

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ПРОЕКТУВАЛЬНОЇ РОБОТИ
“РОЗРАХУНОК ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ І ДЕТАЛЕЙ МАШИН НА
ВИТРИВАЛІСТЬ” ДЛЯ СТУДЕНТІВ МЕХАНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ
ДЕННОЇ І ЗАОЧНОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ

Затверджено на засіданні кафедри
матеріалознавства.
Протокол № 9 від 19.05.2014.

Дніпропетровськ УДХТУ 2014

Методичні вказівки до виконання розрахунково-проектувальної роботи “Розрахунок елементів конструкцій і деталей машин на витривалість” для студентів механічних спеціальностей денної і заочної форм навчання / Укладач Г.В. Філатов. – Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ, 2014. – 40 с.

Виконавець: Г.В.Філатов, професор, докт. техн. наук

Відповідальний за випуск О.Б.Гірін, професор, докт. техн. наук

Навчальне видання

Методичні вказівки до виконання розрахунково-проектувальної роботи “Розрахунок елементів конструкцій і деталей машин на витривалість” для студентів механічних спеціальностей денної і заочної форм навчання

Укладач ФІЛАТОВ Георгій Венедиктович

Редактор Л.М. Тонкошкур
Коректор Л.Я. Гоцуцова

Підписано до друку 31.03.14. Формат 60×84 1/16. Папір ксерокс. Друк різнограф. Умов.-друк. арк. 1,87. Облік.-вид. арк. 1,93. Тираж 50 прим. Замовлення № 164. Свідоцтво ДК_№ 303 від 27.12.2000.

ДВНЗ УДХТУ, 49005, м. Дніпропетровськ-5, просп. Гагаріна, 8.

Видавничо-поліграфічний комплекс ІнКомЦентру

ОПІР МАТЕРІАЛІВ ДІЇ ПОВТОРНО-ЗМІННИХ НАВАНТАЖЕНЬ

1. Уявлення про втомну міцність

Поняття про «втому» металів з'явилося в першій половині ХІХ у зв'язку з руйнуванням деталей машин при навантаженнях, менших, ніж небезпечні навантаження при сталому напруженні. Вважалося, що під дією змінних у часі навантажень протягом досить довгого часу відбувається зміна структури металу, перехід його з пластичного стану у крихкий, такий, що має кристалічну побудову. Таке перетворення металу пов'язували з його втомою. Проте на початку ХХ століття після ретельнішого вивчення механізму руйнування металів, що виникає при дії змінних навантажень, зокрема, за допомогою досліджень з залученням мікроскопа, було з'ясовано, що в металі виникає тріщина, яка поступово проникає в глибину деталі. Проте, терміни «втома», «втомна міцність», хоча і не відповідають фізичній природі явища, залишилися і в наш час і широко використовуються.

У результаті рентгенографічних і металографічних досліджень було встановлено, що при змінних навантаженнях структура металу не міняється як при сталих, так і при змінних навантаженнях. В обох випадках спостерігаються зсуви і спотворення кристалічної решітки металу. Відмінність полягає лише в тому, що при статичному навантаженні пластична деформація поширюється на весь об'єм тіла і діє в одному напрямку. При змінних навантаженнях пластична деформація зосереджується в малих об'ємах, що складаються з декількох зерен кристалітів. У таких наднапружених зернах можливе утворення мікротріщин, які при певній величині змінного напруження розвиваються, зливаються в одну магістральну тріщину, пересікаючи весь кристаліт, охоплюють значну область поперечного перерізу. Зона розвитку тріщини А є гладкою, відполірованою поверхнею (рис. 1). Пояснити це явище можна тим, що від змінних навантажень тріщини періодично розкриваються і закриваються, внаслідок чого крупні зерна подрібнюються і в зоні втоми руйнування металу набуває дрібнозернистої структури. На вістрі тріщини виникає концентрація напружень, в цьому місці виникає об'ємний напружений стан, який гальмує пластичну деформацію, внаслідок чого зростання тріщини продовжується, переріз послабляється і раптово руйнується. У місці долому перерізу (зона В) метал має грубозернисту структуру, характерну для крихкого руйнування (рис. 1).

Викладений механізм руйнування характерний для багатьох конструкцій і деталей машин: валів, шатунів, кривошипів, пружин, лопаток турбін, осей вагонів та ін. Задача перевірки міцності деталей машин при дії повторно-змінних навантажень є надзвичайно важливою. Приблизно 90% усіх поломок деталей машин є наслідком розвитку втомних тріщин. Ці поломки надзвичайно небезпечні і часом є причиною важких катастроф, оскільки виявити волосяну тріщину, що розвивається, не завжди вдається.

При цьому руйнування матеріалу під дією повторно-змінних навантажень може статися при напруженні, яке нижче за границю текучості.

