидкість перетворюється в нуль.

Виділимо в потоці рідини, що рухається ламінарно крізь трубу, радіус якої  $R$ , циліндричний шар з радіусом  $r$  і довжиною  $\ell$  (рис. 3.4 б).

Рух цього шару рідини здійснюється за рахунок різниці сил тиску  $p_1$  і  $p_2$ , що виникають в перерізах 1-1 та 2-2:

$$P_1 - P_2 = (p_1 - p_2)\pi r^2, \quad (3.28)$$

Де  $p_1, p_2$  – гідростатичний тиск у перерізах 1-1 та 2-2.

Рухові циліндра чинить опір сила внутрішнього тертя  $T$ :

$$T = -\mu \cdot F \cdot \frac{d\omega_r}{dr}, \quad (3.29)$$

де  $\omega_r$  - швидкість рідини вздовж осі циліндра на відстані  $r$  від осі;

$F = 2\pi r \ell$  - зовнішня бокова поверхня циліндра;

$\mu$  – динамічна в'язкість рідини.

При усталеному русі різниця сил тиску  $p_1 - p_2$  витрачається на переборювання сили тертя  $T$ , тобто:

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -\mu 2\pi r \ell \cdot \frac{d\omega_r}{dr}. \quad (3.30)$$

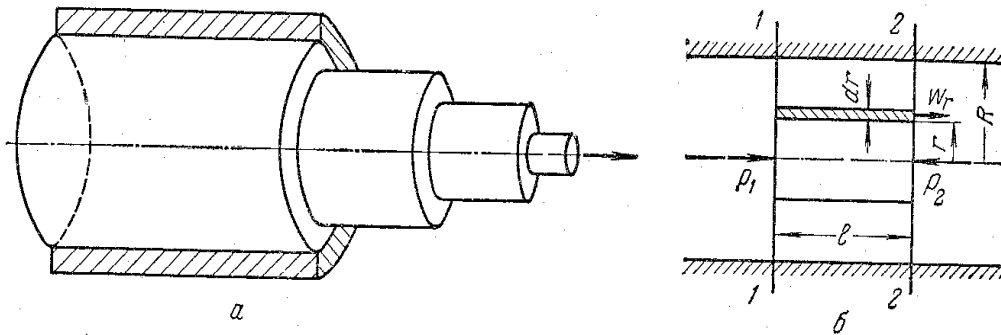


Рис. 3.4 До визначення розподілу швидкостей і витрати рідини при ламінарному русі

Звідси після скорочення і розділення змінних, одержимо:

$$\frac{P_1 - P}{2\mu\ell} r dr = -d\omega_r. \quad (3.31)$$

Щоб перейти до всього об'єму рідини в трубі, проінтегруємо це диференціальне рівняння, враховуючи, що радіус циліндра змінюється від  $r$  до  $R$ , а швидкість від  $\omega = \omega_r$  до  $\omega = 0$  (біля стінки труби, де  $r=R$ ):

$$\int_r^R \frac{P_1 - P_2}{2\mu\ell} r dr = -\int_{v_r}^0 d\omega_r. \quad (3.32)$$

Звідси одержимо:

$$\omega_r = \frac{P_1 - P_2}{4\mu\ell} (R^2 - r^2). \quad (3.33)$$

Таким чином, швидкість має найбільше значення на осі труби, де  $r=0$ .

$$\omega_{\max} = \frac{P_1 - P_2}{4\mu\ell} \cdot R^2. \quad (3.34)$$

Зіставши (3.33) і (3.34), знаходимо:

$$\omega_r = \omega_{\max} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (3.35)$$

Рівняння (3.35) являє собою закон Стокса, відповідно якому швидкість рідини у прямій гладкій трубці при ламінарному русі розподіляється по діаметру за параболічним законом (рис.3.5а). Середня швидкість при ламінарному русі дорівнює половині максимальної:

$$\omega_{\text{сеп}} = 0,5 \omega_{\max} \quad (3.36)$$

Із збільшенням швидкості рідини ламінарний її рух перетворюється на турбулентний. Швидкість окремих частинок рідини змінюється як за величиною, так і за напрямком. Рух рідини стає неупорядкованим. При цьому частинки рідини рухаються як у осьовому, так і в радіальному напрямках. У кожній точці потоку швидкості миттєво змінюються з часом. Виникають, так звані, пульсації швидкості. Однак значення миттєвих швидкостей змінюються біля деякої середньої величини.

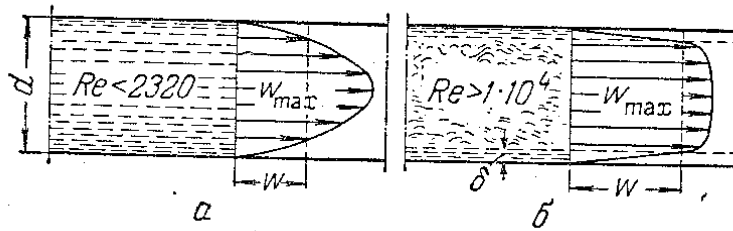


Рис. 3.5 Розподіл швидкостей при ламінарному (а) та турбулентному (б) русі рідини в трубопроводі

Розподіл швидкостей по діаметру трубопроводу при турбулентному режимі руху також подібний до параболи, але з більш широкою верхівкою (рис.3.5.б). Досліди показують, що середня швидкість не дорівнює половині максимальної, а значно більша цієї величини. Наприклад, при  $Re=10000$ ,  $\omega_c=0,85w_{\max}$ , а при  $Re=10^8$ ,  $\omega_c=0,9 \omega_{\max}$ .

Однак і при турбулентному русі в дуже тонкому шарі рідини, що прилягає до стінки труби, рух має ламінарний характер. Цей шар, товщина якого  $\delta$ , називається ламінарним приграничним шаром. У ньому зменшення швидкості приблизно прямолінійне. Товщина цього шару зменшується із збільшенням турбулентності потоку. Незважаючи на незначну товщину ламінарного шару (інколи частки міліметра), процеси, що виникають у ньому, дуже впливають на гідродинамічний опір рухові рідини, а також на тепло- та масообмін.

Таким чином, турбулентний рух не існує в чистому вигляді, а завжди супроводжується ламінарним. Для визначення витрати рідини при ламінарному режимі руху, розглянемо кільцевий переріз (рис.3.4 б) з внутрішнім радіусом  $r$  і зовнішнім радіусом  $(r+dr)$ , площа якого дорівнює  $dS=(2\pi r \cdot dr)$ . Об'ємна витрата рідини через цей переріз складає:

$$dV = \omega_r \cdot dS = \omega_r \cdot 2\pi r \cdot dr, \quad (3.37)$$

або, враховуючи (3.33):

$$dV = \frac{P_1 - P_2}{4\mu\ell} (R^2 - r^2) \cdot 2\pi r \cdot dr. \quad (3.38)$$

Після інтегрування цього рівняння, одержимо загальну витрату рідини через трубу:

$$V = \frac{P_1 - P_2}{4\mu\ell} \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{P_1 - P_2}{4\mu\ell} (2\pi R^2 \int_0^R r dr - 2\pi \int_0^R r^3 dr) = \frac{P_1 - P_2}{8\mu\ell} \pi R^4. \quad (3.39)$$

Підставимо тепер в (3.39) замість радіуса труби її діаметр:

$$V = \frac{\pi d^4 \Delta P}{128\mu\ell}. \quad (3.40)$$

Це рівняння визначає витрату рідини при її ламінарному русі через круглу пряму трубу і називається рівнянням Пуазейля.

Співвідношення між середньою швидкістю  $w$  і максимальною швидкістю  $\omega_{\max}$  можна одержати, зіставляючи об'ємні витрати (3.26) і (3.39).

$$V = \omega S = \omega \pi R^2 \quad \text{і} \quad V = \frac{P_1 - P_2}{8\mu\ell} \pi R^4,$$

$$\text{звідки} \quad \omega = \frac{P_1 - P_2}{8\mu\ell} \cdot R^2. \quad (3.41)$$

Якщо тепер розділимо (3.34) на (3.41), то одержимо:

$$\omega_{\max} / \omega = 2, \quad \text{або} \quad \omega = \omega_{\max} / 2. \quad (3.42)$$

### 3.7. Диференційне рівняння руху Ейлера

Розглянемо усталений потік ідеальної рідини, що рухається без тертя. Як і при виводі диференційних рівнянь рівноваги Ейлера, виділимо в потоці елементарний паралелепіпед, об'єм якого  $dV=dx dy dz$ . Паралелепіпед зорієнтовано відносно вісей координат (рис.2.1).



Проекції сил тяжіння та тиску, що діють на елементарний об'єм, дорівнюють:

$$\text{для вісі } x: -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz;$$

$$\text{для вісі } y: -\frac{\partial p}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz; \quad (3.43)$$

$$\text{для вісі } z; -(\rho g + \frac{\partial p}{\partial z}) \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$$

Відповідно з основним принципом динаміки (принцип Даламбера), сума проекцій сил, що діють на рухомий об'єм рідини, дорівнює добутку маси рідини на її прискорення.

Маса рідини в об'ємі паралелепіпеда:

$$d_m = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (3.44)$$

Якщо рідина рухається з швидкістю  $\omega$ , то її прискорення дорівнює  $d\omega/dt$ , а проекції прискорення на відповідні осі координат  $d\omega_x/dt$ ,  $d\omega_y/dt$ ,  $d\omega_z/dt$ .

Запишемо основний принцип динаміки для кожної осі координат:

$$\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{d\omega_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz,$$

$$\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{d\omega_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz, \quad (3.45)$$

$$\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{d\omega_z}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz - \rho q \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$$

Після скорочення, маємо:

$$\rho \frac{d\omega_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\rho \frac{d\omega_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y}, \quad (3.46)$$

$$\rho \frac{d\omega_z}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho q.$$

Для кожної частинки рухомої рідини зміна її параметрів (швидкості) з часом і в просторі відображається не частинною похідною, а повною, яку в гідравліці називають субстанціональною похідною.

Субстанціональна похідна швидкості для усталеного потоку:

$$\frac{d\omega_x}{d\tau} = \frac{\partial \omega_x}{\partial x} \cdot \omega_x + \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \omega_y + \frac{\partial \omega_x}{\partial z} \cdot \omega_z,$$

$$\frac{d\omega_y}{d\tau} = \frac{\partial \omega_y}{\partial x} \cdot \omega_x + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} \omega_y + \frac{\partial \omega_y}{\partial z} \cdot \omega_z, \quad (3.47)$$

$$\frac{d\omega_z}{d\tau} = \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \cdot \omega_x + \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \omega_y + \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \cdot \omega_z.$$

Система рівнянь (3.46) з врахуванням (3.47) являє собою диференційне рівняння руху ідеальної рідини Ейлера для усталеного потоку.

У випадку неусталеного руху швидкість рідини змінюється не тільки при переміщенні частинок рідини із однієї точки простору в другу, але й з часом для кожної точки.

Тому субстанціональна похідна для несталого потоку має вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_x}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_x}{\partial\tau} + \frac{\partial\omega_x}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_x}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_x}{\partial z}\omega_z, \\ \frac{d\omega_y}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_y}{\partial\tau} + \frac{\partial\omega_y}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_y}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_y}{\partial z}\omega_z, \\ \frac{d\omega_z}{d\tau} &= \frac{\partial\omega_z}{\partial\tau} + \frac{\partial\omega_z}{\partial x}\omega_x + \frac{\partial\omega_z}{\partial y}\omega_y + \frac{\partial\omega_z}{\partial z}\omega_z. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Система рівнянь (3.46) з врахуванням (3.48) являє собою диференційні рівняння Ейлера для руху ідеальної рідини в неусталеному режимі. Для реальної рідини диференційні рівняння набагато складніші, тому що повинна бути врахована в'язкість рідини та інші її властивості.

### 3.7. Рівняння Нав'є-Стокса

Якщо реальна (в'язка) рідина знаходиться в стані руху, то в її потоці окрім сил тиску і тяжіння діють також сили тертя.

Дія сил тертя  $T$  на виділений в потоці в'язкої рідини елементарний паралелепіпед (рис.3.6) проявляється у виникненні на його поверхнях дотичних напружень  $\tau$ . Розглянемо спочатку простий випадок одновимірного плоского потоку крапельної рідини в напрямку осі  $x$ , коли проекція швидкості  $\omega_x$  залежить тільки від відстані  $z$  до горизонтальної площини порівняння.

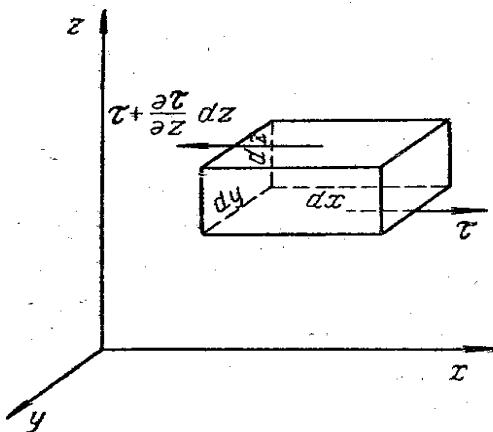


Рис. 3.6 До виводу рівняння Нав'є-Стокса

В цих умовах дотичні напруження виникають тільки на поверхнях  $dF$  верхньої та нижньої грані елементарного паралелепіпеда, при цьому  $dF=dx \cdot dy$ . Якщо дотичні напруження на нижній грані паралелепіпеда дорівнюють  $\tau$ , то на верхній вони становлять  $(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz)$ . При цьому напруження на верхній та нижній гранях мають протилежний напрямок. Це обумовлено тим, що більш повільні верхні шари рідини гальмують шар рідини, в якому розташований паралелепіпед.

Похідна  $\partial \tau / \partial z$  виражає зміну дотичного напруження вздовж вісі  $z$  в точках, що лежать на нижній грані паралелепіпеда, а  $\frac{\partial \tau}{\partial z} \cdot dz$  є зміна цього напруження по всій довжині ребра  $dz$ . Тоді проекція рівнодійної сили тертя на вісь  $x$ , становить:

$$\tau dx \cdot dy - (\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz) dx dy = -\frac{\partial \tau}{\partial z} dx \cdot dy \cdot dz. \quad (3.49)$$

Підставимо в цей вираз значення дотичного напруження  $\tau$  із рівняння (1.11)  $[\tau = -\mu \frac{\partial \omega_x}{\partial z}]$ , де  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини]; в результаті одержимо:

$$\mu \frac{\partial \left( \frac{\partial \omega_x}{\partial z} \right)}{\partial z} \cdot dx dy dz = \mu \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} \cdot dx dy dz. \quad (3.50)$$

У більш загальному випадку тривимірного потоку складова швидкості  $\omega_x$  буде змінюватись не тільки у напрямку вісі  $z$ , а по всіх напрямках вісей координат. Тоді проекція рівнодійної сил тертя на ось  $x$  прийме вид:

$$\mu \left( \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} \right) dx dy dz = \mu \nabla^2 \omega_x \cdot dx dy dz. \quad (3.51)$$

Відповідно проекції рівнодійної сили тертя на координатні вісі  $y$  і  $z$  мають вид:

$$\mu \nabla^2 \omega_y dx dy dz \text{ і } \mu \nabla^2 \omega_z dx dy dz.$$

Проекції на координатні вісі рівнодійних сил тяжіння, тертя та тиску, що діють на елементарний об'єм крапельної рідини, становлять:

$$\begin{aligned} \text{на вісь } x & \left( -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 \omega_x \right) dx dy dz, \\ \text{на вісь } y & \left( -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 \omega_y \right) dx dy dz, \\ \text{на вісь } z & \left( -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 \omega_z \right) dx dy dz. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Відповідно з основним принципом динаміки, сума проекцій всіх сил на координатні вісі повинна дорівнювати добутку маси рідини  $\rho dx dy dz$ , що знаходиться в паралелепіпеді, помноженої на проекції прискорення, тому:

$$\begin{aligned}
\rho dx dy dz \cdot \frac{d\omega_x}{d\tau} &= \left( -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 \omega_x \right) dx dy dz, \\
\rho dx dy dz \cdot \frac{d\omega_y}{d\tau} &= \left( -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 \omega_y \right) dx dy dz, \\
\rho dx dy dz \cdot \frac{d\omega_z}{d\tau} &= \left( -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 \omega_z \right) dx dy dz,
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Після скорочення маємо

$$\begin{aligned}
\rho \cdot \frac{d\omega_x}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 \omega_x, \\
\rho \cdot \frac{d\omega_y}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 \omega_y, \\
\rho \cdot \frac{d\omega_z}{d\tau} &= -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 \omega_z
\end{aligned} \tag{3.54}$$

де відповідні субстанціональні похідні для усталеного і неусталеного режимів руху виражаються рівняннями (3.45) і (3.46).

Рівняння (3.54) називаються системою рівнянь Нав'є-Стокса і описують рух в'язкої крапельної рідини.

При русі стисливої рідини (газу) в ній додатково виникають обумовлені тертям сили стискання та розтягу, тому рівняння Нав'є-Стокса приймають вигляд:

$$\begin{aligned}
\rho \frac{d\omega_x}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu (\nabla^2 \omega_x + \frac{1}{3} \frac{\partial \theta}{\partial x}), \\
\rho \frac{d\omega_y}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu (\nabla^2 \omega_y + \frac{1}{3} \frac{\partial \theta}{\partial y}), \\
\rho \frac{d\omega_z}{d\tau} &= -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu (\nabla^2 \omega_z + \frac{1}{3} \frac{\partial \theta}{\partial z}).
\end{aligned} \tag{3.55}$$

де частинні похідні  $\partial \theta / \partial x, \partial \theta / \partial y, \partial \theta / \partial z$  виражають зміну швидкості по осям  $x, y, z$  і пов'язані з дією сил стискання і розтягу, причому:

$$\theta = \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = \text{div } w. \tag{3.56}$$

Ліві частини рівнянь (3.54) це – проекції рівнодійної сили інерції, що виникає у рідині під час її руху.

В правих частинах тих же рівнянь добуток  $\rho g$  відображає вплив сили тяжіння; частинні похідні  $\partial p / \partial x, \partial p / \partial y, \partial p / \partial z$  - вплив зміни гідростатичного тиску, а добуток в'язкості на суму других похідних проекцій швидкості – вплив сил тертя.

При русі ідеальної рідини, коли сили тертя відсутні, після підстановки  $\mu=0$  в рівняння (3.54) одержимо рівняння (3.46), тобто рівняння руху Ейлера. Таким чином, рівняння руху Ейлера є окремим випадком рівняння руху Нав'є-Стокса.

Система рівнянь Нав'є-Стокса сумісно з рівнянням суцільності найбільш повно описують рух в'язкої рідини. Однак розв'язання цих рівнянь у загальному виді неможливе, за виключенням окремих випадків. Тому в більшості випадків для практики використання рівнянь Нав'є-Стокса стає можливим лише при перетворенні їх методами теорії подібності.