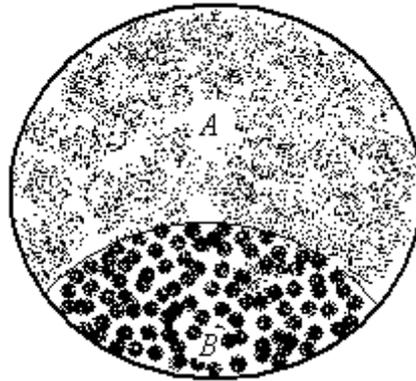


Рис. 1

Таким чином, під “втомою” в наш час розуміють процес поступового накопичення пошкоджень матеріалів при дії повторно-змінних напружень, що призводить до утворення тріщин і руйнування. *Здатність матеріалу протистояти “втомі” називається витривалістю.*

2. Головні характеристики циклу

Експерименти показують, що для руйнування від втоми недостатньо змінності напружень. Необхідно також, щоб напруження мали певну величину. *Максимальне напруження, при якому матеріал здатний чинити опір, не руйнуючись, при будь-якій довільно значній кількості повторень змінних навантажень, називається границею витривалості [2].*

Границя витривалості визначається експериментально і залежить від багатьох чинників, таких, зокрема, як форма і розміри деталі, стану поверхні і способу її обробки, вигляду напруженого стану, закону зміни навантаження протягом часу і тому подібне.

Припускається, що напруження є періодичними функціями часу $p = f(t)$ з періодом T . *Сукупність всіх значень напружень протягом одного періоду називається циклом напружень (рис. 2).*

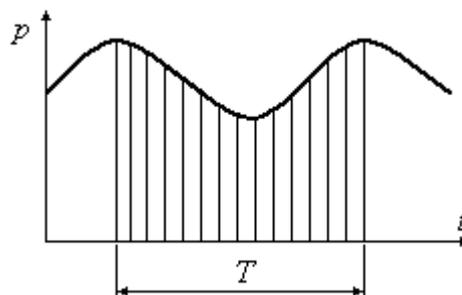


Рис. 2

Втомна міцність визначається лише найбільшим p_{\max} і найменшим p_{\min} напруженнями циклу і не залежить від закону зміни напружень усередині інтервалу ($p_{\max} - p_{\min}$). Найбільш простий цикл наведений на рис. 3, а, б.

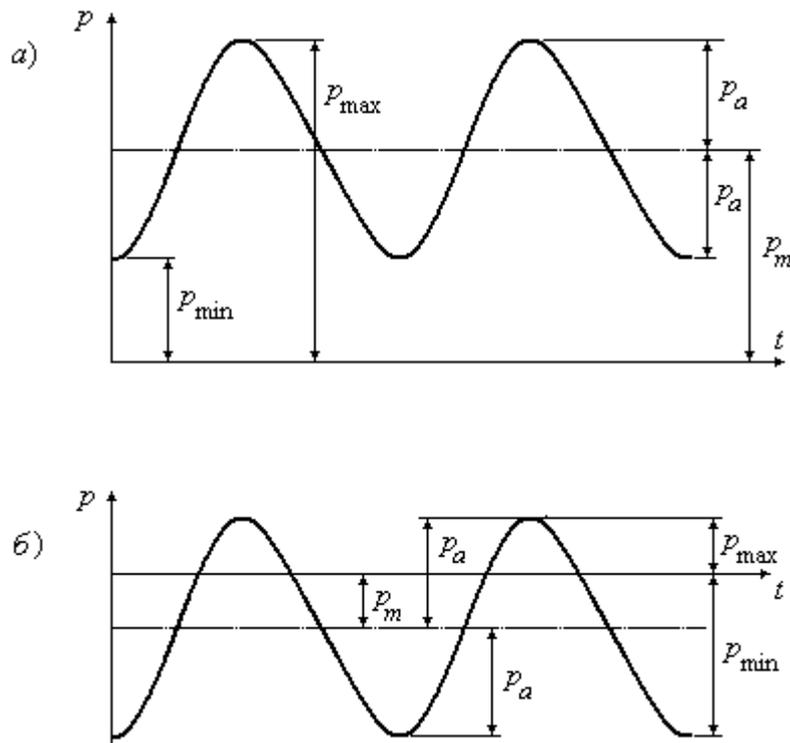


Рис. 3

Серед характеристик циклу розрізняють наступні:

1. Стале або середнє напруження циклу p_m :

$$p_m = \frac{p_{\max} + p_{\min}}{2} . \quad (1)$$

2. Амплітуда циклу:

$$p_a = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} . \quad (2)$$

Середнє напруження може бути додатним і від'ємним, амплітуда циклу визначається абсолютною величиною. З виразів (1) і (2) випливає, що $p_{\max} = p_m + p_a$ і $p_{\min} = p_m - p_a$.

3. Розмах циклу p_c є подвоєною величиною амплітуди; $p_c = 2p_a$.

4. Коефіцієнт асиметрії циклу або характеристика циклу дорівнює:

$$r = \frac{p_{\min}}{p_{\max}} . \quad (3)$$

Найбільш небезпечним є симетричний цикл, при якому $p_{\max} = -p_{\min}$ і $p_m = 0$. Характеристика такого циклу $r = \frac{p_{\min}}{p_{\max}} = 1$. Границя витривалості при симетричному циклі є мінімальною для даного типу деформації і позначається p_{-1} .

Цикл називається *пульсуючим або віднульовим*, якщо $p_{\min} = 0$ і напруження міняються від нуля до максимального значення. Характеристика циклу при цьому дорівнює $r = 0$. Границя витривалості при такому циклі позначається p_0 . В тому випадку, якщо $p_{\max} = 0$ і напруження міняється від нуля до мінімального значення, характеристика циклу дорівнює $r = \infty$. Такий цикл також вважається пульсуючим і границя витривалості при такому циклі позначається p_{∞} . При сталому напруженні, коли $p_{\max} = p_{\min} = p$, характеристика циклу дорівнює одиниці ($r = 1$).

При несиметричному циклі з характеристикою r границя витривалості позначається p_r .

$$1. \left. \begin{array}{l} p_{\max} = 50 \text{ МПа} \\ p_{\min} = -25 \text{ МПа} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} p_m = 37,5 \text{ МПа} \\ p_a = -62,5 \text{ МПа} \end{array} \right\} r = -0,5;$$

$$2. \left. \begin{array}{l} p_{\max} = 160 \text{ МПа} \\ p_{\min} = 40 \text{ МПа} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} p_m = 100 \text{ МПа} \\ p_a = 60 \text{ МПа} \end{array} \right\} r = 0,6.$$

Позначаються такі цикли відповідно $p_{-0,5}$ и $p_{+0,6}$. Цикли, які мають однакові характеристики, називаються *подібними*. Характеристика циклу може мінятися від $-\infty$ до $+\infty$.

У таблиці 1 наведені значення характеристик циклу для різних видів циклів [2].

Для деяких окремих випадків, коли йдеться про циклічне розтягання-стискання або згинання, при циклічному крученні у вище наведених формулах позначення p слід замінити відповідно на σ і τ при збереженні відповідних індексів.

Як вже наголошувалося вище, границю витривалості для конструкційних матеріалів визначають експериментальним шляхом.

Найбільший інтерес представляє визначення границі витривалості при симетричному циклі ($p_m = 0$), як найменшому у порівнянні з границями витривалості інших циклів. До того ж визначити його значно простіше, ніж при інших циклах. Ця величина виявляється різною при згинанні ($\sigma_{-1}^{\text{зг}}$), розтяганні та стисканні (σ_{-1}^0) і крученні $\tau_{-1}^{\text{кр}}$.

Характеристики циклів

Вигляд циклу	p_{\max}, p_{\min}	p_m, p_a	r
	$p_{\max} = p_{\min} > 0$	$p_m = p_{\max} = p_{\min}$ $p_a = 0$	$r = +1$
	$p_{\max} > 0$ $p_{\min} > 0$	$p_m > 0$ $p_a \neq 0$	$0 < r < 1$
	$p_{\max} > 0$ $p_{\min} = 0$	$p_m = 0,5 p_{\max}$ $p_a = 0,5 p_{\max}$	$r = 0$
	$p_{\max} > 0$ $p_{\min} < 0$	$p_m > 0$ $p_a \neq 0$	$-1 < r < 0$
	$p_{\max} = -p_{\min} > 0$ $p_{\min} < 0$	$p_m = 0$ $p_a = p_{\max}$	$r = -1$
	$p_{\max} > 0;$ $p_{\min} < 0$ $p_{\max} < p_{\min} $	$p_m < 0$ $p_a \neq 0$	$-\infty < r < -1$
	$p_{\max} = 0$ $p_{\min} < 0$	$p_m = 0,5 p_{\min}$ $p_a = 0,5 p_{\min} $	$r = \pm\infty$
	$p_{\max} < 0$ $p_{\min} < 0$	$p_m < 0$ $p_a \neq 0$	$+1 < r < +\infty$
	$p_{\max} = p_{\min} < 0$	$p_m = p_{\max} = p_{\min}$ $p_a = 0$	$r = +1$

Для визначення границі витривалості застосовуються спеціальні машини, опис яких і принцип їх дії докладно наведені у довідниках і навчальній літературі [2,3,4]. Для проведення стандартних випробувань на витривалість необхідно мати не менше десятка однакових зразків з тим, аби визначити число циклів, які витримає зразок до руйнування залежно від рівня заданих напружень. Зразкам надається форма з плавними контурами, поверхня зразків ретельно полірується, щоб уникнути виникнення місцевих деформацій.

Приблизно половина з кожної партії зразків випробовується спочатку при відносно високих напруженнях, які складають $(0,7 \div 0,5) \cdot \sigma_B$, де σ_B – границя міцності матеріалу. Із зменшенням напружень число циклів зростає дуже швидко і при певному напруженні якась частина зразків, не зважаючи на тривалість випробування, не руйнується. Досвід випробування сталевих зразків при нормальній температурі показує, що, якщо зразок не зруйнувався до 10^7 циклів, то він не руйнується і при тривалішому випробуванні. Число циклів, до яких ведеться випробування, називається *базою випробувань*. Для сталевих зразків база випробувань складає 10^7 циклів. Для кольорових (мідь, алюміній і т.п.) база випробувань в 5–10 разів більша. Це пояснюється тим, що для кольорових металів крива витривалості при скільки завгодно великому числі випробувань повільно знижується. В цьому випадку вводять так звану *умовну границю витривалості*, яка є максимальним напруженням, при якому не відбувається руйнування при здійсненні визначеного наперед заданого числа циклів, яке відповідає тій або іншій прийнятій базі випробувань [2].