### 3.8. Рівняння Бернуллі

Інтегралом рівнянь руху Ейлера для усталеного потоку є рівняння Бернуллі, яке широко використовується для розв'язання багатьох технічних задач.

Домножимо ліві і праві частини рівняння руху Ейлера (3.46) на відповідно  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  і розділимо на густину рідини  $\rho$ :

$$\begin{aligned}\frac{d\omega_x}{d\tau} dx &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx, \\ \frac{d\omega_y}{d\tau} dy &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dy, \\ \frac{d\omega_z}{d\tau} dz &= -\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g\right) dz.\end{aligned}\tag{3.57}$$

Складемо ці рівняння, враховуючи, що  $dx/d\tau$ ,  $dy/d\tau$ ,  $dz/d\tau$  є проекціями швидкості на відповідні вісі, В результаті одержимо:

$$\omega_x d\omega_x + \omega_y d\omega_y + \omega_z d\omega_z = -gdz - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right).\tag{3.58}$$

Складові лівої частини цього рівняння можна представити в такому вигляді:

$$\omega_x \cdot d\omega_x = d\left(\frac{\omega_x^2}{2}\right); \omega_y d\omega_y = d\left(\frac{\omega_y^2}{2}\right); \omega_z d\omega_z = d\left(\frac{\omega_z^2}{2}\right).$$

Отже їх сума:

$$d\left(\frac{\omega_x^2}{2}\right) + d\left(\frac{\omega_y^2}{2}\right) + d\left(\frac{\omega_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{\omega^2}{2}\right).\tag{3.59}$$

де  $\omega = \left| \vec{\omega} \right|$  - величина вектора швидкості, складові якого вздовж відповідних осей координат дорівнюють  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ .

Сума членів у дужках у правій частині рівняння (3.58) є повним диференціалом тиску. Тому можна дописати:

$$d\left(\frac{\omega^2}{2}\right) = -\frac{dp}{\rho g} - gdz.\tag{3.60}$$

Розділимо це рівняння на прискорення сили тяжіння  $g$  і перенесемо всі його члени в ліву частину, тоді одержимо:

$$d\left(\frac{\omega^2}{2g}\right) + \frac{dp}{\rho g} + dz = 0.\tag{3.61}$$

Суму диференціалів в (3.61) можна замінити диференціалом суми:

$$d\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right) = 0. \quad (3.62)$$

Так як диференціал може дорівнювати нулю тільки від сталої величини, то маємо:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g} = H = \text{const}. \quad (3.63)$$

Рівняння (3.63) називається рівнянням Бернуллі для ідеальної рідини.

Величина  $\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right)$  називається повним гідродинамічним напором і позначається літерою.  $H$ . Він складається з трьох величин. Перші дві входять в основне рівняння гідростатики:

$z$  – нівелірна висота або геометричний напір, являє собою потенціальну енергію положення даної точки;  $p/\rho g$  – статичний або п'єзометричний напір, характеризує потенціальну енергію тиску в даній точці. Величини  $z$  і  $p/\rho g$  можуть вимірюватися як в одиницях довжини, так і в одиницях питомої енергії, яка припадає на одиницю ваги рідини. Наприклад:

$$\left[p/\rho g\right] = \left[\frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}\right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}\right] = [\text{м}], \quad \text{якщо} \quad \text{цю} \quad \text{розмірність}$$

домножити і розділити на розмірність ваги, то одержимо  $\left[\frac{H \cdot \text{м}}{H}\right] = \left[\frac{\text{Дж}}{H}\right]$ .

Третя складова  $w^2/2g$  називається швидкісним або динамічним напором. Характеризує питому кінетичну енергію в даній точці.

Рівняння (3.63) для будь-яких двох перерізів потоку 1-1 і 2-2 можна записати в такому вигляді:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}. \quad (3.64)$$

Звідси витікає, що для будь-яких поперечних перерізів усталеного потоку ідеальної рідини величина гідродинамічного напору залишається незмінною, при переході від одного поперечного перерізу до другого.

Разом з тим, із рівняння Бернуллі, відповідно з енергетичним змістом його членів, витікає, що при усталеному режимі руху ідеальної рідини сума потенціальної ( $z+p/\rho g$ ) та кінетичної ( $w^2/2g$ ) енергій рідини для будь-якого поперечного перерізу потоку залишається незмінною.

Таким чином, рівняння Бернуллі є окремим випадком закону збереження енергії і показує енергетичний баланс потоку.

У випадку, коли трубопровід розташований горизонтально  $z_1=z_2$  і рівняння Бернуллі для ідеальної рідини спрощується:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}. \quad (3.65)$$

Проілюструємо застосування Бернуллі на прикладі потоку ідеальної рідини, яка рухається крізь довільно розташований у просторі трубопровід змінного перерізу (рис. 3.7).

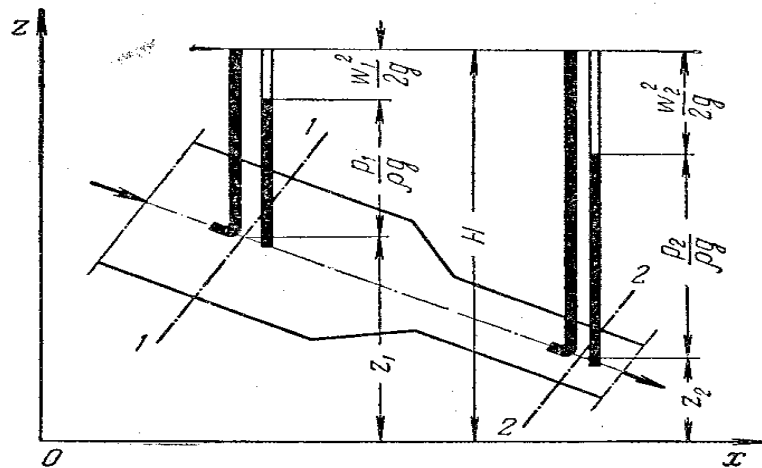


Рис. 3.7 До рівняння Бернуллі для ідеальної рідини

Нехай для точок, що лежать на вісі трубопроводу в поперечних перерізах 1-1 і 2-2, нівелірні висоти відповідно дорівнюють  $z_1$  і  $z_2$  відповідно. Установимо в кожній з цих точок по дві вертикальні відкриті п'єзометричні трубки, в одній з яких нижній кінець загнутий назустріч потоку рідини в трубопроводі.

У прямих вертикальних трубках (з рівними нижніми кінцями) рідина піднімається на висоту, відповідну гідростатичному тиску в точках їх занурення, тобто ці трубки будуть вимірювати статичні напори у відповідних точках.

У трубках з загнутими кінцями, які направлені назустріч потоку, рівень рідини буде вищим, ніж у сусідніх вертикальних трубках, так як трубки з загнутими кінцями будуть вимірювати суму статичного і динамічного напорів. Однак, відповідно до рівняння (3.63), у всіх трубках з загнутими кінцями рідина підніметься на одну й ту ж висоту відносно площини порівняння і буде дорівнювати гідродинамічному напору  $H$ .

Площа поперечного перерізу 2-2 трубопроводу менша за площу перерізу 1-1. Тому швидкість рідини  $\omega_2$  при одній і тій же витраті, відповідно рівнянню суцільності буде більша ніж  $\omega_1$ . Тобто  $\omega_2^2/2g > \omega_1^2/2g$ .

У будь-якому поперечному перерізі трубопроводу швидкісний напір можна виміряти за різницею показань трубок (з загнутим і прямим нижніми кінцями). Отже, ця різниця повинна бути більшою для перерізу 2-2, чим для перерізу 1-1. Між тим, з рівняння Бернуллі маємо, що висота рівня рідини у прямій трубці в перерізі 2-2 повинна бути менша відповідної висоти у прямій

трубці у перерізі 1-1 на таку ж величину, на яку швидкісний напір у перерізі 2-2 більший ніж у перерізі 1-1.

Наведений приклад демонструє взаємний перехід потенціальної енергії в кінетичну, і навпаки (при зміні площини перерізу трубопроводу), а також сталість сум цих енергій у будь-якому перерізі трубопроводу.

У техніці доводиться мати справу не з ідеальними, а з реальними рідинами, в яких при русі виникають сили тертя, обумовлені в'язкістю рідини, характером її руху, тертям об стінки трубопроводу тощо.

Для подолання опору, що виникає в потоці рідини, необхідно витратити деяку частку енергії і тому загальна кількість енергії за довжиною трубопроводу буде зменшуватись за рахунок переходу потенціальної енергії в енергію, що витрачається на подолання тертя.

Для збереження енергії при русі реальної рідини в праву частину рівняння (3.65) необхідно додати член, який би враховував втрачений напір:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g} + h_{em}. \quad (3.66)$$

Втрачений напір  $h_{вт}$  характеризує питому енергію, витрачену на подолання гідравлічного опору при русі реальної рідини.

Рівняння (3.66) можна представити в іншому виді, якщо обидві його частини помножити на  $\rho g$ :

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho \omega_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho \omega_2^2}{2} + \Delta p_{em}. \quad (3.67)$$

де  $\Delta p_{вт} = \rho g h_{вт}$  – втрачений тиск.

Визначення втрат напору або тиску є практично важливою задачею, пов'язаною з розрахунком енергії, яка необхідна на переміщення реальних рідин або газів за допомогою насосів, компресорів і вентиляторів.

### 3.10. Практичне застосування рівняння Бернуллі

Розглянемо застосування рівняння Бернуллі для визначення швидкості, витрати та часу витікання рідин із резервуарів. Для цього на практиці звичайно застосовують пневмометричні трубки та дросельні прилади.

Для вимірювання швидкості та швидкісного напору рідини або газу використовують пневмометричні трубки Піто-Прандтля.

Трубка Піто-Прандтля являє собою тонке видовжене циліндричне тіло з закругленою передньою частиною (рис.3.8). При такій формі трубка практично не спотворює розподіл швидкостей в потоці. Для вимірювання швидкості трубку Піто-Прандтля занурюють в рідину і розташовують її вздовж потоку. В тілі трубки Піто-Прандтля є отвори, через які по каналах, що розміщені усередині тіла трубки, рідина може поступати в два коліна диференціального манометра.



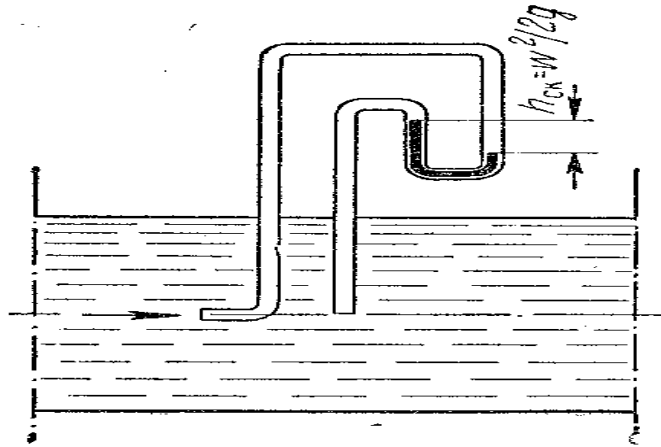


Рис. 3.8 Трубка Піто-Прандтля

Один із отворів розташований у центрі скругленої частини трубки (точка 1), а другий - на її циліндричній поверхні на певній відстані від першого (точка 2) так, щоб спотворення поля швидкостей за рахунок обтікання закругленої частини кінця трубки Піто-Прандтля можна було не враховувати при розгляді течії поблизу другого отвору.

Застосуємо рівняння Бернуллі до точок 1 і 2, які лежать на одній лінії потоку:

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\omega_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2, \quad (3.68)$$

де  $z_1$  і  $z_2$  – вертикальні координати точок 1 і 2;

$\omega_2$  - швидкість течії в точці 2 (швидкість течії в точці 1 дорівнює нулю, так як це – критична точка обтікання);

$P_1$  і  $P_2$  – гідростатичний тиск в точках 1 і 2.

З рівняння (3.69) знаходимо:

$$\omega = \sqrt{2 \left[ \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + (z_1 - z_2) \right]}, \quad (3.69)$$

або, зважаючи на те, що  $z_1 - z_2 \approx 0$ , маємо:

$$v = \sqrt{2 \frac{P_1 - P_2}{\rho g}}. \quad (3.70)$$

Різниця тисків  $P_1 - P_2$  дорівнює, очевидно, добутку від питомої ваги  $\gamma = \rho g$  на різницю  $\Delta h$  висот рівнів рідини, яка знаходиться у колінах манометра.

Якщо  $\rho_1 = \rho$ , то:

$$v = \sqrt{2g\Delta h}. \quad (3.71)$$

Як правило, трубку Піто-Прандтля встановлюють на вісі потоку і тому виміряна швидкість буде максимальною. Щоб знайти середню швидкість, користуються формулою:

$$\omega_c = \varphi \cdot \omega_{\max}, \quad (3.72)$$

де  $\varphi$  - коефіцієнт, який враховує співвідношення середньої швидкості до максимальної (див. розділ 3.6). Для ламінарного руху  $\varphi=0,5$ , а для турбулентного -  $\varphi=0,5 \div 0,82$ .

Для вимірювання витрати рідини використовують дросельні прилади, до яких належать діафрагми, сопла та труби Вентурі.

Принцип дії цих приладів заснований на вимірюванні раптового перепаду тиску в трубі при звуженні перерізу трубопроводу. При цьому кінетична енергія у звуженому перерізі збільшується, а потенціальна енергія зменшується. За різницею тисків до звуження і після нього можна розрахувати зміну швидкості, а потім і витрату рідини.

Мірна діафрагма являє собою тонкий диск з отвором круглого перерізу, центр якого розміщений по вісі труби (рис. 3.9). Отвір діафрагми має циліндричну частину з боку входу і конічну частину з боку виходу.

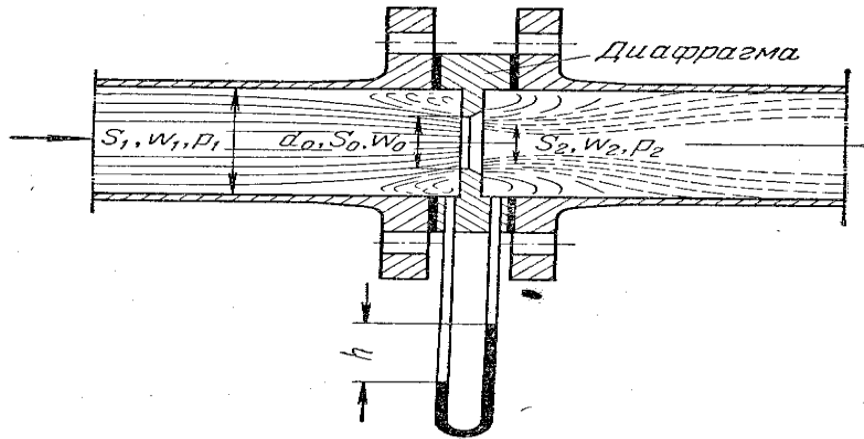


Рис. 3.9 Мірна діафрагма

Твірна циліндричної частини перпендикулярна площині диска з боку входу.

Кут між твірними конічної і циліндричної частини отвору повинен бути не менший  $30^0$  (у нормальних діафрагмах він становить  $45^0$ ).

Запишемо рівняння Бернуллі для горизонтального трубопроводу, в якому встановлено діафрагму:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\omega_2^2}{2g} \quad (3.73)$$

Звідси знаходимо:

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\rho g} \quad (3.74)$$

Різниця тисків  $p_1 - p_2$  дорівнює добутку від питомої ваги  $\gamma = \rho_1 g$  на різницю  $\Delta h$  висот рівнів рідини, що знаходяться у колінах манометра, тобто:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\rho_1 g \cdot \Delta h}{\rho g} = \frac{\rho_1 h}{\rho}. \quad (3.75)$$

У тому випадку, коли  $\rho_1 = \rho$ , маємо:

$$\frac{\omega_2^1 - \omega_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \Delta h. \quad (3.76)$$

Використовуючи рівняння суцільності потоку (3.26), можна записати:

$$\omega_1 = \omega_2 \frac{S_2}{S_1} = \omega_2 \frac{d_2^2}{d_1^2}. \quad (3.77)$$

Враховуючи це співвідношення, можна записати:

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_2^2 \frac{d_2^4}{d_1^4}}{2g} = \frac{\omega_2^2 \left(1 - \frac{d_2^4}{d_1^4}\right)}{2g} = \Delta h, \quad (3.78)$$

звідки:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2g \cdot \Delta h}{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}}. \quad (3.79)$$

Об'ємна витрата рідини,

$$V = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot d_0^2}{4} \cdot \omega_2 = \sqrt{\frac{2g \cdot \Delta h}{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}}, \quad (3.80)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт ( $\alpha < 1$ ), який враховує зменшення швидкості  $\omega_0$  у перерізі  $S_0$  по відношенню до швидкості  $\omega_2$ , за рахунок звуження потоку за діафрагмою.

Коефіцієнт  $\alpha$  називається коефіцієнтом втрати дросельного приладу. Його величина залежить від режиму руху рідини та від співвідношення діаметра отвору діафрагми і трубопроводу.

$$\alpha = f\left(\text{Re}, \frac{d_0}{d_1}\right). \quad (3.81)$$

Мірне сопло (рис. 3.10) являє собою насадок, в якому плавно закруглений вхід і циліндричний вихід.

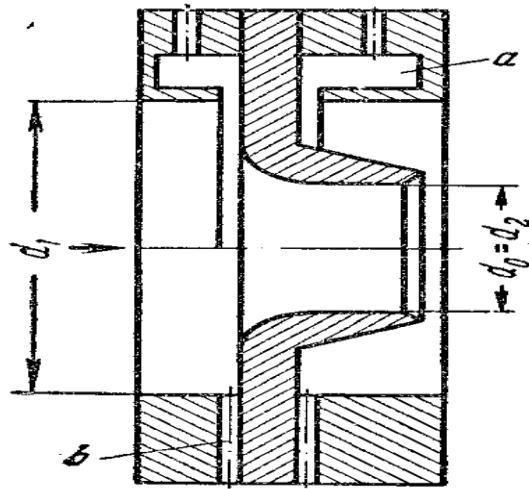


Рис. 3.10 Мірне сопло

Диференціальні манометри мірних сопел приєднують до трубопроводу через кільцеві камери *a*, які з'єднуються з внутрішнім простором трубопроводу двома каналами *b*. Теоретичний розрахунок мірних сопел такий же, як і для мірних діафрагм.

Труба Вентурі (рис. 3.11) являє собою трубу з поступовим звуженням перерізу і подальшим його розширенням до початкового діаметра. Внаслідок такої форми труби втрати тиску в ній не перевищують 15% від загального його перепаду. Тому труби Вентурі застосовують у таких випадках, коли великі втрати тиску недопустимі. Однак довжина труби Вентурі дуже велика в порівнянні з товщиною діафрагми або сопла і тому її застосування обмежене.