За результатами випробувань будується крива витривалості (крива Веллера) Криву витривалості будують по точках в координатах числа циклів N і напружень p_{\max} . Кожному зразку, що руйнується, на діаграмі відповідає одна точка з координатами N (число циклів до руйнування) і p_{\max} . На рис. 4,а зображена крива витривалості яка є характерною для сталі, на рис. 4,б наведена крива витривалості, що є характерною для кольорових металів.

Таким чином, у запас міцності з достатньою для цілей практики точністю можна прийняти для всіх марок сталі:

$$\sigma_{-1}^{3\Gamma} = 0,4\sigma_B = \beta_k \sigma_B.$$

Результати багаточисельних випробувань показали, що границя витривалості сталі усіх марок пов'язана більш менш певним співвідношенням лише з величиною границі міцності при розтяганні σ_B . Для катаного і кованого матеріалу границя витривалості при симетричному циклі при згинанні складає від $0,4\sigma_B$ до $0,6\sigma_B$, для лиття співвідношення перебуває в межах від $0,4\sigma_B$ до $0,46\sigma_B$.

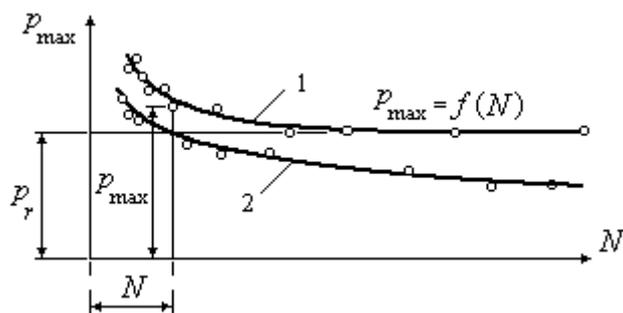


Рис. 4

Випробування виявили також співвідношення для деяких матеріалів між границями витривалості при різних видах деформації, зокрема, при згинанні ($\sigma_{-1}^{3Г}$), розтяганні і стисканні (σ_{-1}^0) і крученні τ_{-1}^k при симетричних циклах. Для гладких зразків ці співвідношення такі: для сталі $\sigma_{-1}^0 = 0,7\sigma_{-1}^{3Г}$; для чавуну – $\sigma_{-1}^0 = 0,65\sigma_{-1}^{3Г}$; для сталей і легких сплавів $\tau_{-1}^k = 0,55\sigma_{-1}^{3Г}$; для чавуну $\tau_{-1}^k = 0,8\sigma_{-1}^{3Г}$.

Наведені нижче емпіричні співвідношення дозволяють приблизно визначити границю витривалості сталі при симетричному циклі відповідно для розтягання-стискання, згинання і кручення, якщо відома величина границі міцності σ_B :

$$\sigma_{-1}^0 = 0,28\sigma_B; \quad \sigma_{-1}^{3Г} = 0,4\sigma_B; \quad \tau_{-1} = 0,22\sigma_B. \quad (4)$$

Для кольорових металів спостерігається наступне співвідношення між границею витривалості і границею міцності:

$$\sigma_{-1}^{3Г} = (0,24 \div 0,5)\sigma_B.$$

При використанні наведених вище співвідношень (4) слід мати на увазі, що величина границі витривалості залежить від багатьох чинників: матеріалу, концентрації напружень, стану поверхні зразків, розмірів і форми деталей, фізико-хімічного стану середовища експлуатації конструкцій і т.п. Розглянемо цю проблему докладніше.

3. Фактори впливу на величину границі витривалості

1. *Концентрація напружень.* Багаточисельні теоретичні і експериментальні дослідження свідчать, що в місцях різких змін форми пружного тіла, а також в зоні контакту деталей виникає підвищення напружень. При розтяганні смуги з отвором (рис. 5,а) закон розподілу напружень поблизу отвору порушується. Міняється напружений стан, на краю отвору з'являється пік напружень. Величина цих напружень істотно (у 2-3 рази) перевищує номінальні напруження далеко від отвору. При згинанні ступінчастого стержня (рис. 5,б) в зоні вхідного кута виникають підвищені напруження, величина яких залежить в першу чергу від радіуса закруглення r . Описана особливість розподілу напружень отримала назву *концентрації*

напружень, а самі напруження, що виникають в зоні осередку концентрації, називається *місцевими*.

При звичайних розрахунках конструкцій в умовах не циклічного навантаження місцевими напруженнями зазвичай нехтують. Але при циклічному навантаженні місцеві напруження, багато разів змінюючись в зоні осередку концентрації, можуть впливати на розвиток тріщин, які обумовлені втомою матеріалу, і подальше руйнування конструкцій. Існують різні практичні методи зниження напружень, викликаних їх концентрацією: зовнішні обводи деталей, що працюють при дії повторно-змінних навантажень, роблять можливо плавнішими, радіуси закруглення у внутрішніх кутах збільшують, змащувальні отвори розташовують в зонах знижених напружень і та ін.