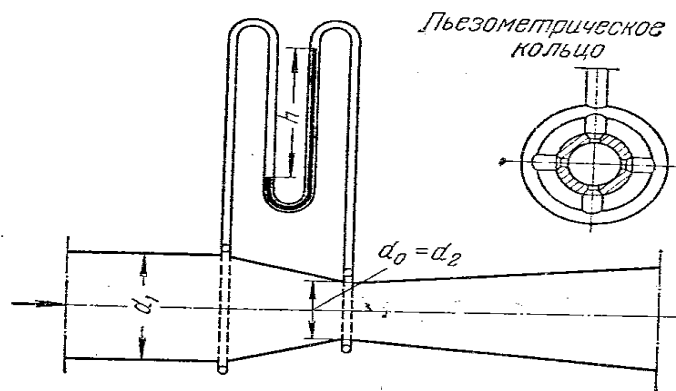


Рис. 3.11 Труба Вентурі

### 3.11. Гідравлічний опір в трубопроводах

Розрахунок гідравлічного опору при русі реальних рідин в трубопроводах є одним із основних прикладних питань гідродинаміки.

Важливість визначення втрат напору  $h_{вт}$  (або втрат тиску  $\Delta p$ ) пов'язана з необхідністю розрахунку витрат енергії, необхідної для компенсації цих витрат при переміщенні рідин за допомогою насосів, компресорів тощо.

Втрати напору в трубопроводі в загальному випадку обумовлюються опором сил тертя і місцевими опорами.

Втрати на подолання сил тертя мають місце по всій довжині трубопроводу і залежать від режиму руху потоку, збільшуючись із зростанням турбулентності.

Місцеві опори виникають при будь-якій зміні швидкості потоку за величиною або напрямком. До їх числа відносяться вхід потоку в трубу та вихід із неї, раптове звуження і розширення труб, відводи, коліна, запірні та регулюючі пристрої (крани, вентиля, засувки тощо).

Таким чином, втрачений напір є сумою двох складових

$$h_{em} = h_m + h_{m.o.}, \quad (3.82)$$

де  $h_m$  і  $h_{m.o.}$  – втрати напору внаслідок тертя і місцевих опорів, відповідно.

У випадку ламінарного руху в прямій трубі втрати напору за рахунок тертя можна визначити теоретично на основі рівняння Пуазейля (3.40).

Дійсно, відповідно до рівняння Бернуллі, для горизонтального трубопроводу ( $z_1=z_2$ ) постійного поперечного перерізу ( $\omega_1=\omega_2$ ) напір, який витрачається на тертя, дорівнює:

$$h_m = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}. \quad (3.83)$$

При підстановці  $\Delta p = \rho g h_m$  у рівняння (3.42) і заміні об'ємної витрати маємо:

$$\frac{\omega \pi^4}{4} = \frac{\pi d^4 \cdot \rho g h_m}{128 \mu \cdot \ell}, \quad (3.84)$$

де  $\ell$  і  $d$  – довжина і діаметр трубопроводу;

$\rho$  і  $\mu$  – густина і в'язкість рідини.

З цього рівняння після скорочення знайдемо втрачений напір:

$$h_m = \frac{32 \omega \mu \cdot \ell}{\rho g d^2}. \quad (3.85)$$

Помножимо чисельник і знаменник правої частини цього рівняння на  $2\omega$  і згрупуємо величини, одержимо:

$$h_m = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{\ell}{d} \cdot \frac{\omega^2}{2g}, \quad (3.86)$$

тобто втрачений напір виражається через швидкісний напір  $h_{ув} = \frac{\omega^2}{2g}$ .

Величину, яка показує у скільки разів напір, втрачений на подолання сил тертя, відрізняється від швидкісного напору, називають коефіцієнтом гідравлічного тертя і позначають через  $\lambda$ . Тому

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}, \quad (3.87)$$

$$\xi_m = \lambda \frac{\ell}{d}. \quad (3.88)$$

Відповідно з цим рівняння (3.86) можна представити у такому вигляді:

$$h_m = \xi_m \cdot \frac{\omega^2}{2g} = \lambda \frac{\ell}{d} \cdot \frac{\omega^2}{2g}, \quad (3.89)$$

або втрата тиску на тертя:

$$\Delta p_m = \lambda \frac{\ell}{d} \cdot \frac{\rho \omega^2}{2}. \quad (3.90)$$

Рівняння (3.91) при  $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$  добре узгоджується з дослідними даними для усталеного ламінарного руху ( $\text{Re} < 2320$ ). У цих умовах коефіцієнт гідравлічного тертя практично не залежить від шорсткості стінок трубопроводу.

Для трубопроводів некруглого перерізу у формулі (3.88) замість діаметра підставляють еквівалентний діаметр, причому

$$\lambda = \frac{64}{B}, \quad (3.91)$$

де  $B$  – коефіцієнт, числове значення якого залежить від форми поперечного перерізу (для квадратного перерізу  $B=57$ , для кільцевого –  $B=96$ ).

Якщо за формулою (3.87) побудувати графік у логарифмічних координатах, та одержимо пряму лінію, нахилену до вісі абсцис під постійним кутом (рис. 3.12). Експериментальні дані багатьох дослідників, нанесені на той же графік, розташовуються біля цієї прямої і, таким чином, підтверджують вірність формули (3.87).

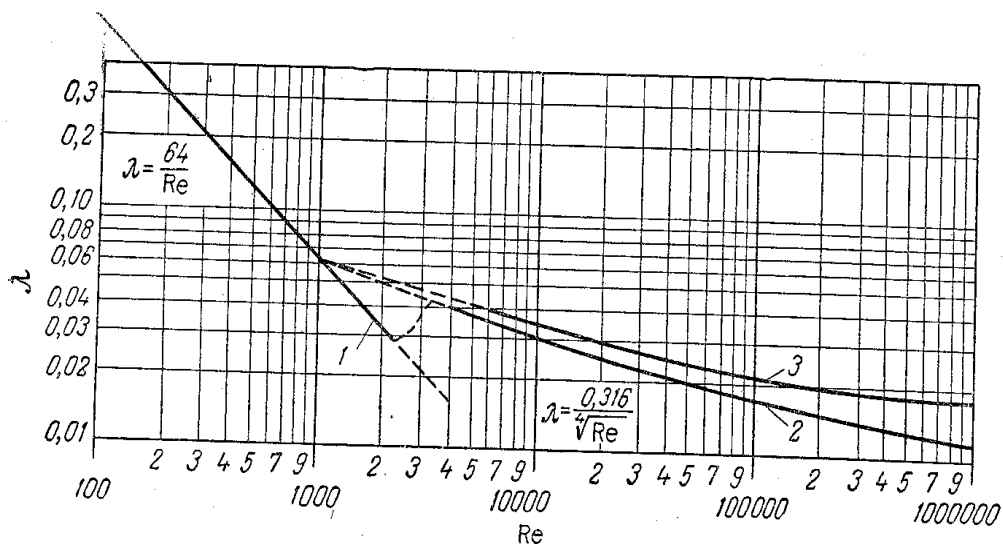


Рис. 3.12 Залежність коефіцієнта гідравлічного тертя для круглих труб від критерія  $Re$

При турбулентному режимі руху ( $Re > R_{кр}$ ) характер залежності  $\lambda$  від  $Re$  змінюється, структура потоку ускладнюється і тому аналітичну залежність для розрахунку коефіцієнта гідравлічного тертя через неможливість розв'язання рівняння Нав'є-Стокса до теперішнього часу не встановлено. Тому розрахункові рівняння для визначення  $\lambda$  при турбулентному русі одержують узагальненням результатів експериментальних даних методами теорії подібності.

При турбулентному режиму руху коефіцієнт гідравлічного тертя залежить не тільки від характеру рідини (значення  $Re$ ), а від шорсткості стінок труб. Це обумовлено тим, що при ламінарному русі рідина плавно обтікає мікронерівності на внутрішній поверхні труби і тому шорсткість не впливає на величину  $\lambda$ , а при турбулентному русі структура обтікання мікронерівностей ускладнюється.

Шорсткість поверхні труб може бути кількісно оцінена абсолютною шорсткістю  $\Delta$ , яка являє собою середню висоту мікровиступів на внутрішній поверхні труб.

За багатьма дослідними даними абсолютна шорсткість становить:

- для нових сталевих труб  $\Delta = 0,06 \div 0,1$  мм;
- для труб, що були в експлуатації  $\Delta = 0,1 \div 0,2$  мм;
- для старих забруднених труб  $\Delta = 0,5 \div 2$  мм.

Вплив шорсткості на величину  $\lambda$  визначається співвідношенням між середньою висотою мікровиступів  $\Delta$  і товщиною ламінарного прошарку  $\delta$ . У початковій області турбулентного руху, коли товщина ламінарного прошарку більша за висоту виступів шорсткості ( $\delta > \Delta$ ), рідина плавно обтікає ці виступи і впливом шорсткості на величину  $\lambda$  можна знехтувати. В цій області

турбулентного руху рідини труби можна розглядати як гідравлічно гладкі і коефіцієнт тертя розраховувати за рівнянням Блазіуса:

$$\lambda = 0,3164 / \text{Re}^{0,25}. \quad (3.92)$$

Ця формула справедлива при значеннях  $\text{Re} = 4 \cdot 10^3 \div 10^5$ .

При зростанні  $\text{Re}$  величина ламінарного прошарку  $\delta$  зменшується. Коли вона стає зрівняною з величиною абсолютної шорсткості ( $\delta \approx \Delta$ ), а також з меншою за неї ( $\delta < \Delta$ ), Ламінарний прошарок вже не вкриває виступів шорсткості. В таких умовах коефіцієнт гідравлічного тертя стає більш залежним від шорсткості. При цьому величина  $\lambda$ , а відповідно і втрати напору на тертя зростають під дією сил інерції, що виникають внаслідок додаткового вихреутворення навколо виступів шорсткості.

Таким чином, із збільшенням числа  $\text{Re}$  зона гладкого тертя, в якій  $\lambda$  залежить тільки від  $\text{Re}$ , переходить спочатку в зону змішаного тертя, коли на величину  $\lambda$  впливають і  $\text{Re}$ , і шорсткість, а потім – в автомодельну (по відношенню до  $\text{Re}$ ) зону, коли величина  $\lambda$  практично не залежить від числа  $\text{Re}$  і визначається тільки шорсткістю стінок труб.

Автомодельну область називають також областю квадратичного закону опору, так як, відповідно до рівняння (3.90) за відсутністю впливу  $\text{Re}$  на величину  $\lambda$  опір тертя стає пропорційним квадрату швидкості.

Критичне значення  $\text{Re}_{\text{кр.1}}$ , при якому шорсткість починає впливати на величину коефіцієнта тертя, а також критичне значення  $\text{Re}_{\text{кр.2}}$ , при якому  $\lambda$  стає функцією тільки шорсткості стінок труби, залежать від відносної шорсткості  $\varepsilon$ , яка дорівнює відношенню абсолютної шорсткості  $\Delta$  до діаметра труби:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d}. \quad (3.93)$$

Значення  $\text{Re}_{\text{кр.1}}$  і  $\text{Re}_{\text{кр.2}}$  визначають за формулами:

$$\text{Re}_{\text{кр.1}} = \frac{23}{\varepsilon}, \quad (3.94)$$

$$\text{Re}_{\text{кр.2}} = \frac{220}{\varepsilon^{2/9}}. \quad (3.95)$$

При розрахунках коефіцієнта гідравлічного тертя для всіх областей турбулентного руху застосовують рівняння Френкеля:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[ \frac{\varepsilon}{3,7} + \left( \frac{6,81}{\text{Re}} \right)^{0,9} \right]. \quad (3.96)$$

Для області гладкого тертя розрахунок  $\lambda$  виконують за формулою (3.92) або за рівнянням (3.97), з якого виключена перша складова в квадратних дужках. Цей член відображає вплив шорсткості і для даної зони є малою величиною, якою можна знехтувати. Відповідно:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{6,81}{\text{Re}} \right)^{0,9} = 1,81 \lg \text{Re} - 1,5. \quad (3.97)$$



Якщо з цього рівняння знайти  $\lambda$ , то одержимо формулу Конакова:

$$\lambda = \frac{1}{(1,8\text{Re}-1,5)^2}. \quad (3.98)$$

Для автотомодельної області, коли величина  $\lambda$  перестає залежати від  $\text{Re}$ , в рівнянні (3.97) можна знехтувати другим складовим у квадратних дужках і воно приймає вигляд:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2lg \frac{3,7}{\varepsilon}, \quad (3.99)$$

або:

$$\lambda = \frac{1}{(2lg\varepsilon+1,14)^2}. \quad (3.100)$$

Формула (3.100) називається рівнянням Нікуразе.

Існує ряд інших рівнянь для розрахунку  $\lambda$ , які одержані внаслідок узагальнення дослідних даних.

Наведені вище розрахункові рівняння одержані для ізотермічних умов течії рідини. При нагріванні або охолодженні рідини, яка рухається в трубі, в результаті зміни температури, змінюється і в'язкість рідини по перерізу труби. Це викликає деяку зміну профілю швидкостей у даному перерізі і відповідно, зміну величини  $\lambda$ . Особливо вагомий вплив теплообміну на величину  $\lambda$  при ламінарному режимі руху. Тому, якщо середня температура потоку значно відрізняється від температури стінки труби, то усі розглянуті вище рівняння для визначення  $\lambda$  (крім рівняння 3.100) треба вводити поправочні множники, які знаходять за спеціальними формулами, що приводяться у довідковій літературі.

Розглянемо тепер розрахунок втрат напору на подолання місцевих опорів. У різних місцевих опорах виникає зміна швидкості потоку за величиною (рис. 3.13. а, б) або напрямком (рис. 3.13. в, г), або одночасно і за величиною, і за напрямком.

При цьому виникають додаткові незворотні втрати енергії (напору), крім втрат на тертя. Так при раптовому розширенні перерізу труби (рис. 3.13 а) напір витрачається внаслідок удару потоку, що виходить з більшою швидкістю з перерізу труби меншого діаметра, об потік, що рухається повільніше у перерізі труби більшого діаметра; при цьому в області, що прилягає до прямого кута труби більшого діаметра, виникають зворотні токи-завихрення, на утворення яких витрачається енергія.

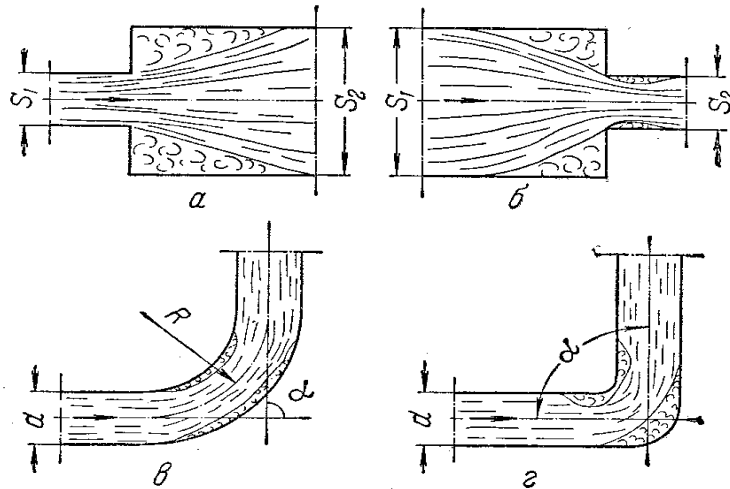


Рис. 3.13 Види місцевих опорів: а) раптове розширення;  
 б) раптове звуження, в) – відвід; г) коліно

При раптовому звуженні трубопроводу (рис. 3.13 б) додаткові витрати енергії обумовлені тим, що переріз потоку спочатку зменшується до величини, яка менша перерізу самої труби, а потім потік розширюється заповнюючи всю трубу. При зміні напрямку потоку (рис. 3.13 в, г) утворення вихрив виникає внаслідок дії інерційних (відцентрових) сил.

Втрати напору в місцевих опорах, як і втрати на тертя, виражають через швидкісний напір. Відношення втрат напору в даному місцевому опорі  $h_{м.о.}$  до швидкісного напору  $h_{шв} = \frac{\omega^2}{2g}$  зветься коефіцієнтом місцевого опору і позначається через  $\zeta_{м.о.}$ . Отже, для різних місцевих опорів втрати напору будуть дорівнювати:

$$h_{м.о.1} = \zeta_{м.о.1} \cdot \frac{\omega_1^2}{2g},$$

$$h_{м.о.2} = \zeta_{м.о.2} \cdot \frac{\omega_2^2}{2g},$$

$$h_{м.о.n} = \zeta_{м.о.n} \cdot \frac{\omega_n^2}{2g},$$

або для всіх місцевих опорів:

$$h_{м.о} = \sum \zeta_{м.о.n} \cdot \frac{\omega_n^2}{2g}. \quad (3.101)$$

Коефіцієнти місцевих опорів у більшості випадків знаходять експериментальним шляхом і їх середні значення наведені в довідковій літературі. Враховуючи рівняння (3.89) і (3.101), перепишемо розрахункове рівняння (3.82) для визначення загальної втрати напору у вигляді:

$$h_{em} = \xi_m \cdot \frac{\omega^2}{2g} + \sum \xi_{m.o} \cdot \frac{\omega^2}{2g} = \sum \xi \cdot \frac{\omega^2}{2g}, \quad (3.102)$$

де  $\sum \xi$  - сума коефіцієнтів опору (опір тертя і місцевих опорів).

Таким чином, втрата напору визначається за рівнянням:

$$h_{em} = \left( \lambda \frac{\ell}{d_0} + \sum \xi_{m.o} \right) \cdot \frac{\omega^2}{2g}. \quad (3.103)$$

Відповідно втрата тиску:

$$\Delta p_{em} = \left( \lambda \frac{\ell}{d_0} + \sum \xi_{m.o} \right) \cdot \frac{\rho \omega^2}{2g}. \quad (3.104)$$

Величина  $h_{em}$  у рівнянні (3.104) виражається в м стовпа рідини і не залежить від її природи, а величина втрати тиску  $\Delta p_{em}$  залежить від густини рідини.

У практичних розрахунках при визначення втрат напору в місцевих опорах інколи замість розрахунку за допомогою коефіцієнтів місцевих опорів  $\xi_{m.o}$  умовно порівнюють ці опори з втратами напору на тертя в деякій гіпотетичній прямій трубі еквівалентної довжини  $\ell_{екв}$ . Еквівалентну довжину знаходять як добуток деякого коефіцієнта  $n$  на внутрішній діаметр труби.

$$\ell_{екв} = n \cdot d \quad (3.105)$$

У цьому випадку рівняння для розрахунку загальних втрат напору на тертя і місцеві опори має вигляд:

$$h_{em} = \lambda \frac{\ell + \sum \ell_{екв}}{d} \cdot \frac{\omega^2}{2g} = \lambda \left( \frac{\ell}{d} + \sum n \right) \frac{\omega^2}{2g} \quad (3.106)$$

Числові значення коефіцієнта  $n$  наведені в довідковій літературі.

### 3.12 Розрахунок трубопроводів

Невід'ємною складовою частиною практично всіх хімічних підприємств є транспортування рідин та газів, необхідних для забезпечення нормальної роботи установок, цехів і підприємств в цілому. Тому довжина виробничих трубопроводів достатньо велика, і відповідно, великі витрати коштів на їх виготовлення та експлуатацію. Оскільки при проектних розрахунках довжина трубопроводу відома, то основною метою його розрахунку є визначення діаметра і витрат енергії на транспортування.

Вихідними для розрахунку трубопроводу є рівняння суцільності потоку (3.24), рівняння для визначення втрат напору на тертя і місцевих опорів (3.103) або (3.104), а також рівняння Бернуллі (3.66).

При відомій витраті рідини  $Q$  діаметр трубопроводу однозначно залежить від середньої швидкості рідини:

$$Q = \omega \cdot S = \omega \cdot \frac{\pi d^2}{4},$$

звідки:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \omega}}. \quad (3.107)$$

Таким чином, єдиною змінною величиною, від якої залежить діаметр трубопроводу, є середня швидкість рідини  $\omega$ . Із зростанням швидкості діаметр трубопроводу зменшується і, відповідно, зменшується вартість за рахунок зниження витрат на виготовлення трубопроводу, його монтаж та ремонт.

Але при цьому, згідно з рівнянням (3.106) збільшуються втрати напору і, відповідно – витрати енергії на транспортування рідини. Тому вибір діаметра трубопроводу визначають на основі техніко-економічного розрахунку.

При проектуванні цехових та заводських трубопроводів користуються встановленими багатолітньою практикою значеннями, середньої швидкості рідин та газів. Ці дані наведені в довідковій літературі.

Основним параметром при виборі швидкості є густина. За нормальних умов густини рідин на три порядки вищі, ніж густини газів. Наприклад, при температурі 20<sup>0</sup>С густина води становить 1000 кг/м<sup>3</sup>, густина повітря 1,2 кг/м<sup>3</sup>. Якщо прийняти рекомендовані практикою значення швидкостей – для води  $w_p=1$  м/с і для повітря  $w_r=30$  м/с, то втрати тиску у обох випадках будуть:

$$\Delta p_{ув} = \rho_p \frac{\omega_p^2}{2} = \frac{1000 \cdot 1^2}{2} = 500 \text{ Па.}$$

$$\Delta p_{ув} = \rho_z \frac{w_z^2}{2} = \frac{1,2 \cdot 30^2}{2} = 540 \text{ Па.}$$

Тобто втрати швидкісного напору для рідини і газу можна порівняти.

Трубопроводи бувають простими і складними.

Простим називається трубопровід, який не має відгалужень і в якому витрата рідини постійна по всій його довжині.

Під складним трубопроводом розуміють систему трубопроводів, які мають відгалуження, паралельні або кільцеві ділянки, змінну витрату рідини тощо.

При послідовному з'єднанні трубопроводів різного діаметра виходять з того, що повна втрата напору в трубопроводі дорівнює сумі втрат напорів на окремих його ділянках ( $h_{em} = h_{em1} + h_{em2} + \dots + h_{em.n}$ ). Розрахунок таких трубопроводів доцільно виконувати графіко-аналітичним способом з використанням експериментальних графіків залежності втрат напору від витрати рідини.

### 3.13. Неусталений рух рідини в трубопроводах. Гідравлічний удар

Рівняння Бернуллі для напірного неусталеного руху в циліндричній трубі має вигляд:

$$\frac{\omega_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\omega_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_{em} + h_{in}. \quad (3.108)$$

де  $h_{вт}$  – втрата напору, яка визначається за формулою (3.103);

$h_{in}$  – інерційний напір, який для труби постійного перерізу обчислюється за формулою:

$$h_{in} = \frac{\ell}{d} \cdot \frac{d\omega}{d\tau}, \quad (3.109)$$

де  $\ell$  - довжина ділянки труби між перерізами 1-1 та 2-2;

$\frac{d\omega}{d\tau}$  - прискорення рідини в трубі.

Витрата рідини в даний момент часу при напірному неусталеному її русі однакова для всіх перерізів потоку.

Гідравлічним ударом називається коливальний процес, що складається із раптового підвищення та раптового зменшення тисків, які чергуються і обумовлені миттєвою зміною швидкості рідини. Він може виникати при швидкому закритті засувки, раптовій зупинці насоса тощо

Розрізняють прямий та непрямий гідравлічний удар.

Прямий гідравлічний удар має місце тоді, коли час закриття засувки  $\tau_3$  менше тривалості фази гідравлічного удару  $\tau_\phi$ , тобто:

$$\tau_3 < \tau_\phi = \frac{2\ell}{C}, \quad (3.110)$$

де  $\ell$  - довжина трубопроводу, м;

$C$  – швидкість розповсюдження ударної хвилі, м/с.

Ця швидкість визначається за формулою:

$$C = \sqrt{\frac{E_p}{\rho \left( 1 + \frac{E_p \cdot d}{E \cdot \delta} \right)}}, \quad (3.111)$$

де  $E_p$  і  $E$  – відповідно модулі пружності рідини та матеріалу стінки трубопроводу, Па;

$\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$d$  - внутрішній діаметр трубопроводу, м;

$\delta$  - товщина стінок трубопроводу, м.

Якщо  $\tau_3 > \tau_\phi$ , то виникає непрямий гідравлічний удар. Зростання тиску при непрямому гідравлічному ударі визначається за формулою Жуковського:

$$\Delta p_{yo} = \rho \omega_0 \cdot C, \quad (3.112)$$

де  $\omega_0$  – швидкість руху рідини в трубопроводі до гідравлічного удару, м/с, інші позначення такі ж самі, як і у формулі (3.111).

При непрямому гідравлічному ударі підвищення тиску буде меншим:

$$\Delta p_{y\partial} = \Delta p_{y\partial} \cdot \frac{\tau_{\phi}}{\tau_3}. \quad (3.113)$$

### 3.14 Витікання рідини через отвори і насадки

У практиці хімічних виробництв дуже часто виникають питання, пов'язані з витіканням рідини із посудини, наприклад, спорожнення реакторів після проведення хімічної реакції, спорожнення напірних башт водопостачання, забезпечення постійної витрати рідини, тощо.

Візьмемо, наприклад, реактор періодичної дії, цикл якого складається із: завантаження реагентів в реактор, проведення реакції, розвантаження реактора. Час повного циклу реактора буде повною сумою складових окремих операцій, у даному випадку:

$$\tau = \tau_3 + \tau_p + \tau_e \quad (3.114)$$

де  $\tau_3, \tau_p, \tau_e$  - відповідно тривалість завантаження, хімічної реакції і розвантаження.

Отже, продуктивність апарата буде залежати від швидкості проведення кожної із цих операцій. Тому необхідно вміти розраховувати кожен з цих операцій. Питання про витікання рідини із резервуара через отвори у його дні та бокових стінках розглядається в гідравліці. При цьому вводиться поняття малих та великих отворів, а також насадок.

Малим називають отвір, розміри якого малі у порівнянні з напором. І, навпаки, якщо розміри отвору та напору одного порядку, то такий отвір називається великим.

Насадки – це короткі патрубки, довжина яких дорівнює 3-4 діаметрам, приставленим до отворів для збільшення витрати. Насадки бувають циліндричними, конічними та інших форм.

Рідина може витікати з резервуара при збереженні постійного її рівня та при змінному рівні.

Розглянемо випадки витікання рідини через отвори та насадки при змінному напорі.

Практичний інтерес являє визначення часу витікання рідини з резервуара при відсутності її притоку.

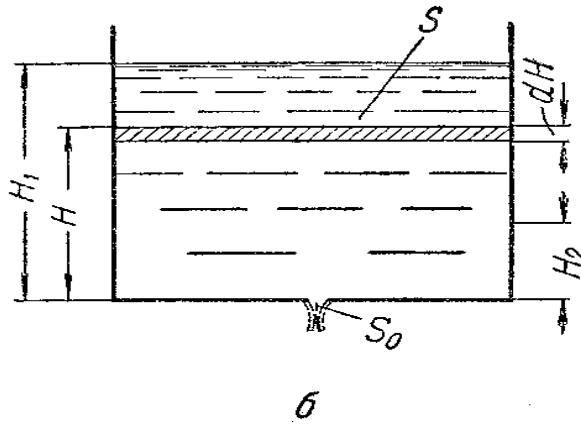


Рис. 3.16. Витікання рідини з резервуара при змінному напорі

Нехай рідина витікає з циліндричної посудини, площа поперечного перерізу якої  $S$ , через отвір у дні площею  $S_0$ . Початковий напір рідини в посудині  $H_1$ , кінцевий –  $H_2$ ,  $h$  – деякий проміжний напір (рис. 3.16).

За нескінченно малий проміжок часу  $d\tau$  рівень рідини у резервуарі зменшиться на величину  $dh$ . Об'єм рідини, яка витікає з посудини через отвір у її дні, можна визначити двома способами:

$$dV = Q \cdot d\tau = \alpha \cdot S_0 \sqrt{2hg} \cdot d\tau, \quad (3.115)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт витрати;

$$dV = -S \cdot dh. \quad (3.116)$$

Знак мінус у рівнянні (3.116) враховує зниження напору ( $dh < 0$ ).

Порівнявши праві частини (3.115) та (3.116), одержимо:

$$d\tau = -\frac{S}{\alpha S_0 \sqrt{2gh}} \cdot dh. \quad (3.117)$$

Час, за який напір зменшиться від  $H_1$  до  $H_2$ :

$$\tau = -\frac{2S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} h^{1/2} \cdot dh = \frac{2S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}). \quad (3.118)$$

Час повного спорожнення резервуара визначимо, прийнявши  $H_2=0$  і  $S = const$ .

$$\tau = \frac{2S \cdot \sqrt{H_1}}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} = \frac{2S \cdot H_1}{\alpha S_0 \sqrt{2gH_1}} = \frac{2V_1}{Q_1}, \quad (3.119)$$

де  $V_1 = S \cdot H_1$  - початковий об'єм рідини,  $m^3$ ;

$Q = \alpha \cdot S_0 \sqrt{2gH_1}$  - початкова витрата рідини через отвір,  $m^3/c$ .

Розглянемо тепер випадок витікання рідини крізь отвір у дні посудини при постійному рівні (рис. 3.17).

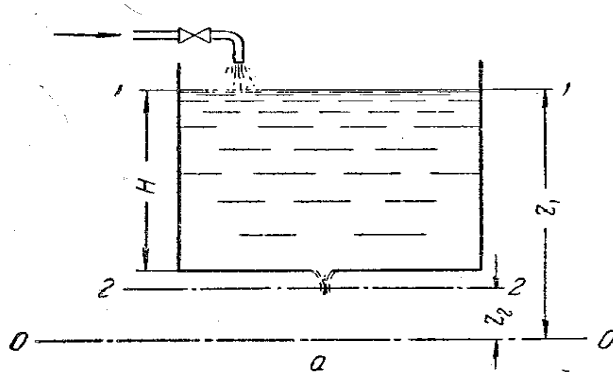


Рис. 3.17 Витікання рідини з резервуара при постійному рівні

Запишемо рівняння Бернуллі для двох перерізів 1-1 та 0-0, причому переріз 0-0 проходить крізь саме вузьке місце перерізу струменя, що витікає із резервуара. Вважаючи, що рідина ідеальна, можна записати:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\omega_1^2}{2g} = z_0 + \frac{P_0}{\rho g} + \frac{\omega_0^2}{2g}. \quad (3.120)$$

При постійному рівні рідини в посудині  $\omega_1 = 0$ , тоді рівняння (3.120) приймає вигляд:

$$z_1 - z_0 + \frac{P_1 - P_0}{\rho g} = \frac{\omega_0^2}{2g}. \quad (3.121)$$

Звідси знайдемо:

$$\omega_0 = \sqrt{2g \left[ (z_1 - z_0) + \frac{P_1 - P_0}{\rho g} \right]}. \quad (3.122)$$

Для відкритої посудини  $P_1 = P_0$  і  $z_1 - z_0 = H$ , тоді:

$$\omega_0 = \sqrt{2gH}, \quad (3.123)$$

а витрата рідини:

$$Q = S \cdot \omega_0 = S \sqrt{2gH}. \quad (3.124)$$

Практично кількість витікаючої рідини менша, ніж розрахована за цією формулою, внаслідок стиснення струменя рідини в отворі і тертя реальної рідини при проходженні через отвір.

Фактична швидкість витікання рідини з отвору з урахуванням втрати напору обчислюється за такою формулою:

$$\omega_0 = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (3.125)$$

де  $\varphi$  - коефіцієнт швидкості, що враховує втрати напору за рахунок стиснення і тертя. Дослідні дані показують, що  $\varphi = 0,96 \div 0,99$ .

Щоб врахувати стискання струменя, вводять коефіцієнт  $\varepsilon$  - відношення площі перерізу найвузьчого місця струменя  $S$  до площі отвору  $S_0$ , тобто



$$\varepsilon = \frac{S}{S_0} \quad (3.126)$$

з урахуванням (3.126), формула (3.125) приймає вигляд:

$$\omega = \varepsilon \omega_0 = \varepsilon \varphi \sqrt{2gH} = \alpha \sqrt{2gH}, \quad (3.127)$$

де  $\alpha = \varepsilon \varphi$  - коефіцієнт витрати, який залежить від числа Рейнольдса та форми і конфігурації отвору або насадки.

Дослідні дані для коефіцієнтів  $\alpha$ ,  $\varphi$  та  $\varepsilon$  наведені у довідковій літературі.

## ГІДРОМЕХАНІЧНІ ПРОЦЕСИ

В хімічних та нафтохімічних виробництвах відбуваються процеси, які приводять до утворення неоднорідних сумішей, які потім підлягають розділенню.

Під неоднорідними розуміють системи, які складаються із двох або декількох фаз.

В залежності від фізичного складу фаз розрізняють такі неоднорідні системи: суспензії, емульсії, піни, пил, дими та тумани.

*Суспензія* – це неоднорідна система, яка складається із рідини і зважених в ній твердих часток. В залежності від їх розмірів, такі системи умовно можуть бути поділені на чотири групи:

система	розмір твердих часток, мкм
грубі суспензії	> 100
тонкі суспензії	0,5 – 100
муті	0,1 – 0,5
колоїдні розчини	< 0,1

Межа між суспензіями та колоїдними розчинами може бути охарактеризована появою броунівського руху твердих часток, які не здатні осідати під дією сил тяжіння.

*Емульсії* – це системи, які складаються із рідини і розподілених в ній краплин другої рідини, яка не змішується з першою і можуть розшаровуватися під дією сил тяжіння. Але при досить незначних розмірах краплин (0,4-0,5 мкм) емульсії стають стійкими і не розшаровуються тривалий час.

*Піна* – система, яка складається із рідини і розподілених в ній бульбашків газу. Ця газо-рідина система по своїм властивостям близька до емульсій.

*Пил та дими* – це система, яка складається із газу і розподілених в ньому часток твердої речовини. Пил утворюється при механічному розподілі часток в газі (помелі, змішуванні, подрібненні, транспортуванні твердих матеріалів). Розмір часток пилу складає 3-70 мкм.

Дими утворюються при конденсації парів або газів при переході їх в рідкий або твердий стан з розміром часток 0,3-0,5 мкм. При утворенні дрібних часток із рідкої фази таких же розмірів (0,3-0,5 мкм) виникають системи, які називаються туманами. Такі системи утворюються при взаємодії газів з утворенням твердих або рідких речовин. Пил, дими та тумани являють собою аеродисперсні системи або аерозолі і відрізняються розмірами зважених частинок.

Вибір методу розділення неоднорідних систем залежить головним чином від розмірів зважених часток матеріалу.

Застосовують такі способи розділення: осідання, фільтрування, центрифугування, мокре розділення.

Ці методи лежать в основі гідромеханічних процесів розділення неоднорідних систем.

*Осідання* являє собою процес розділення, при якому зважені в рідині або газі тверді або рідкі частки відділяються від суцільної фази під дією сил тяжіння, сил інерції ( в тому числі відцентрових) або електростатичних сил. Осідання під дією сил тяжіння називається відстоюванням і застосовується для попереднього, грубого розділення.

*Фільтрування* – процес розділення з допомогою пористої перегородки, яка здатна пропускати рідину або газ і затримувати зважені в середовищі тверді частинки. Здійснюється під дією сил тиску чи відцентрових сил і застосовується для більш тонкого розділення суспензій та пилу, ніж осідання.

*Центрифугування* – процес розділення суспензій і емульсій в полі відцентрових сил. Під дією цих сил осідання співпадає з ущільненням утвореного осаду.

*Мокре розділення* – процес уловлювання зважених в газі часток будь-якою рідиною. Воно протікає під дією сил тяжіння або сил інерції і застосовується для очистки газів і розділення суспензій.

## 4 РОЗДІЛЕННЯ РІДИННИХ НЕОДНОРІДНИХ СИСТЕМ

### 4.1 Матеріальний баланс розділення

Нехай розділяється система, яка складається із речовини *a* (суцільна фаза) і зважених в ній часток речовини *b* (дисперсна фаза). Позначимо  $G_{cm}$ ,  $G_{ocb}$ ,  $G_{oc}$  – кількість початкової суміші, освітленої рідини і осаду (масові долі).

Без врахування втрат компонентів, рівняння матеріального балансу має вигляд:

$$G_{cm} = G_{ocb} + G_{oc} \text{ – по всій кількості речовини;} \quad (4.1)$$

по дисперсній фазі(речовині *b*):

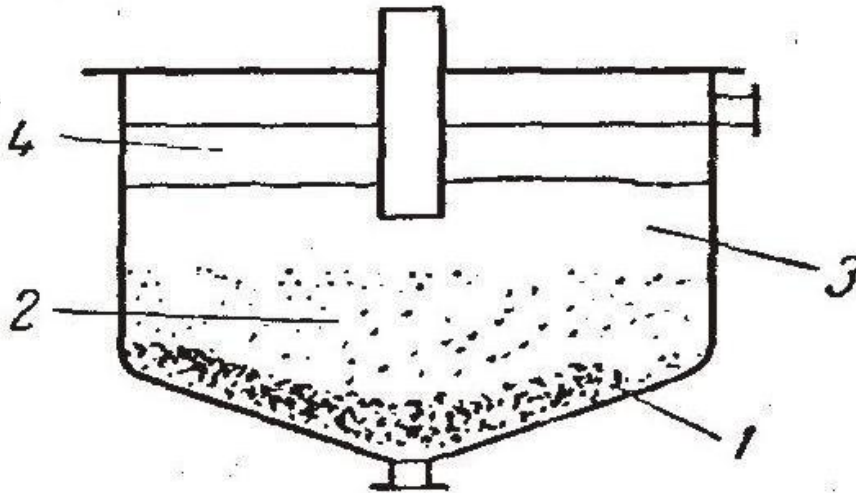
$$G_{cm} \cdot X_{cm} = G_{ocb} \cdot X_{ocb} + G_{oc} \cdot X_{oc} \quad (4.2)$$

Спільне рішення рівнянь дозволяє знайти кількість освітленої рідини  $G_{ocb}$  або кількість осаду  $G_{oc}$ :

$$G_{ocb} = G_{cm} \frac{X_{cm} - X_{oc}}{X_{ocb} - X_{oc}} \quad (4.3)$$

### 4.1.2 Швидкість осідання

При відстоюванні неоднорідних систем спостерігається поступове збільшення концентрації диспергованих часток в апараті зверху до низу (рис. 4.1).