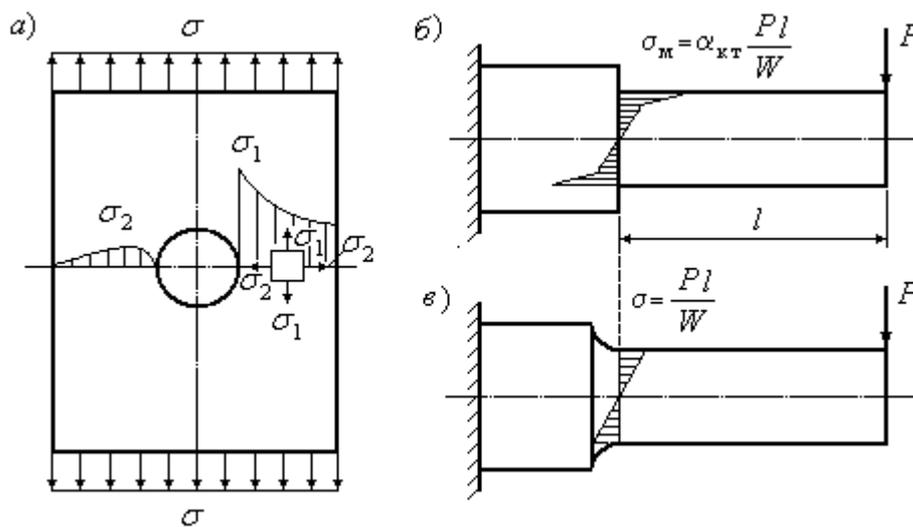


Рис. 5

Основним показником місцевих напружень є *теоретичний коефіцієнт концентрації напружень*:

$$\alpha_{\text{кт}} = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{ном}}}, \quad (5)$$

де σ_{max} – найбільше місцеве напруження, а $\sigma_{\text{ном}}$ – номінальне напруження, яке визначається за звичайними формулами опору матеріалів без урахування ефекту концентрації. Підрахунок номінальних напружень виконується по найбільш ослабленому перерізу. Подібні міркування можна віднести і до дотичних напружень.

Теоретичний коефіцієнт концентрації не описує повністю характер зміни місцевих напружень, а характеризує лише відносне збільшення одного з компонентів напруженого стану. Окрім цього, теоретичний коефіцієнт не враховує властивостей самого матеріалу, його чутливість до місцевих напружень. У зв'язку з цим вводиться поняття *ефективного коефіцієнта концентрації* $\alpha_{\text{ед}}$. В умовах симетричного циклу ефективний коефіцієнт концентрації визначається виразом:

$$\alpha_{\text{кд}} = \frac{P_{-1}}{P_{-1\alpha}}, \quad (6)$$

де P_{-1} – границя витривалості гладкого зразка, а $P_{-1\alpha}$ – границя витривалості, підрахована за номінальними напруженнями для зразків, що мають концентрацію напружень, але такі самі розміри поперечного перерізу, що і у гладкого зразка.

Ступінь чутливості матеріалу до місцевих напружень можна визначити за допомогою коефіцієнта чутливості:

$$q = \frac{\alpha_{\text{кд}} - 1}{\alpha_{\text{кт}} - 1}. \quad (7)$$

Величини, що стоять у чисельнику і знаменнику виразу (7), характеризують перевищення місцевих напружень над номінальними.

Коефіцієнт чутливості залежить від властивостей матеріалу: для високоякісних, термічно оброблених легованих сталей він доходить до одиниці, для маловуглецевих сталей падає до 0,5.

Чутливість матеріалу до місцевої напружень залежить не лише від властивостей матеріалу, але від геометричних параметрів деталі, її конфігурації і розмірів. Чим більші її розміри, тим більший коефіцієнт чутливості. На рис.6 представлений графік залежності коефіцієнта чутливості q для сталі (без урахування впливу абсолютних розмірів деталі) від границі міцності матеріалу і від теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\alpha_{\text{кт}}$.