1 – шар осаду (шламу); 2 – зона згущеної суспензії;  
3 - зона вільного осідання; 4 – освітлена рідина.

Рисунок 4.1 – Схема процесу відстоювання

Над осадом утворюється зона згущеної суспензії 2, в якій протікає стиснене або утруднене осідання часток матеріалу, яке супроводжується тертям і зіткненням між ними. При цьому більш менші частки гальмують рух більш крупних, а частки більших розмірів захоплюють за собою мілкі, пришвидшуючи їх рух. В результаті спостерігається зближення швидкості осідання часток різних розмірів, яке називається колективним або солідарним. Поступове ущільнення осаду зумовлене зменшенням швидкості часток при їх наближенні до дна. Уповільнення пояснюється гальмівною дією витісненої осадом рідини яка рухається від дна в протилежному напрямі.

Швидкість утрудненого осідання менша від вільного. Це пояснюється тим, що частки долають не тільки опір середовища, а і додатковий опір, зумовлені силами тертя та стиканням між ними. Збільшення опору середовища зв'язано з динамічною дією на нього всієї маси осідаючих часток, що приводить до виникнення зустрічних потоків, а також із збільшенням в'язкості середовища.

Сила, яка діє на кулеподібну частку діаметром  $d_c$ , дорівнює різниці між її вагою та виштовхуючою архімедовою силою:

$$G = \frac{\pi d_c^3}{6} \cdot g(\rho_c - \rho), \quad (4.5)$$

де  $\rho_c, \rho$  – густина часток та середовища.

Сила опору середовища:

$$R = \xi \cdot f_c \cdot \frac{\rho \omega_{oc}^2}{2} = \xi \cdot \frac{\pi d_c r^2}{4} \cdot \frac{\rho \cdot \omega_{oc}^2}{2}, \quad (4.6)$$

де  $\xi$  – коефіцієнт опору середовища;

$f_c$  – площа перерізу частини;

$\omega_{oc}$  – швидкість осідання.

Із умови рівності цих сил, швидкість осідання складає:

$$\omega_{oc} = \sqrt{\frac{4gd_c(\rho_c - \rho)}{3 \cdot \xi \cdot \rho}}. \quad (4.7)$$

Коефіцієнт опору залежить від режиму осідання часток.

Ламінарний режим (область дії закону Стокса) приблизно при  $Re < 2$ :

$$\xi = \frac{24}{Re}. \quad (4.8)$$

Перехідний режим при  $Re = 2 \div 500$ .

$$\xi = \frac{185}{Re^{0.6}}. \quad (4.9)$$

Автомодельний режим (область дії квадратичного закону Ньютона) при  $2 \cdot 10^5 < Re < 500$ .

$$\xi = 0.44 \cos.$$

Після підстановки в рівняння (4.6) сила опору складе:

$R \approx \omega$  - при ламінарному режимі;

$R \approx \omega^{1.4}$  - при перехідному режимі;

$R \approx \omega^2$  – при автоматичному режимі.

Для того, щоб знайти швидкість осідання, по приведеним формулам, необхідно знати режим осідання. Тому розрахунок швидкості осідання по

приведеним рівнянням можливий методом послідовних приближень, що є досить складною операцією.

В практичних розрахунках при відомому ламінарному режимі осідання, коли визначальні критерії мають такі значення:

Архімеда  $Ar < 3,6$ ;

Ляшенко  $Ly < 2 \cdot 10^{-3}$ ;

Рейнольдса  $Re < 0,2$ .

Стоксом теоретично була отримана формула для швидкості осідання кулеподібної частки:

$$\omega_{uc} = \frac{d_q^2 (\rho_q - \rho) \cdot g}{18 \cdot \mu} . \quad (4.10)$$

Для осідання часток в газовому середовищі формула спрощується:

$$\omega_{uc} = \frac{d_q^3 \cdot \rho \cdot g}{18 \cdot \mu} , \quad (4.11)$$

де  $\mu$ - в'язкість середовища.

Швидкість осідання при будь-якому режимові розраховують таким чином, знаходять критерій Архімеда:

$$Ar = \frac{d_q^2 (\rho_q - \rho) \cdot g}{\mu^2} , \quad (4.12)$$

або при осідання в газовій фазі:

$$Ar = \frac{d_q^2 \cdot \rho_q \cdot \rho_c \cdot g}{\mu^2} . \quad (4.13)$$

По знайденому значенні критерію  $Ar$  знаходять критерій  $Re$  або  $Ly$  (критерій Ляшенко) з допомогою графіка рис. 3.1. [2], з яких отримують швидкість осідання:

$$Ly = \frac{\omega_{oc}^3 \cdot \rho}{\mu (\rho_q - \rho) \cdot g} , \quad (4.14)$$

$$Re = \frac{\omega_{oc} \cdot \mu}{\rho \cdot d_q} . \quad (4.15)$$

Для часток неправильної форми замість діаметру  $d_q$  підставляють еквівалентний діаметр  $d_e$ .

Швидкість осідання в практичних розрахунках знаходять в залежності від об'ємної долі рідини в суспензії:

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_p + V_c}, \quad (4.16)$$

де  $V_p$  і  $V_c$  – об'єм рідини і часток.

При  $\varepsilon > 0,7$ , 
$$\omega_{\text{ф}} = \omega_c \cdot \varphi \quad (4.17)$$

$\varepsilon < 0,7$ , 
$$\omega_{\text{ф}} = \frac{0,2 \varepsilon^3}{\varepsilon - 0,7} \cdot \omega_c \quad (4.18)$$

При осідання часток форма яких відрізняється від кулеподібної, отриману швидкість помножують на коефіцієнт форми:  $\omega_{\text{ф}} = \omega_c \cdot \varphi$ .

Коефіцієнт форми  $\varphi$  знаходять дослідним шляхом. Так, наприклад, для продовгуватих часток -  $\varphi = 0,58$ ; пластинчастих -  $\varphi = 0,43$ , округлої форми -  $\varphi = 0,77$ .

### 4.1.3 Відстійники

Відстоювання з найбільш дешевим процесом, ніж інші процеси розділення неоднорідних систем. Крім того, такі процеси як, наприклад, фільтрування значно прискорюються при попередньому згущенні суспензії. Тому нерідко відстоювання використовують в якості первинного процесу розділення, намагаючись видалити найбільш можливі кількість твердої фази із суспензії.

Відстоювання проводять в апаратах, які називаються відстійниками. Відстійники, які використовують для згущення суспензії, називаються згущувачами. Розрізняють апарати безперервної, періодичної і напівперіодичної дії.

Періодично діючі відстійники являють собою басейни без перемішуючих пристроїв. Такий відстійник заповнюється суспензією, яка залишається в стані покою впродовж певного проміжку часу, необхідного для осідання твердих часток на дно басейну. Після цього освітлену рідину зливають через сифону трубку або кран, які розташовані вище рівня утвореного осаду або шламу, який вивантажують через верх апарату або видаляють через нижній спусковий кран.

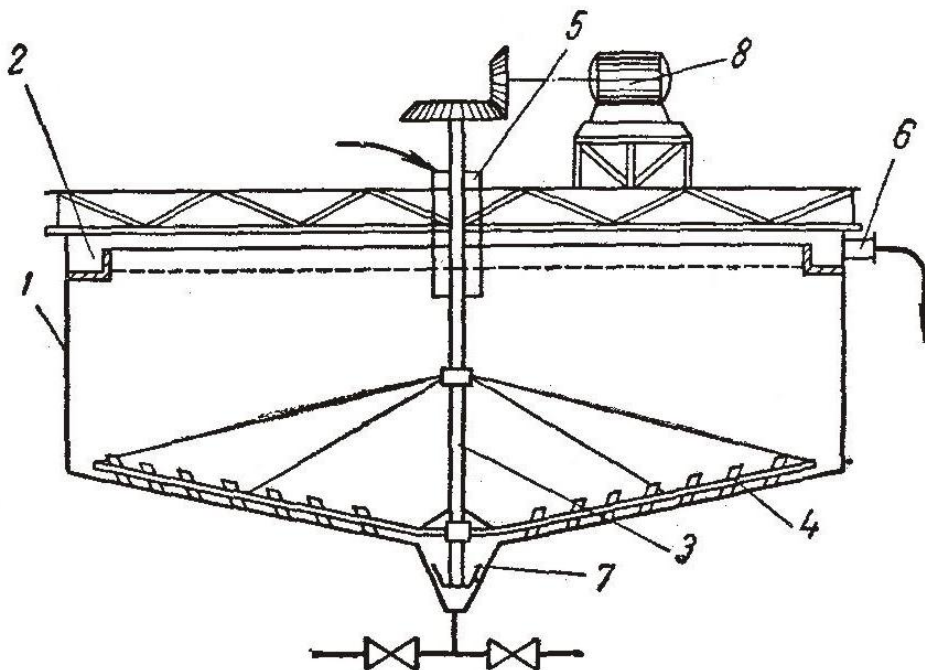
Розміри і форма апарату залежать від концентрації твердої фази та розмірів її часток. Чим більші розміри часток і більша їх густина, тим менший діаметр апарату або басейну. Швидкість осідання часток суттєво залежить від температури, із зміною якої змінюється в'язкість рідини.

Для відстоювання невеликої кількості суспензії використовують вертикальні циліндричні апарати з конічним днищем. Для відстоювання значної

кількості рідини, наприклад, стічних вод, використовують бетонні басейни або декілька послідовно сполучених резервуарів, які працюють напівбезперервним способом: рідина подається безперервно, а осад видаляється періодично.

На рис. 4.2 показаний відстійник безперервної дії з грибковою мішалкою. Він являє собою невисокий циліндричний апарат 1 з конічним днищем і внутрішнім кільцевим жолобом. По центру апарату встановлена мішалка 3 з похилими лопатями, до яких прикріплені гребки 4 для безперервного переміщення осаду до розвантажувального отвору 7. Мішалка крутиться досить повільно зі швидкістю 0,015 до 0,5 об/хв., що дозволяє не порушувати режими осідання. Суспензія безперервно подається через трубу 5 в середню частину резервуару, а освітлена рідина переливається в кільцевий жолоб 2 і видаляється через штуцер 6.

Осад або шлам – текуча згущена суспензія з концентрацією твердої фази не більше 35-55%, видаляється із резервуару через розвантажувальний пристрій 7. Вал мішалки приводиться в рух з допомогою електродвигуна 8 через редуктор.



- 1- корпус; 2 - кільцевий жолоб; 3 – мішалка; 4 – лопаті з грибками;  
5 – труба для подачі суспензії; 6 – штуцер виходу освітленої рідини;  
7 – розвантажувальний отвір для шламу; 8 - електродвигун

Рисунок 4.2 – Відстійник безперервної дії з грибковою мішалкою

Грибкові відстійники мають такі переваги: висока продуктивність – до 3000 т/год; рівномірна густина шламу; ефективне обезводнення осаду внаслідок взболтування його мішалкою; можливість регулювання продуктивності; автоматизація роботи апарату.



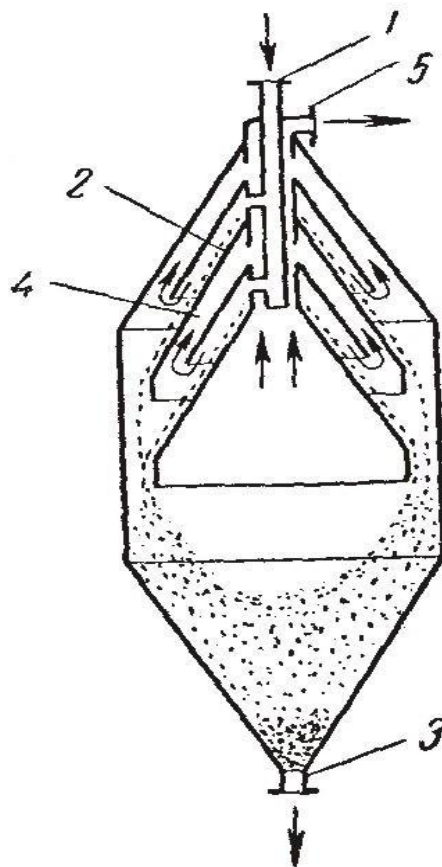
До недоліків слід віднести їх громіздкість, так як їх діаметр становить від 1,8 до 30 м, а для очистки води навіть 100 м.

При необхідності встановлення ряду відстійників значних діаметрів вони займають велику площу. З метою зменшення цієї площі застосовують багатоярусні відстійники, які складаються з декількох апаратів встановлених один на одного.

Ще більшу поверхню осідання мають відстійники безперервної дії з конічними полицями рис. 4.3.

Суспензія подається через штуцер 1 і розподіляється по каналам між конічними полицями 2, на поверхні яких осідають тверді частки.

По похилій поверхні полок частки ті, що осіли, сповзають вниз до штуцеру 3, через який видаляється шлам. Освітлена рідина відводиться по каналам 4 через штуцер 5. Перевагами відстійників цього типу є відсутність рухомих частин і простота обслуговування.



1-штуцер подачі суспензії; 2 – конічні полиці; 3 – штуцер відводу шламу; 4 - канали; 5 - штуцер виводу освітленої рідини

Рисунок 4.3 – Відстійник безперервної дії з конічними полицями

#### 4.1.4 Розрахунок відстійників

Відстійники проектуються в розрахунку на осідання самих мілких часток, які знаходяться в суспензії.

Нехай за час  $\tau$  суспензія розділяється на осад і освітлену рідину висотою  $h$ . При поверхні осідання  $F$ , об'єм освітленої рідини  $V_{осв}$  виразиться рівнянням:

$$V_{осв} = \frac{h \cdot F}{\tau}. \quad (4.21)$$

За той же час частки осідають із швидкістю  $\omega$ , повинні пройти шлях  $h$ :

$$h = \omega \cdot \tau. \quad (4.22)$$

Підставивши в перше рівняння, отримаємо:

$$V_{осв} = \frac{\omega \cdot \tau \cdot F}{\tau} = \omega \cdot F. \quad (4.23)$$

Із рівняння видно, що продуктивність відстійника не залежить від його висоти, а тільки від швидкості та поверхні осідання. Тому відстійники мають значну поверхню осідання при невеликій висоті, яка не перевищує 1,8÷4,5 м.

Необхідна поверхня осідання:

$$F = \frac{V_{осв}}{\omega}. \quad (4.24)$$

Об'єм освітленої рідини при її густині  $\rho_{осв}$  складає:

$$V_{осв} = \frac{G_{осв}}{\rho_{осв}}, \quad (4.25)$$

де  $G_{осв}$  – маса освітленої рідини.

Тоді

$$F = \frac{G_{осв}}{\rho_{осв} \cdot \omega}. \quad (4.26)$$

В приведених рівняннях не враховувалась нерівномірність руху, рідини по всій площі відстійника – від точки входу до переливного пристрою. Крім того, припускалось, що в апараті відсутні відстійні зони і не виникає вихроутворення, визваного нерівномірністю осідання. По мірі руху через зони осідання вміст

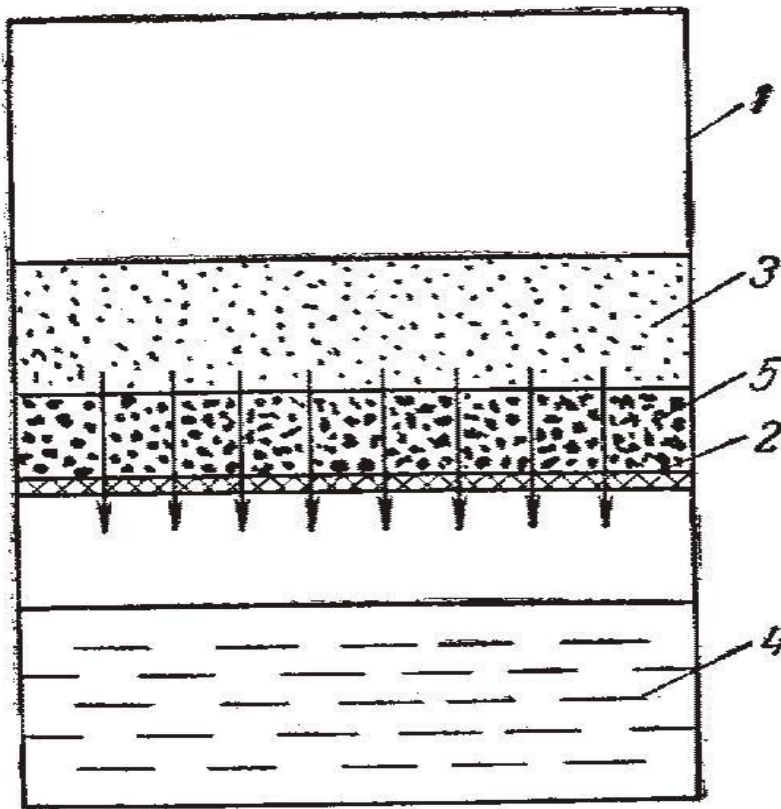
зважених часток збільшується і швидкість відстоювання зменшується. Врахувати всі ці фактори в розрахунках неможливо, тому одержану по (4.26) поверхню збільшують орієнтовано на 30-35%.

## 4.2 ФІЛЬТРУВАННЯ

Основною перевагою процесу фільтрування в порівнянні з відстоюванням є те, що за його допомогою можна повністю видалити тверду фазу із суспензії або газової неоднорідної суміші.

Найпростіший фільтр (рис. 4.4) складається із посудини, розділеної на дві частини фільтрувальною перегородкою. Суспензію подають таким чином, щоб вона дотикалась до фільтрувальної перегородки, по обидва боки якої створюють різницю тисків. Внаслідок цього рідина проходить через пори перегородки, а тверді частки затримуються на її поверхні. Таким чином, суспензія розділяється на чистий фільтрат і вологий осад. такий процес розділення суспензії називається *фільтруванням з утворенням осаду*. Іноді тверді частки проникають у пори фільтрувальної перегородки і затримуються в ній, не утворюючи осаду. Такий процес називають *фільтруванням із закупоркою пор*. Найбільш сприятливим є фільтрування з утворенням осаду, коли закупорювання пор перегородки твердими частками майже не виникає. Такий вид фільтрування спостерігається при досить високій концентрації твердої фази в суспензії (більше 1% об.). При вказаній концентрації над входами в пори утворюються сходи із твердих часток, які пропускають рідину і затримують тверду фазу. При розділенні суспензії з невисокою концентрацією твердої фази в межах 0,1 ÷ 1% об її попередньо згущують у відстійниках.