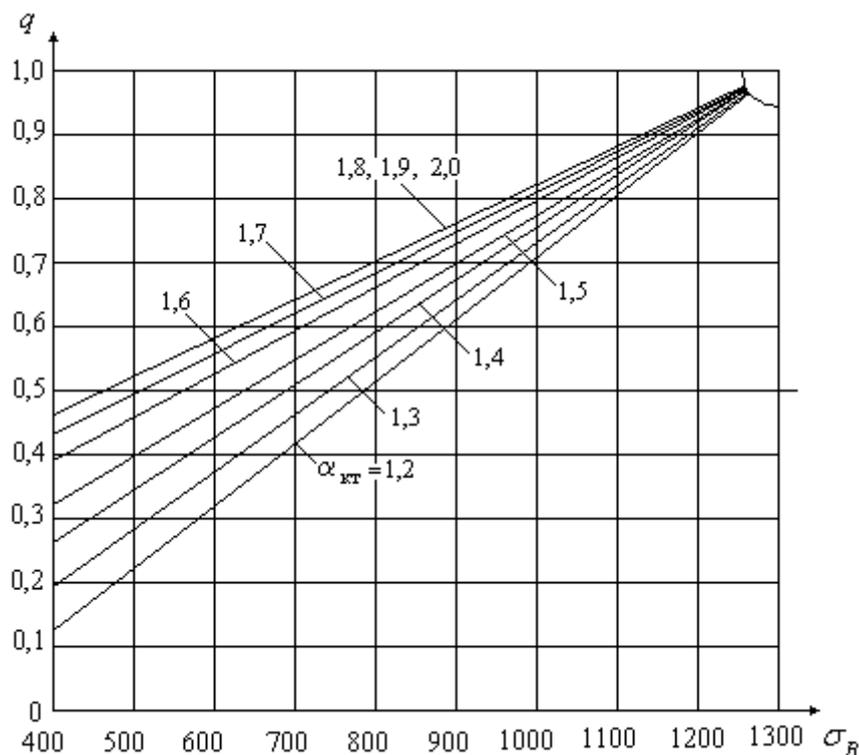


Рис. 6

З наведених графіків видно, що коефіцієнт чутливості зростає із збільшенням границі міцності і теоретичного коефіцієнта концентрації.

В таблиці 2 наведені деякі значення $\alpha_{кт}$ для круглих сталевих стержнів [1].

Таблиця 2

Значення теоретичних коефіцієнтів концентрації напружень

№	Вигляд деформації і чинника концентрації напружень	$\alpha_{кт}$
	Згинання і розтягання	
	Напівкругла виточка на валу; відношення радіуса виточки до діаметра вала:	
	0,1	2,0
	0,5	1,6
	1,0	1,2
	2,0	1,1
	Галтель	
	Відношення радіуса повної галтелі до висоти перерізу (діаметра вала):	
	0,0625	1,75
	0,125	1,5
	0,25	1,2
	0,5	1,1
	Перехід під прямим кутом	2,0
	Гостра V-подібна виточка	3,0
	Нарізка дюймова	2,0
	Нарізка метрична	2,5
	Отвори при відношенні діаметра отвору до поперечного розміру перерізу від 0,1 до 0,33	2,0
	Риски від різця на поверхні виробу	1,2–1,4
	Кручення	
	Галтель при відношенні радіуса галтелі до найменшого діаметра вала:	
	0,02	1,8
	0,10	1,2
	0,20	1,1
	Канавки шпоночні	1,6–2,0

Для кольорових металів існує значно менше даних про величину коефіцієнта чутливості. Для сплаву магнія з алюмінієм, цинком і марганцем цей коефіцієнт дорівнює 0,15, в окремих випадках він підвищується до 0,25. Для алюмінієвих сплавів спостерігаються нижчі значення коефіцієнта концентрації напружень.

На рис. 7 наведені графіки зміни коефіцієнта $\alpha_{кт}$ залежно від ступеня різкості порушення форми деталі при розтяганні і стисканні, на рис. 8 – те саме при чистому згинанні. Коефіцієнти концентрації визначені на плоских зразках. Для круглих зразків з виточками і галтелями відповідні значення виявляються декілька меншими.

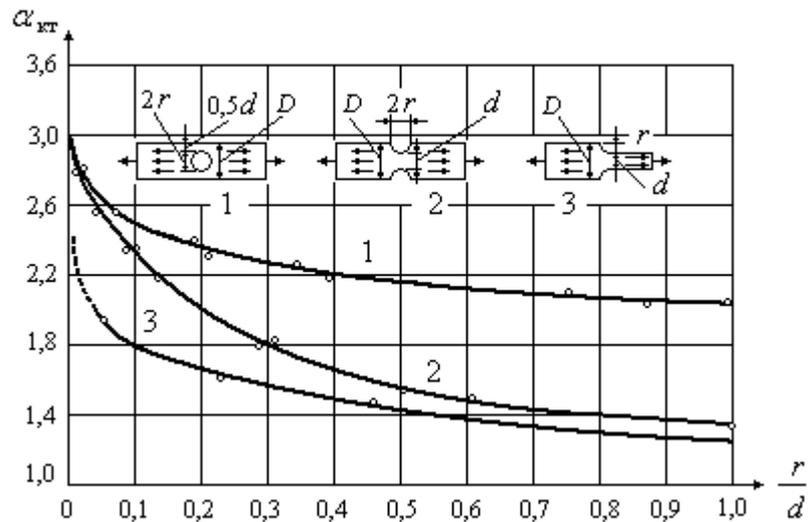


Рис. 7

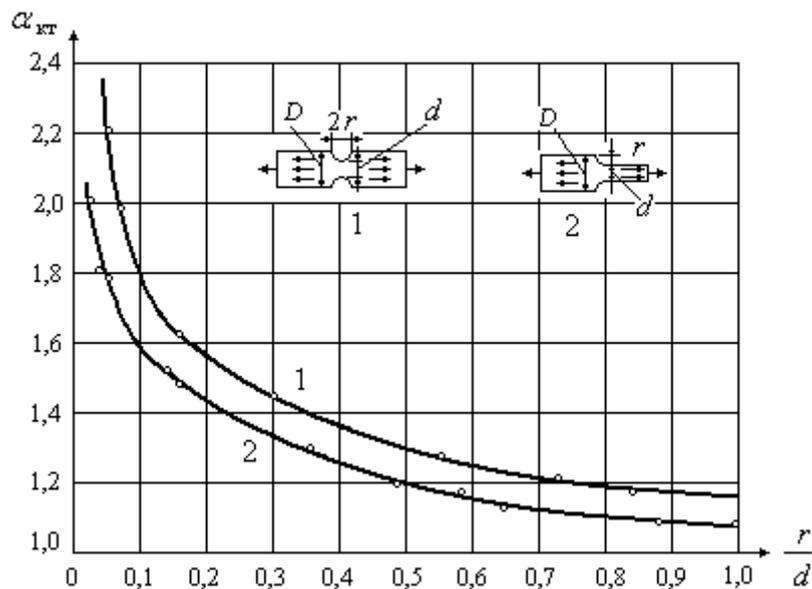


Рис. 8

Слід зазначити, що за допомогою таблиці 2 і графіків (рис. 7 і 8) визначаються теоретичні, тобто максимальні можливі значення коефіцієнтів концентрації.