Фільтрування із закупорюванням пор є небажаним, так як регенерація перегородки ускладнюється, а іноді стає неможливою. Такий вид фільтрування називають освітлення і орієнтовано можна прийняти, що воно можливе при концентрації твердих часток в суспензії менше 0,1% об.



1 – фільтр; 2- фільтрувальна перегородка;  
3 – суспензія; 4 – фільтрат; 5 - осад

Рисунок 4.4 – Схема процесу фільтрування

При розділенні суспензій з невеликою концентрацією дисперсної фази приміняють фільтрувальні допоміжні речовини, які перешкоджають проникненню твердих часток в пори фільтрувальної перегородки. Це тонко дисперсні або тонковолокнисті матеріали – діатоміт, азбест, целюлоза, активоване вугілля, деревні опилки які наносять шаром не більше 50 мм. Вони утворюють сходи над входами в пори фільтрувальної перегородки і запобігають закупорці пор.

Осади, отримані на фільтрувальній перегородці, діляться на стисливі і нестисливі. Під нестисливими розуміють такі осади в яких поруватість не зменшується при збільшенні різниці тисків. До них відносяться осади, які складаються з часток неорганічних речовин розміром більш 100 мкм, наприклад, піску, соди. Поруватість стисливого осаду зменшується, гідравлічний опір потоку рідинної фази збільшується при збільшенні різниці тисків. Це осади гідратів оксидів металів (алюмінію, заліза, міді), а також осади, які складаються із дрібних кристалів.

Практично під фільтруванням розуміють не тільки операцію розділення суспензії на фільтрат і осад, а послідовні операції – промивку, продувку та сушку осаду на фільтрі – це основні операції. Промивку проводять двома способами витіснення і розбавлення.

Спосіб витіснення застосовують для осадів, які легко промиваються і при якому промивну рідину заливають на поверхню осаду або подають в диспергованому виді із розподілених пристроїв.

Якщо осад промивається погано, то доцільно примінити спосіб розбавлення. Для цього осад знімають з фільтрувальної перегородки і перемішують в апараті з мішалкою, куди подають промивну рідину. Утворену суспензію знову розділяють на фільтрі. При одноразовій промивці об'єм промивної рідини в 1,5 - 2 рази перевищує об'єм рідинної фази, яка залишилась в порах осаду. При багаторазовій промивці свіжу промивну рідину подають на майже промитий осад, а найбільш концентровану на ще не промитий осад.

Продувку проводять з метою видалення із пор осаду промивної рідини, для чого використовують повітря або інертні гази ( азот, діоксид вуглецю), коли в осаді присутні речовини, які утворюють з повітрям вибухову суміш.

Сушку осаду на фільтрі нагрітим повітрям застосовують для одержання осаду з певною вологістю.

Допоміжні операції процесу фільтрування складають такі як підготовка фільтра, завантаження суспензії та видалення осаду.

#### 4.2.1 Швидкість фільтрування

Швидкість фільтрування пропорційна рушійній силі (різниці тисків) і обернено пропорційна опоріві. Внаслідок невеликої швидкості потоку рідини через пори, фільтрування протікає в ламінарній області. Як підтверджує досвід, при таких умовах швидкість фільтрування в кожний момент часу прямо пропорційна різниці тисків і обернено пропорційна в'язкості рідини і опорі осаду і фільтрованої перегородки, які змінюються в часі

Змінну швидкість фільтрування виражають в диференційній формі:

$$W = \frac{dv}{S \cdot d\tau} = \frac{\Delta P}{\mu(R_{oc} + R_{\phi n})}, \quad (4.27)$$

де  $V$  – об'єм фільтрату;

$S$  – поверхня фільтрування;

$\tau$  – тривалість фільтрування;

$\Delta P$  – різниця тисків;

$\mu$  – в'язкість рідинної фази суспензії;

$R_{oc}$  – опір шару осаду;

$R_{\phi n}$  – опір фільтрувальної перегородки

Якщо  $R_{\phi n}$  можна вважати постійним, то  $R_{oc}$  із збільшенням товщини шару осаду зростає від нуля до максимального значення в кінці процесу.

Для встановлення залежності між об'ємом отриманого фільтрату і опором осаду, позначимо відношення об'єму осаду до об'єму фільтрату  $V_{oc}/V=X_0$ . Тоді об'єм осаду складатиме:  $V_{oc} = X_0 \cdot V$ , з другого боку,  $V_{oc} = h_{oc} \cdot S$ , де  $h_{oc}$  – висота шару осаду.

Тому  $X_0 \cdot V = h_{oc} \cdot S$  і товщина шару осаду складатиме:

$$h_{oc} = \frac{X_0 \cdot V}{S} \tag{4.28}$$

Опір шару осаду можна виразити так:

$$R_{oc} = h_{oc} \cdot r_0 \tag{4.29}$$

де  $r_0$  – питомий опір шару осаду,  $m^2$ .

Із рівняння (4.29) витікає, що величина  $r_0$  характеризує опір, який створює потоку рідини рівномірним шаром осаду товщиною 1 м.

Підставивши значення  $R_{oc}$  в рівняння (4.27) отримаємо:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A \cdot \Delta P}{R_{oc} \cdot S} \tag{4.30}$$

#### 4.4.2 Види фільтрування

Різницю тисків по обидва боки фільтрувальної перегородки досягають різними способами, в результаті чого проводять різні способи фільтрування.

Коли в простір над суспензією подають стиснене повітря або простір під фільтрувальною перегородкою підключають до вакууму, то протікає процес фільтрування при постійній різниці тисків. При цьому швидкість процесу зменшується в зв'язку з збільшенням опору осаду, товщина якого зростає.

При постійному перепаді тисків  $\Delta P = \text{const}$  всі величини, які входять в рівняння (4.30) за винятком  $V$  і  $t$ , постійні. Після інтегрування його в межах від 0 до  $V$  і від 0 до  $t$ , отримаємо:

$$\frac{R_{oc} \cdot S}{A \cdot \Delta P} \cdot V = \tau \tag{4.31}$$

Рівняння (4.31) показує залежність тривалості фільтрування від об'єму фільтрату.

Різниця тисків складає: під вакуумом -  $5 \cdot 10^4$  Па; під дією стисненого повітря  $30 \cdot 10^4$  Па.

При  $\Delta P = \text{const}$  по мірі збільшення об'єму фільтрату, а також тривалості процесу, швидкість фільтрування зменшується. Рівняння справедливе для стисливих і нестисливих осадів.

Якщо суспензію подають на фільтр поршньовим насосом, продуктивність якого постійна, то процес фільтрування проходить при постійній швидкості. При цьому різниця тисків збільшується, так як зростає опір осаду.

Розв'язав рівняння (4.32) відносно  $\Delta P$ , знайдемо рівняння фільтрування при постійній швидкості:

$$\Delta P = \frac{V}{S \cdot \tau} \left( \frac{R_1}{K} + R_2 \right) \quad (4.32)$$

Якщо помножити і поділити перший доданок правої частини рівняння на  $\tau$  і прийняти до уваги, що швидкість фільтрування складає  $W = \frac{V}{S \cdot \tau}$ , отримаємо:

$$\Delta P = W \left( \frac{R_1}{K} + R_2 \right) \quad (4.33)$$

Як бачимо, при  $W = \text{const}$ , різниця тисків  $\Delta P$  росте при збільшенні часу фільтрування і складає до  $5 \cdot 10^4$  Па.

Якщо суспензію транспортують на фільтр відцентровим насосом, продуктивність якого зменшується при збільшенні опору осаду і приводить до росту різниці тисків. При таких умовах процес протікає при постійній швидкості і різниці тисків. Для цього необхідно, щоб осад мав постійну товщину. Рівняння фільтрування при цьому має вигляд:

$$V = \frac{AS}{A_0 h_0 + R_2 \tau} \quad (4.34)$$

і виражає залежність об'єму фільтрату від тривалості процесу.

### 4.2.3 Устрій фільтрів

Однією із основних характеристик, по якій класифікуються фільтри – це періодичність або безперервність їх роботи. Для проведення процесу фільтрування з утворенням осаду застосовують як періодично так і безперервно діючі фільтри.

Процес фільтрування із закупорюванням пор використовують фільтри періодичної дії. Крім того, на фільтрах періодичної дії проводять будь-який

режим фільтрування, а на фільтрах безперервної дії лише режим фільтрування при постійній різниці тисків.

У виробництвах невеликої продуктивності рекомендують приміняти фільтри періодичної дії. У виробництвах з безперервним циклом роботи необхідні фільтри безперервної дії. По виду створення різниці тисків фільтри діляться на діючі під вакуумом і фільтри, діючі під надмірним тиском.

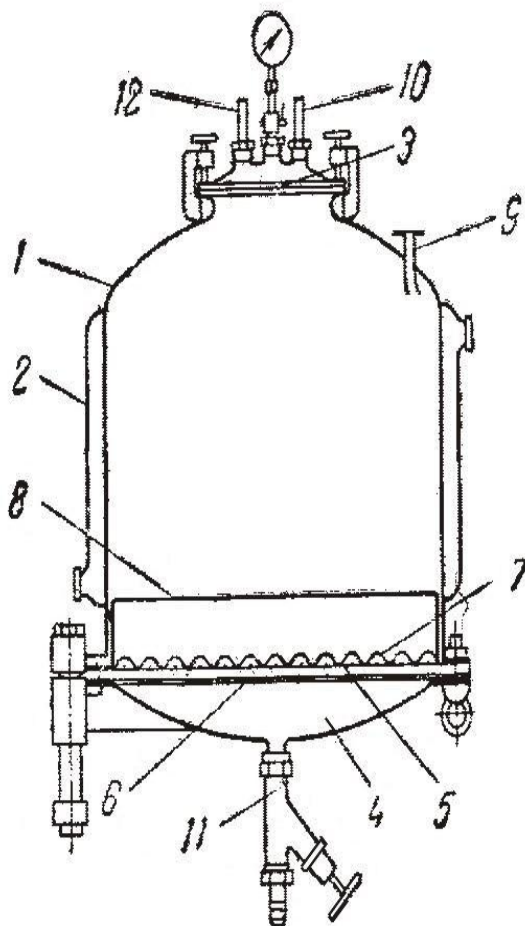
Прийнята також класифікація по взаємному напрямку сили тяжіння і руху фільтрату. У відповідності з цим, розрізняють фільтри з протилежним ( $180^0$ ), співпадаючим ( $0^0$ ) та перпендикулярним ( $90^0$ ) напрямком сили тяжіння та руху фільтрату.

Число конструкцій фільтрів дуже велике, тому ми розглянемо принципову конструкцію найбільш простого фільтрату періодичної дії – нутч-фільтрату, приведенного на рис. 4.5.

Нутч може працювати як під вакуумом так і під тиском і відноситься до фільтрів, у яких сила тяжіння і напрямок руху фільтрату співпадають. Фільтр складається із корпусу 1 з оболонкою 2, з'ємною кришкою і рухомого дна 4.

Фільтрувальна перегородка 5 розміщена на опорній перегородці 6, виготовлена з тканини або волокнистого матеріалу. В цьому випадку над перегородкою 5 розміщують сітку 7. Над фільтрувальною перегородкою знаходиться кільцева перегородка 8 висотою 150 мм, яка підтримує осад під час розвантаження. Обидві перегородки закріплені на дна нутча, яка для видалення осаду опускається на 200 мм і повертається на такий кут, щоб осад можна було зняти з перегородки вручну.





- 1 – корпус; 2- оболонка; 3 – з'ємна кришка; 4 – рухоме днище;  
 5 – фільтрувальна перегородка; 6 – опорна перегородка;  
 7 – захисна сітка; 8 – кільцева перегородка;  
 9 – штуцер подачі суспензії; 10 – штуцер подачі стисненого повітря;  
 11 – штуцер видалення фільтрату; 12 – запобіжний клапан

Рисунок 4.5 – Нутч-фільтр

Для подачі суспензії і стисненого повітря служать штуцери 9 і 10 для видалення фільтрату – штуцер 11.

Цикл роботи складається з таких операцій: наповнення нутча суспензією, розділення суспензії під дією стисненого повітря, видалення осаду з фільтрувальної перегородки та її регенерація. Діаметр нутча складає 1 м, місткість –  $0,5 \text{ м}^3$ , тиск повітря – до  $3 \text{ кг/см}^2$ .

Перевагою всіх нутчів є можливість рівномірної і повної промивки осаду. Основний недолік – відносно значна площа, яку вони займають в приміщенні і яка приходить на  $1 \text{ м}^2$  поверхні фільтрування.

#### 4.2.4 Розрахунок фільтрів

Враховуючи різноманітність конструкцій фільтрів, розрахунок їх досить складний. Крім того, на процес розділення суспензій впливає велика кількість різноманітних факторів, для спрощення розрахунку деякими з них знехтують.

До таких припущень відносять відсутність осідання твердих часток під дією сил тяжіння, опір фільтрувальної перегородки, зміну питомого опору осаду та інші.

Розрахунок фільтрів безперервної дії досить складний і зводиться до визначення швидкості переміщення фільтрувальної поверхні при заданій продуктивності.

Для фільтрів безперервної дії знаходять продуктивність одного фільтру із заданою або вибраною поверхнею фільтрування і необхідну кількість фільтрів для забезпечення загальної продуктивності.

Фільтри періодичної дії розраховують в такій послідовності:

1. Тривалість основних операцій без врахування промивки і продувки осаду складає:

$$\tau_{осн} = \tau_{доод} + 2 \sqrt{\frac{\mu \cdot R_{\phi n}^2}{2 \cdot \Delta P \cdot r_0 \cdot x_0}} \tau_{доод} \quad (4.35)$$

де  $\tau_{доод}$  – тривалість додаткових операцій.

2. При постійній різниці тисків при вибраному значенні  $S$ , знаходять об'єм фільтрату:

$$V^2 + \frac{R_{\phi n} \cdot S}{r_0 \cdot x_0} \cdot M = 2 \frac{\Delta P \cdot S^2}{\mu \cdot r_0 \cdot x_0} \tau_{осн} \quad (4.36)$$

3. Загальне число циклів роботи фільтру за добу:

$$n_{заг} = \frac{Q_{заг}}{V}, \quad (4.37)$$

де  $Q_{заг}$  – продуктивність установки по фільтрату, м<sup>3</sup>/добу.

4. Число циклів одного фільтру  $n_1$  за добу:

$$n_1 = \frac{2460}{\tau_{осн} + \tau_{доод}} \quad (4.38)$$

5. Необхідна кількість фільтрів:

$$N_{\phi} = \frac{n_{заг}}{n_1} \quad (4.39)$$

## 4.3 ЦЕНТРИФУГУВАННЯ

Під центрифугуванням розуміють процес розділення суспензій і емульсій в полі відцентрових сил з використанням суцільних або проникливих для рідини перегородок.

Центрифуга являє собою вертикальний циліндричний ротор із суцільними або перфорованими бічними стінками. Ротор закріплений на вертикальному валу, який приводиться в рух електродвигуном і поміщений в співвісний циліндричний нерухомий корпус, який закривається з'ємною кришкою. На внутрішній поверхні ротора з перфорованими стінками знаходиться фільтрувальна тканина або тонка металева сітка.

Під дією відцентрової сили суспензія розділяється на осад і рідку фазу, яку називають фугат. Осад залишається в роторі, а фугат виходить назовні.

У відстійних центрифугах із суцільними стінками суспензія розділяється по принципу відстоювання, причому для сил тяжіння замінюється відцентровою силою.

У фільтруючих центрифугах із проникливими стінками здійснюють процес розділення суспензій по принципу фільтрування, причому різницю тисків змінюють дією відцентрової сили.

Таким чином закономірності центрифугування подібні закономірностям відстоювання і фільтрування.

Розділення емульсій у відстійних центрифугах звичайно називають сепарацією, а самі пристрої – сепараторами. При розділенні суспензій у відстійних центрифугах розрізняють процеси відцентрового освітлення і відцентрового відстоювання. В першому випадку із рідини виділяються тверді домішки, які містяться в незначній кількості, наприклад, при освітленні лаків або машинних масел. В другому випадку розділяємо суспензія містить значну кількість твердої фази.

Розділення суспензій у фільтруючих центрифугах називають відцентровим фільтруванням. Процес складається з розділення суспензії, утворення осаду, його промивка і віджимання з метою зменшення вологості.

Процеси центрифугування проводять як безперервно так і періодично. В обох випадках процес включає закономірності фільтрування і відстоювання, тому надійні дані для розрахунку можна отримати на основі дослідів.

### 4.3.1 Відцентрова сила і фактор розділення

Конструкція центрифуги повинна забезпечувати високу швидкість розділення неоднорідних систем в полі відцентрових сил в порівнянні із швидкістю розділення цих систем у відстійниках і фільтрах. Це можна зробити порівнянням прискорення, яке діє на тіло у відцентровому і гравітаційному полі.

Величина відцентрової сили виражається рівнянням:

$$C = \frac{m \cdot \omega^2}{r} = \frac{G \cdot \omega^2}{g \cdot r}, \quad (4.40)$$

де  $C$  – відцентрова сила;

$m$  – маса тіла, яке обертається;

$G$  – вага тіла;

$\omega$  – колова швидкість;

$r$  – радіус обертання.

Колова швидкість обертання:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60}, \quad (4.41)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання;

$n$  – число оборотів.

Якщо співвіднести рівняння (4.1) та (4.2) отримаємо:

$$C = \frac{G}{g \cdot r} \left( \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot r \right)^2 \approx \frac{G \cdot r \cdot n}{900}. \quad (4.42)$$

Із виразу (4.3) слідує, що збільшення числа оборотів ротора значно більше впливає на зростання відцентрової сили, ніж збільшення діаметру ротора центрифуги.

Відношення відцентрового прискорення  $\omega^2/r$  до прискорення сили тяжіння  $g$  називають фактором розділення:

$$K_p = \frac{\omega^2}{g \cdot r} \quad (4.43)$$

Якщо прийняти  $G=1\text{Н}$  то із співвідношення (4.40, 4.41, 4.42) отримаємо:

$$K_p = \frac{r n^2}{900 C}. \quad (4.44)$$

Фактор розділення є важливою характеристикою центрифуг, так як при всіх рівних умовах, розділяючи дія центрифуги пропорційна величині  $K_p$ .

### 4.3.2 Процеси у відстійних центрифугах

Розділення суспензій у відстійних центрифугах складається із стадій осідання твердих часток на стінках ротора та ущільнення утвореного осаду. При незначній концентрації твердих часток у суспензії (не більше 4%) постерігається вільне падіння в роторі без утворення чіткої поверхні розділу між рідиною та осадом. При збільшенні концентрації утворюється чітка поверхня розділу внаслідок стисненого осідання твердих часток. Розподільна здатність відстійних центрифуг характеризується індексом продуктивності  $\Sigma$ :

$$\Sigma = F \cdot K_p \quad (4.45)$$

де  $F$  – поверхня осідання.