Знаючи величину теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\alpha_{кт}$ і чутливість матеріалу q , величину ефективного коефіцієнта концентрації $\alpha_{кд}$ можна обчислити за формулою:

$$\alpha_{кд} = 1 + q(\alpha_{кт} - 1). \quad (8)$$

Це значення є наближеним. Для більшості чинників концентрації коефіцієнти $\alpha_{кт}$ і $\alpha_{кд}$ наводяться в спеціальних довідниках, наприклад [6].

Величина ефективного коефіцієнта концентрації напружень залежить від типу деформації і виду напруженого стану. При циклічному крученні ефективний коефіцієнт концентрації напружень виявляється нижчим, ніж при згинанні і може бути обчислений за формулою:

$$\alpha_{кд}^{\tau} = 1 + 0,6(\alpha_{кд}^{\sigma} - 1). \quad (9)$$

При визначенні ефективного коефіцієнта концентрації напружень використовують наближені емпіричні формули для сталі, у яких коефіцієнт концентрації залежить від границі міцності матеріалу:

$$\alpha_{кд} = 1,2 + 0,2 \frac{\sigma_B - 40}{110}. \quad (10)$$

При наявності різких переходів, надрізів, виточок емпірична формула має вигляд:

$$\alpha_{кд} = 1,5 + 1,5 \frac{\sigma_B - 40}{110}. \quad (11)$$

Практичне використання цих формул можливе, якщо границя міцності сталі перебуває в межах $\sigma_B = (400 \div 1300)$ МПа.

2. *Стан поверхні.* Для більшості деталей руйнування починається з поверхні. У зв'язку з цим стан поверхні істотно впливає на границю витривалості і довговічність конструкції. Коефіцієнт якості поверхні обчислюється за формулою:

$$\eta = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}}, \quad (12)$$

де σ_{-1} – границя витривалості ретельно полірованих лабораторних зразків; σ'_{-1} – границя витривалості для серії зразків, що мають дану обробку поверхні.

Величина коефіцієнта якості поверхні $\eta < 1$. Сам коефіцієнт характеризує зниження границі витривалості, якщо стан поверхні гірше еталонного (полірованого).

На рис. 9 наведені орієнтовні коефіцієнти якості поверхні різних сталей залежно від границі міцності.

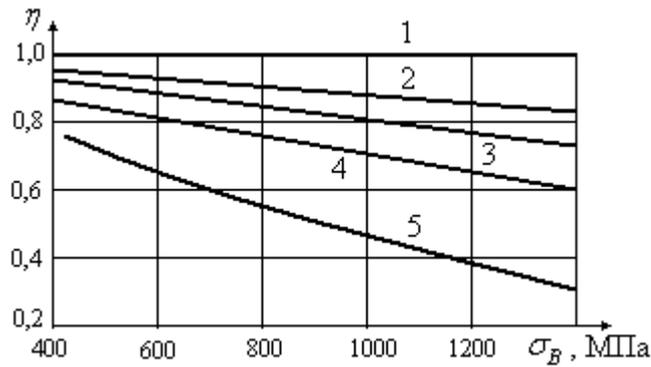


Рис. 9

Для еталонного (полірованого) зразка коефіцієнт якості поверхні (пряма № 1). Пряма № 2 відповідає шліфованим зразкам; пряма № 3 – тонкому обточуванню; пряма № 4 – грубому обточуванню. Крива № 5 відповідає зразкам, що мають окалину.

Для збільшення коефіцієнта η застосовують методи обробки, що підвищують витривалісну міцність: оброблення поверхонь деталей роликами або обдування сталевим або чавунним дробом. Підвищення границі витривалості при вказаних способах поверхневого зміцнення використовують для деталей з грубо обробленою поверхнею. Застосовують і інші способи для підвищення границі витривалості: термічна обробка поверхні струмами високої частоти, цементація або азотування.

3. *Корозія металу.* Корозійний стан середовища, в якому експлуатується деталь, вчиняє значний вплив на границю витривалості. На рис. 10 наведені графіки зниження коефіцієнта якості поверхні залежно від границі міцності при різній витримці в умовах корозії до випробування на витривалість.