Індекс продуктивності  $\Sigma$  відображає вплив всіх конструктивних особливостей осаджувальної центрифуги, які впливають на її розподільну здатність.

Рівняння (4.45) справедливе для осідання часток суспензії при ламінарному режимі. Внаслідок значної величини відцентрової сили осідання часток в центрифугі може протікати в умовах перехідного і турбулентного режиму. При цьому індекс продуктивності складатиме:

$$\text{в перехідному режимі } \Sigma = F \cdot K_p^{0,715}, \quad (4.46)$$

$$\text{в турбулентному } \Sigma = F \cdot K_p^{0,5}. \quad (4.47)$$

Продуктивність відстійних центрифуг в дійсності занижена порівняно з розрахованою із-за відтавання швидкості обертання рідини від швидкості ротора, утворенням вихрових зон, нерівномірності течії рідини вздовж стінок ротора та інших. В зв'язку з цим вводять поняття коефіцієнту ефективності:

$$\xi_u = \frac{Q_d}{Q_m}, \quad (4.48)$$

де  $Q_d$  та  $Q_m$  – дійсна та теоретична продуктивність.

### 4.3.3 Процеси у фільтруючих центрифугах

Розділення суспензій у фільтруючих центрифугах складається із стадій утворення, ущільнення та механічної сушки осаду, а також можлива промивка осаду.

Процеси розділення суспензій на фільтрах та фільтруючих центрифугах значно відрізняються. Так як і для відстійних центрифуг, зростає відцентрова сила по радіусу ротора та площа поперечного перерізу кільцевого шару, що

становить неможливим примінити закономірності фільтрування до процесів у фільтруючих центрифугах.

На стадії утворення осаду слід враховувати значні зусилля, які діють на нього в полі відцентрових сил. В промислових центрифугах тиск в рідині досягає  $1,5 \cdot 10^6$  Па, що значно менше ніж у фільтрах ( $0,5 \cdot 10^6$  Па). Це приводить до того, що поруватість стисливих осадів при центрифугуванні значно зменшується, а їх гідравлічний опір зростає. В результаті швидкість фільтрування суттєво знижується і в окремих випадках застосування фільтруючої центрифуги може бути недоцільним. Тому на центрифугах не завжди можливо розділити суспензії, які дають значно стисливі осади.

Фільтруючі центрифуги також характеризуються індексом продуктивності та коефіцієнтом ефективності.

#### **4.3.4 Устрій центрифуг**

По величині фактора розділення умовно центрифуги поділяють на нормальні ( $K_p < 3500$ ) та надцентрифуги ( $K_p > 3500$ ).

Нормальні центрифуги застосовують для розділення суспензій за винятком суспензій з дуже малою концентрацією твердої фази, а також для видалення вологи із штучних матеріалів. Вони можуть бути відстійними і фільтруючими. Надцентрифуги застосовують для розділення емульсій та тонко дисперсних суспензій. Вони являються апаратами відстійного типу і діляться на трубчасті, які застосовують для розділення тонкодисперсних суспензій і сепаратори, які розділяють тільки емульсії.

Суттєвою ознакою типу центрифуг є спосіб вивантаження осаду – вручну, з допомогою ножів або скребків, шнеків, поршнів, за рахунок дії відцентрових сил та сили тяжіння.

По розміщенню осі обертання розрізняють вертикальні, похилі та горизонтальні центрифуги.

В залежності від організації процесу діляться на періодично і безперервно діючі.

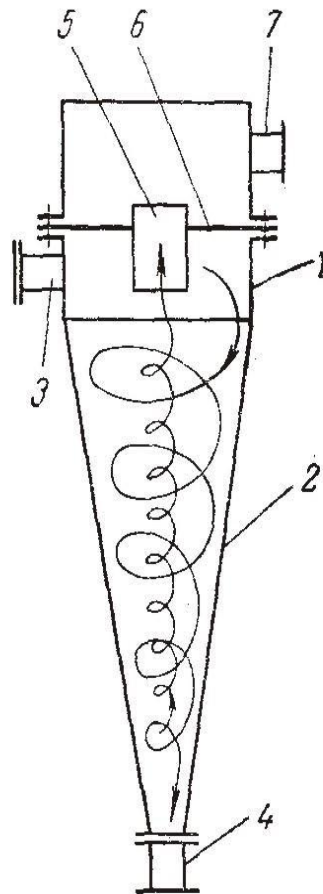
Конструкції і принцип дії деяких центрифуг вивчити самостійно.

Розрахунок центрифуг більш складний за рахунок відстійників і фільтрів, приймає багато спрощень, тому розглядати його недоцільно.

### **4.4 МОКРА ОЧИСТКА СУСПЕНЗІЙ**

Розділення рідинних неоднорідних систем під дією відцентрових сил можна проводити не тільки в центрифугах, а і в апаратах, які не мають деталей,

які рухаються або крутяться – гідроциклонах. Корпус гідроциклона складається із верхньої короткої циліндричної частини 1 і видовженого конічного днища 2. Суспензія подається тангенціально через штуцер 3 і циліндричну частину 1 корпусу після чого стримує інтенсивний обертальний рух. Під дією відцентрової сили найбільш крупні частини відкидаються до стінок апарату і концентруються у зовнішніх стінок потоку і по спіральній траєкторії опускаються вниз до штуцера 4, через який виходить у вигляді згущеної суспензії (шламу).



- 1 – циліндрична частина корпусу; 2 – конічне днище;  
 3 – штуцер для подачі суспензії; 4 – штуцер для шламу;  
 5 – патрубок; 6 – перегородка; 7 – штуцер для виходу освітленої рідини

Рисунок 4.6 – Гідроциклон

Більша частина рідини, в якій містяться найбільш мілкі частки (освітлена рідина) рухається по внутрішньому спіральному потоці вгору вздовж осі апарату. Освітлена рідина видаляється через патрубок 5, який закріплений на перегородці 6 та штуцер 7.

Гідроциклони широко застосовуються для освітлення або збагачення суспензій, а також для класифікації матеріалів на фракції по розмірам твердих

часток діаметром від 5 до 150 мм. Чим менший діаметр гідроциклону, тим більша відцентрова сила в ньому і тим менший розмір часток, які виділяються із суспензії. Діаметр гідроциклонів складає 300-350 мм та висоту 1-1,2 м. Для згущення і освітлення тонких суспензій застосовують гідроциклони діаметром 10-15 мм, які об'єднують в один агрегат, в якому вони працюють паралельно – мультигідроциклони. Вони мають подовжену форму конуса з кутом  $15^{\circ}$  і навіть  $10^{\circ}$ . При такій формі конуса подовжується шлях твердих часток і збільшується час перебування їх в апараті.

Продуктивність гідроциклону приблизно розраховують по рівнянню:

$$V = 318D \sqrt{\Delta P}, \text{ м}^3/\text{год} \quad (4.49)$$

де  $d$  – діаметр зливного патрубку;

$D$  – діаметр циліндричної частини циклону;

$\Delta P$  – перепад тиску в гідроциклоні.

Перевагою гідроциклонів є висока продуктивність, відсутність в них рухомих деталей, компактність, простота устрою та обслуговування, невелика вартість. Але в них виникає швидке зношення окремих деталей, особливо корпусу.

#### 4.5 РОЗДІЛЕННЯ ГАЗОВИХ НЕОДНОРІДНИХ СИСТЕМ

Очищення вихідних газів промисловості є однією з найважливіших технологічних задач.

Зважені в газі тверді або рідинні частки виділяються для зменшення забруднення повітря, або видалення шкідливих домішок, які негативно впливають на наступні операції, а також руйнують апаратуру.

Розрізняють наступні способи очищення газів:

- 1) осідання під дією сил тяжіння (гравітаційна очистка);
- 2) осідання під дією інерційних сил включаючи відцентрові;
- 3) фільтрування;
- 4) мокре очищення;
- 5) осідання під дією електростатичних сил.

Ступінь очищення газу  $\eta$  знаходиться таким чином:

$$\eta = \frac{G_1 - G_2}{G_1} \cdot 100\%, \quad (4.50)$$

де  $G_1, G_2$  – кількість зважених часток в забрудненому та очищеному газі;

$V_1, V_2$  – об'ємна витрата забрудненого та очищеного газу;

$x_1, x_2$  – концентрація зважених часток в забрудненому та очищеному газі.

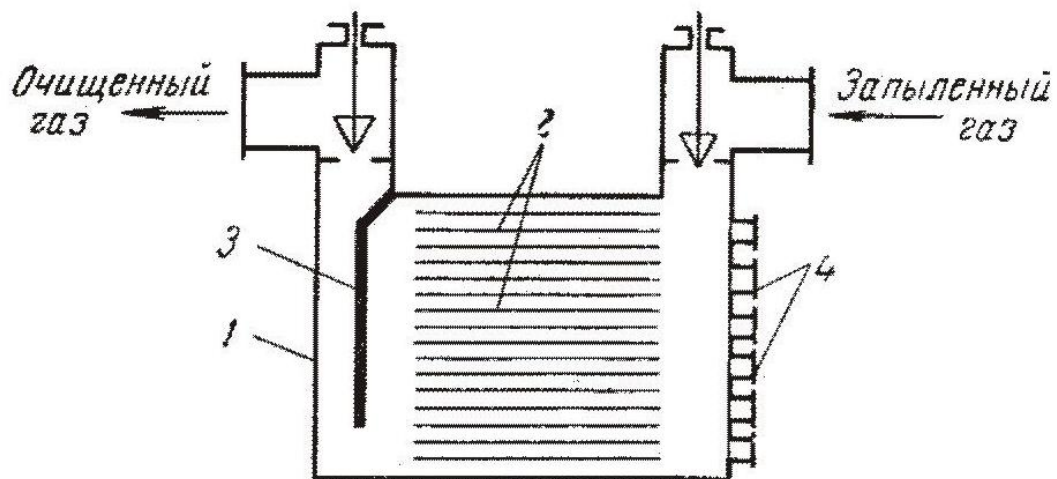


#### 4.5.1. Гравітаційна очистка газів

Відстоювання твердих часток в газовому середовищі підпорядковується тим же законам, що і осідання під дією сил тяжіння в рідині. Густина газу на декілька порядків нижча ніж рідина, тому при всіх рівних умовах швидкість очищення газу набагато більша швидкості відстоювання в рідинному середовищі.

##### *Пиловідстійна камера.*

Очищення газу від пилу під дією сил тяжіння проводять у пиловідстійних камерах (рис. 4.7). Запиленний газ надходить в камеру 1, всередині якої встановлені горизонтальні перегородки 2. Частки пилу осідають із газу при його проходженні між полицями, відстань між якими становить 0,1-0,4 м. При такій висоті каналів зменшується шлях часток пилу і дозволяє збільшити ефективні поверхню осідання. Скорочення шляху часток і збільшення поверхні осідання сприяє зменшенню часу осідання і підвищенню степені очищення газу та продуктивності камери. Пройшовши полиці, газ обминає вертикальну перегородку 3 і видаляється із камери. При цьому із газу виділяється додаткова деяка кількість пилу. Одночасно відбійна перегородка сприяє більш рівномірному розподілу газу між полицями камери, що приводить до вирівнювання гідравлічного опору.



- 1 – камера; 2 – горизонтальні перегородки, (полиці);  
3 – відстійна перегородка; 4 - дверцята

Рисунок 4.7 – Пиловідстійна камера

Пил, який осів на горизонтальних полицях, періодично видаляється вручну спеціальними скребками через дверцята 4 в боковій стінці.

Розрахунок робочої поверхні аналогічний розрахунку відстійників для рідин, з тією відміною, що при очищенні газу приймають  $x_{oc}=1$ :

$$F = \frac{G}{2 \cdot \omega \cdot r} \left( \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \right), \text{ м}^2. \quad (4.51)$$

Під дією сил тяжіння газу видаляються найбільші частки пилу. Тому пиловідстійні камери застосовують для попереднього, грубе очищення газу з вмістом пилу відносно великого розміру (> 100 мкм). Ступінь очищення газу від пилу в цих апаратах не перевищує 30-40%.

#### 4.5.2 Очищення газів під дією інерційних та відцентрових сил

Для пилеуловлювачів такого типу базується на використанні інерційних сил, які виникають при різкій зміні напрямку газового потоку, яке супроводжується значним зменшенням швидкості. При цьому частки пилу, намагаються зберегти напрямок свого руху, видаляються із потоку.

Інерційні пилеуловлювачі відрізняються простою компактністю і не мають рухомих деталей. Так наприклад, циклон складається із вертикального циліндричного корпусу 1 з конічним днищем 2 та кришкою 3. Запилений газ подається тангенціально із значною швидкістю 20 ÷ 30 м/с через патрубок 4 в верхню частину корпусу циклону.

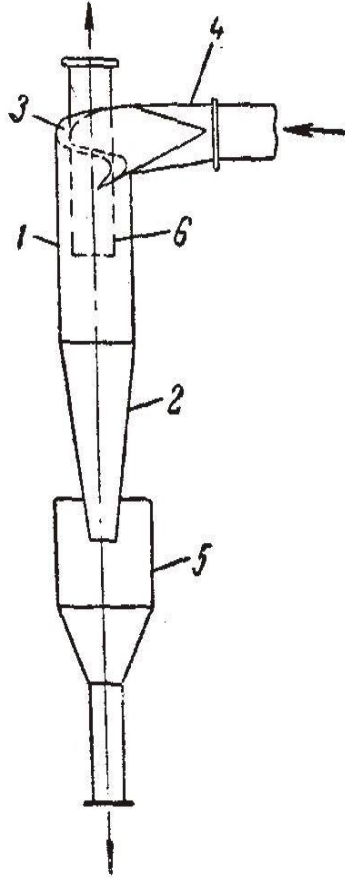
В корпусі потік запиленого газу рухається по спіралі вздовж внутрішньої поверхні стінок циклону. При такому обертальному рухові частки пилу, як більш важкі, переміщуються в напрямку дії відцентрової сили скоріше, ніж частки газу і переносяться в пилосбірник. Тут пил осідає, а очищений газ, продовжує рухатися по спіралі піднімається вгору і видаляється через вихлопну трубу 6.

Ступінь очищення газу в циклоні залежить не тільки від розмірів окремих часток і швидкості обертання газового потоку, а й від конфігурації основних елементів та співвідношення їх геометричних розмірів циклону. Так у циклонів діаметром від 100 до 1000 мм степінь очищення газу від пилу складає 30-85% (для часток діаметром 5 мкм). Із збільшенням діаметру часток до 10 мкм, степінь очищення зростає до 70 ÷ 95%.

Теоретично розрахунок циклонів досить складний. Тому їх розраховують спрощено по величині гідравлічного опору:  $\Delta P$ , н/м<sup>2</sup>. Швидкість газу в циліндричній частині циклона складає:

$$\omega_{\text{ц}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\xi \cdot \rho}}, \quad (4.53)$$

де  $\rho_r$  – густина газу;  
 $\Delta P/\rho_r$  – приймають в межах  $500 \div 750 \text{ м}^2/\text{с}^2$ ;  
 $\xi$  – коефіцієнт гідравлічного опору циклону.



1- корпус; 2 – конічне днище; 3 – кришка;  
 4 – вхідний патрубок; 5 – пилозбірник; 6 – вихідна труба

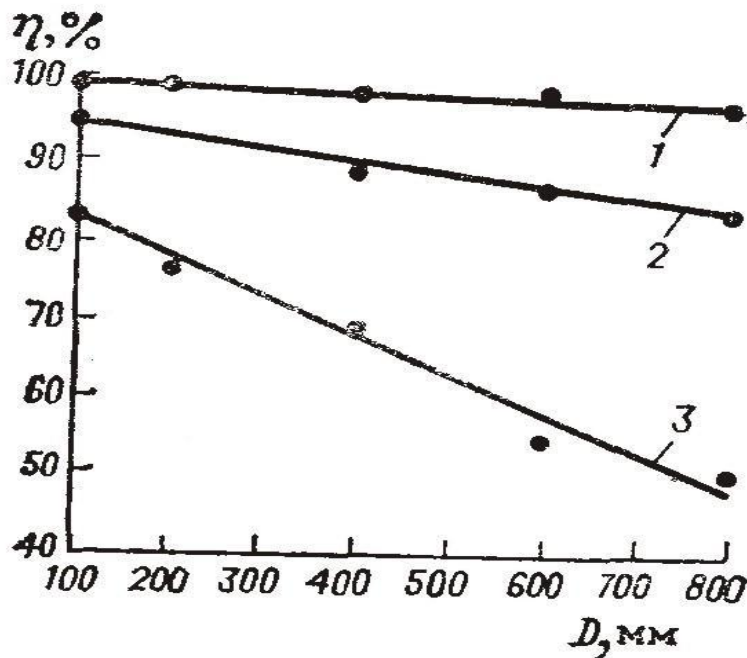
Рисунок 4.8 – Циклон

Коефіцієнт гідравлічного опору циклону залежить від кута нахилу вхідного патрубку для газу; так, наприклад, для циклонів типу ЦН-254 кут нахилу складає  $24^\circ$  і коефіцієнт  $\xi=60$ ; для циклонів ЦН-11 при кутові нахилу  $21^\circ$ ,  $\xi = 250$ . Діаметр циклону розраховують із рівняння витрати газу  $V_r$ :

$$D = \sqrt{\frac{V_r}{0,785 \omega_r}} \quad (4.54)$$

Ступінь очищення газу знаходять по номограмам в залежності від діаметру і розмірів часток (рис.4.9).

Ступінь очищення газу залежить від величини фактора розділення  $K_p = \omega^2 / r \cdot g$ . Із цього виразу витікає, що ступінь очищення газу може бути підвищена або шляхом зменшення радіусу обертання запиленого потоку або шляхом збільшення швидкості газу. Збільшення швидкості приводить до значного збільшення гідравлічного опору і турбулізації потоку, що погіршує ступінь очищення. Зменшення радіуса циклона приводить до зменшення його продуктивності. Тому часто для очищення значної кількості газу замість одного циклону великого діаметру доцільно застосовувати декілька циклонів значно меншого діаметру, які монтують в одному корпусі. Такі циклони називають *батареями*.



1 – частки діаметром 15 мкм; 2 – частки діаметром 10 мкм;  
3 - частки діаметром 5 мкм

Рисунок 4.9 - Ступінь очищення газу в циклоні

Циклони всіх видів відрізняються простотою конструкції і можуть бути використані для очистки хімічно активних газів при високих температурах.

До недоліків циклонів відносяться високий гідравлічний опір (400-700 Па або 40-70 мм вод.ст.), невисока ступінь уловлювання часток розміром менше 10 мкм (70-95%), механічний знос корпусу апарату частками пилу. В циклонах рекомендується вловлювати частки пилу розміром більше 10 мкм.

### 4.5.3 Очищення газів фільтруванням

Гази, які включають зважені тверді частки, проходять через пористі перегородки, які пропускають газ і затримують на своїй поверхні тверді частки. В залежності від виду фільтрувальної перегородки розрізняють такі фільтри для газів:

а) з гнучкими пористими перегородками із природних, синтетичних і мінеральних волокон (ткані матеріали), неткані волокнисті матеріали (волок, картон), пористі листові матеріали (гума, пінополіуретани), металотканеві матеріали;

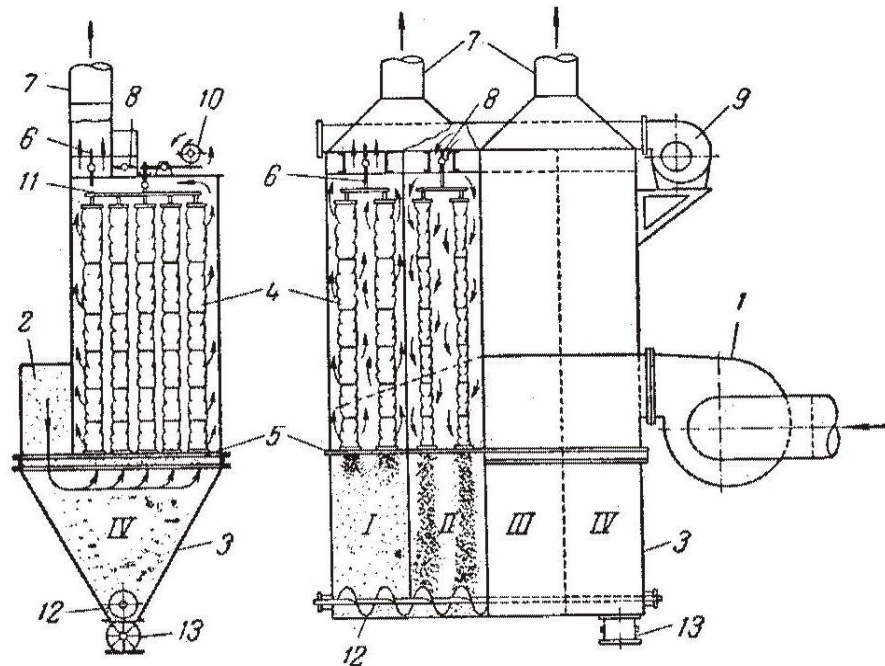
б) з напівжорсткими пористими перегородками (шар волокон, сітка, стружка);

в) з жорсткими пористими перегородками із зернистих матеріалів (пориста кераміка, пластмаси, спечені або спресовані порошки металів);

г) зернисті шари із коксу, гравію, кварцового піску.

Вибір фільтрувальної перегородки обумовлений хімічними властивостями газу, його температурою, гідравлічним опором перегородки, розмірами зважених часток пилу.

До числа найбільш поширених фільтрів з гнучкими перегородками відносять рукавні фільтри.



I-IV - секції фільтру; 1-9 – вентилятори; 2 – вхідний газохід;  
3-камера; 4 – рукави; 5 – розподільна решітка; 6, 8 – дросельні клапани;  
7 – вихлопна труба; 10 – струшувальний механізм; 11-рама;  
12 шнек; 13 – шлюзовий затвор

Рисунок 4.10 - Рукавний фільтр з механічним струшуванням та зворотною продувкою

Запилений газ нагнітається вентилятором 1 через вхідний газоход 2 в камеру 3, потім проходить через рукава 4, нижні кінці яких закруглені хомутами на патрубках розподільної решітки 5. пил осідає в порах тканини, а очищений газ проходить через дросельний клапан 6 та вихлопну трубу 7 і видаляється із апарату.

За допомогою розподільного пристрою, встановленого на кришці камери, окремі секції фільтру через певні проміжки часу відключаються для очистки тканини від накопленого пилу. На рис. секція II очищається від пилу, а секції I, III, IV працюють в режимі фільтрування.

При переключенні секції на очистку закривають клапан 6 і відкривають клапан 8, через який вентилятором 9 по колектору нагнітається повітря або очищений газ для продувки рукавів. Цей газ або повітря рухаються в напрямку, протилежному запиленому газу і виходить в газохід 2, тому вентилятор 9 повинен створювати більший напір, ніж вентилятор 1. Одночасно з продувкою проводять механічне струшування рукавів, для чого спеціальним механізмом 10 припіднімають та опускають раму 11, до якої підвішені верхні кінці рукавів. Пил падає в камеру 3 і видаляється шнеком 12 через шлюзовий затвор 13. Після закінчення очистки секція переключається в робоче положення, а наступна секція – на очистку.

В рукавних фільтрах досягається висока ступінь очищення газу від тонко дисперсного пилу до 98-99%. Недоліком є порівняно швидке зношення фільтрувальної тканини та закупорка пор.

Поверхня осідання знаходиться за виразом:

$$F \frac{(V_{оч} + V_{зп})}{60 \cdot q} + F_p, \quad (4.55)$$

де  $V_{оч}$ ,  $V_{зп}$  – витрата газу на очистку та зворотню продувку;  $V_{зп} = 0,1 \div 0,2\% V_{оч}$ ;

$q$  – газове навантаження апарату,  $m^3/m^2$ ;

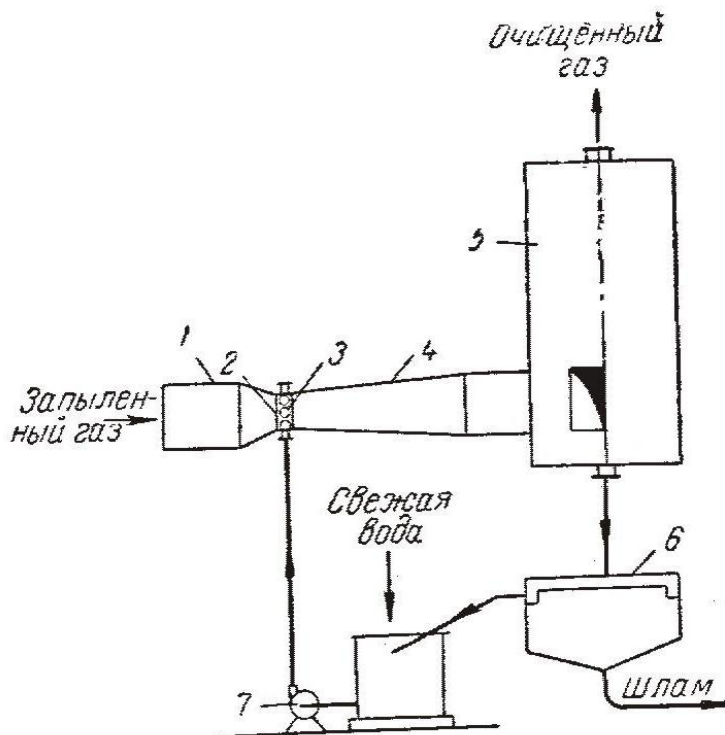
$F_p$  – поверхня, виключена на регенерацію.

#### 4.5.4 Мокре очищення газів

Для тонкого очищення газів застосовують мокру очистку – промивання газу водою або іншою рідиною. Мокре очищення найбільш ефективно тоді, коли допустиме зволоження і охолодження газу, а виділені тверді частки мають незначну цінність. Якщо уловлювані частки знаходяться у високодиспергованому стані і погано змочуються водою або зовсім не змочуються, то очистка газу в мокрих пилоуловлювачах малоефективна. В таких випадках для покращення змочуваності часток до рідини додають поверхневоактивні добавки (ПАВ).

Недоліком мокрої очистки є утворення великої кількості стічних вод, які визивають корозію апаратури і повинні бути розділені або очищені в наступних операціях.

Так для тонкої очистки газів від високодисперсного пилу застосовують струмені турбулентні газопромивачі – скрубери Вентурі (рис. 4.11). Запилений газ через конфузор 1 труби Вентурі попадає в горловину 2, де його швидкість досягає 60-150 м/с. Через отвори 3 під надмірним тиском  $0,3 \pm 1$  ат в горловину подається вода, яка стикається з газовим потоком і розпилюється на мілкі краплини діаметром біля 10 мкм.



1-конфузор; 2 – горловина; 3 – отвори для подачі води; 4 – дифузор;  
5 – циклонний сепаратор; 6 відстійник; 7 – насос  
Рисунок 4.11 – Схема скрубера Вентурі

При здійсненні часток пилу краплі рідини поглинають їх і при цьому збільшуються в розмірах. Ці краплі разом з газом проходять через дифузор 4, де їх швидкість знижується до 20-25 м/с і попадають в циклонний сепаратор 5. В циклоні швидкість газо-рідинної суміші зменшується до 4-5 м/с і краплини під дією відцентрової сили відділяються від газу і разом із шламом видаляються у відстійник 6, де вода відокремлюється і знову подається насосом 7 в скрубер.

Скрубер Вентурі придатний для уловлювання часток розміром 1-2 мкм або туману, який утворюється у виробництві сірчаної кислоти (розмір 0,2-1,1 мкм). При цьому можливе видалення із газу до 99% забруднень.

Скрубер Вентурі простий за устроєм, але його гідравлічний опір досить великий – 150-750 мм. вод. ст.

#### **4.5.5 Електричне очищення газів**

Електрична очистка газів базується на іонізації молекул газу електричним розрядом, що визиває розщеплення молекул на позитивно та негативно заряджені іони. Газ іонізують в просторі між двома електродами, до яких підведений електричний струм.

Якщо збільшити різницю потенціалів між електродами до декількох тисяч вольт, то швидкість руху іонів та електронів настільки збільшується, що при зіткненні вони розчіплюють зустрічні молекули на іони. В умовах ударної іонізації число іонів різко збільшується і газ повністю іонізується. при цьому спостерігається потріскування та слабке свічення газу (корона) навколо провідника, який носить назву коронуючого електроду, Іони та електроди, які мають такий же знак, що і заряд коронуючого електроду, рухаються до протилежного зарядженого осаджувального електроду.

В електрофільтрах коронуючі електроди завжди приєднують до негативного полюсу, тому до осаджувальних електродів рухаються тільки негативні та вільні електроди. Приєднуючись по шляху до нейтральних молекул, електроди перетворюють їх також в негативні іони.

При рухові в запиленому газі або тумані негативні іони передають заряд пилинкам або краплинкам рідини і захоплюють їх до осаджувального електроду.

Підходячи до осаджувального електроду, частки пилу або туману віддають йому свій заряд і скидаються з електроду під дією сили тяжіння, або при струшуванні.

При збільшенні напруги більш деякої критичної величини виникає проскок іскор, а потім електричний пробій та електричне замкнення електродів. Для запобігання цього явища в електрофільтрах створюють неоднорідне електричне поле, напруга якого зменшується по мірі віддалення від коронуючого електроду. В цьому випадку майже весь проміжок газу між короною та осаджувальним електродом виконує роль ізоляції, яка перешкоджає іскровому розряду між електродами. Неоднорідність поля досягається шляхом устрою електродів у вигляді проволочки, яка розміщується по всій трубі в трубчастому електрофільтрі або натягнутих між паралельними пластинами в пластинчастому електрофільтрі (рис. 4.12).



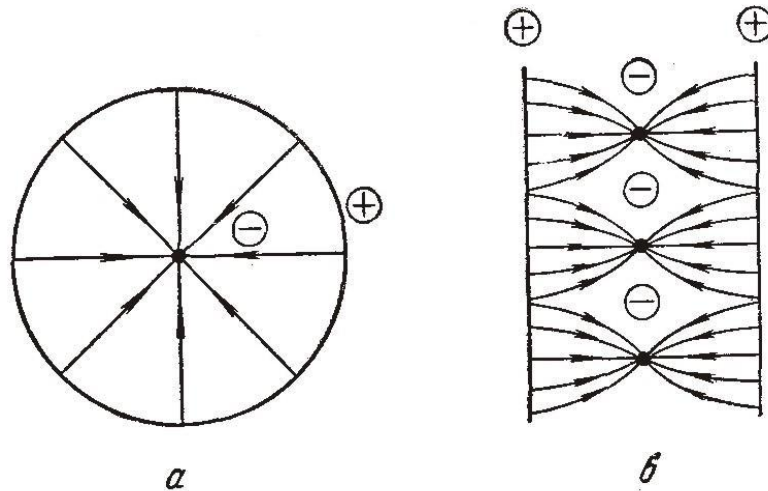
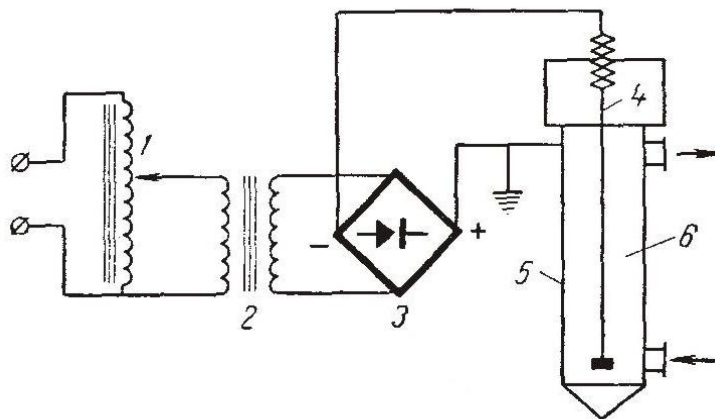


Рисунок 4.12 - Розміщення електродів для неоднорідного електричного поля

Електрофільтри використовують тільки постійний струм, так як при змінному струмові заряджені частки під дією імпульсів можуть бути винесені із апарату раніше, ніж вони досягнуть осаджувального електроду.

Установка для електричного очищення газів включає сам електрофільтр і перетворюючу підстанцію з відповідною апаратурою (рис. 4.13).



- 1-регулятор напруги; 2 – трансформатор підвищення;
- 3 – високовольтний перетворювач; 4 – коронуючий електрод;
- 5 – електрофільтр

Рисунок 4.13 – Принципова схема установки для електричного очищення газів

Живлення установки випрямленим струмом високої напруги здійснюють агрегатами, які складаються із регулятора напруги 1, трансформатора для підвищення напруги 2, який змінний струм 380/220 В перетворює в струм напругою 40-75 КВ і високовольтного випрямлювача 3, після якого постійний струм підводиться до електродів 4 та 5 електрофільтру 6. Корпус електрофільтру може бути прямокутної або циліндричної форми і виготовлений з матеріалу, стійкого до хімічної і механічної дії газового середовища.

Електрофільтри діляться на сухі, у яких осідає сухий пил при температурі вище точки роси і мокрі, для видалення пилу зволоженого в результаті конденсації парів вологи із газу, а також для осідання краплин і туману. При роботі з агресивними газами корпус електрофільтру футерують хімічно стійкою цеглою, а кришку апарату захищають листовим свинцем або виготовляють із феросиліциду або фаоліту. Коронуючі і осаджувальні електроди виготовляють із свинцю, з освинцьованої сталі або феросиліциду.

В сухих електрофільтрах пил видаляється періодично з допомогою ударних механізмів струшування електродів молоткового, магнітно-імпульсного типу та інших.

В мокрих електрофільтрах осівши частки видаляються періодично або безперервно промиванням внутрішньої поверхні осаджувальних електродів водою, яка розпилюється форсунками.

В пластинчастих електрофільтрах пил видаляється легше ніж в трубчастих і менша витрата енергії на одиницю довжини проводу. Вони більш компактні, в них менша витрата металу і відрізняються простотою монтажу. Разом з тим трубчасті електрофільтри дозволяють отримати більшу швидкість газу продуктивність. В них краще видаляються важковловлювані частки пилу із газів помірної вологості.

Ступінь очищення газу досягає 99, а іноді 99,9% і може бути знайдена з виразу:

$$\eta = 1 - e^{-\omega f}, \quad (4.56)$$

де  $x_1, x_2$  – вміст зважених часток в газі відповідно на вході в електрофільтр і виході з нього;

$\omega$  – швидкість руху заряджених часток до поверхні електродів;

$f$  - питома поверхня осідання, яка виражається відношенням поверхні осада електродів до об'ємної витрати газу.

Для трубчатих електродів:

$$f = \frac{2\ell}{r \cdot \nu}. \quad (4.57)$$

Для пластинчастих електродів:

$$f = \frac{2\ell}{h \cdot v}, \quad (4.58)$$

де  $\ell$  - довжина труби або пластини;

$r$  – радіус труби осаджувального електроду;

$h$  – відстань між осаджувальним і коронуючим електродом;

$v$  – швидкість газу в електрофільтрі.

#### 4.5.6 Порівняльна характеристика і вибір газоочисної апаратури

При виборі апаратів для очистки газу слід приймати до уваги техніко-економічні показники їх роботи при визначенні яких необхідно враховувати ступінь очищення газу, гідравлічний опір апарату, витрату електроенергії, пари та води на очистку, вартість апарату та вартість очищення газу, які відносять до 1000 м<sup>3</sup> газу. При цьому повинні бути прийняті до уваги вміст в ньому пилу, температуру газу, його хімічна агресивність, властивості пилу (суха, липка, волокниста, гігроскопічна), розміри часток пилу, її фракційний склад.

Характеристика найбільш розповсюджених газоочисних апаратів наведена в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Апарати	Розмір окремих часток, мкм	Ступінь очищення, %	Гідравлічний опір, м/м <sup>2</sup>
Пилеосідальні камери	більше 100	30-40	-
Циклони	більше 10	70-95	400-700
Батарейні циклони	більше 10	85-90	500-800
Рукавні фільтри	більше 1	98-99	500-250
Електрофільтри	більше 0,005	99 та менше	100-200

Як бачимо, пиловідстійні камери і циклони здатні для видалення порівняльно великих часток і застосовуються для попереднього грубого очищення від сухого, не липкого і не волокнистого пилу. Їх не рекомендують використовувати для дрібного пилу з розміром часток менше 10 мкм. Разом з тим вони не потребують високих капітальних та експлуатаційних витрат.

Циклони і батарейні циклони доцільно застосовувати для очищення газів з відносно високим вмістом пилу, а батарейні – при великих витратах газу.

Рукавні фільтри застосовують для тонкого очищення газу від сухого пилу або пилу, який важко зволожується, розміри часток якого перевищують 1 мкм – це цемент, сажа, оксиди цинку та ін.

Для досить повного очищення газу від дрібнодисперсного пилу використовують мокрі пилеуловлювачі та електрофільтри. Мокрі

пилеуловлювачі застосовують тоді, коли допускається охолодження і зволоження газу, а пил хімічно не взаємодіє з рідиною.

При електричному очищенні витрата енергії невелика із-за незначного часу перебування часток в апараті, невеликої витрати току і низького гідравлічного опору. Витрата енергії не перевищує 0,2-0,3 кВт на 1000 м<sup>3</sup>/год газу. Але електрофільтри є дорогим і складним обладнанням і мало здатні для очистки газу від твердих часток з малим електричним опором.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии, 8-е изд. Перераб. – М.: Химия, 1971. – 784 с.
2. Плановский А.Н., Рамм В.М., Каган С.З. Процессы и аппараты химической технологии. 5-е изд. – М.: Химия, 1968. – 847 с.