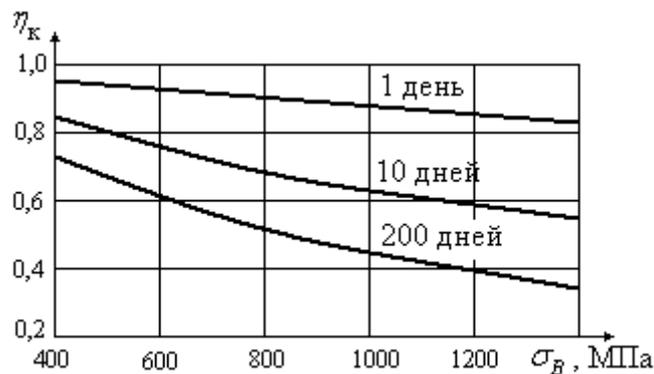


Рис. 10

4. *Масштаб деталі.* Експериментальні дослідження з визначенням ефективних коефіцієнтів концентрації напружень на зразках різних розмірів показали, що збільшення абсолютних розмірів зразка еквівалентне підвищенню коефіцієнта чутливості матеріалу до місцевих напружень, зростанню коефіцієнта концентрації i , отже, до зменшення границі витривалості.

Зниження границі витривалості з зростанням розмірів деталі викликається низкою обставин:

1. Зменшенням механічної міцності матеріалу при збільшенні діаметра зразків, оскільки в великих зразках вірогідніша наявність різних внутрішніх чинників концентрації напружень (неоднорідних включень, пузирів, мікротріщин та ін).

2. Зміною властивостей поверхневого шару після механічної обробки: матеріал отримує наклеп, який може виявитися відносно значним в малих зразках.

3. В малих зразках падіння напружень при переході до більш глибоко розташованих шарів металу відбувається інтенсивніше, ніж у великих.

4. Неоднорідністю механічних властивостей і напруженістю різних зерен у зв'язку з полікристалічною структурою металу і підвищенням вірогідності більш раннього руйнування, обумовленого втомою металу, із зростанням розмірів деталі.

Оцінка ступеня зниження границі витривалості при збільшенні розмірів зразка виконується за допомогою масштабного коефіцієнта :

$$\alpha_d = \frac{p_r}{p_r^d}, \quad (13)$$

де p_r – границя витривалості малого зразка (7–10мм); p_r^d – границя витривалості геометрично подібного великого зразка.

Графіки залежності масштабного коефіцієнта α_d від абсолютних розмірів зразка або деталі, наводяться на рис. 11.

Величина α_d залежить не лише від абсолютних розмірів деталі, але і від чинника концентрації напружень. На рис. 11 за допомогою кривої № 1 визначаються значення α_d для деталей з вуглецевих сталей за відсутності концентрації напружень, за допомогою кривої № 2 (для деталей з вуглецевих сталей при помірній концентрації напружень ($\alpha_{кд} < 2$) і для деталей з легованих сталей за відсутності концентрації напружень. За допомогою кривої № 3 визначаються значення коефіцієнта α_d для деталей з легованих сталей за наявності концентрації напружень.

Графіки, зображені на рис. 11, можна застосовувати для гладких зразків лише при згинанні і крученні, а для зразків з концентрацією напружень – при всіх видах напруженого стану [1].

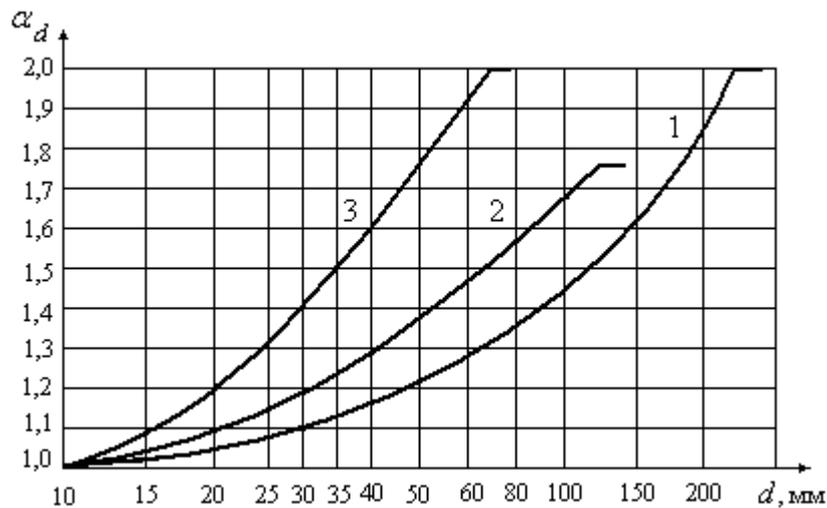


Рис. 11

Спільна дія концентрації напружень, розмірів деталі і стану поверхні оцінюють коефіцієнтом $\alpha_p^d = \frac{\alpha_{\text{кд}} \alpha_d}{\eta}$. Цей коефіцієнт можна назвати *загальним коефіцієнтом зниження границі витривалості при симетричному циклі*.

Таким чином, *ефективна границя витривалості* деталі при симетричному циклі дорівнює $p_{-1}^d = \frac{p_{-1}}{\alpha_p^d}$.

4. Діаграми граничних напружень і граничних амплітуд

Опір матеріалу дії повторно-змінних навантажень можна графічно описати за допомогою так званої діаграми Сміта або діаграми граничних напружень (рис. 12) [2].

Такі діаграми застосовують при асиметричних циклах. Уздовж горизонтальної осі відкладають середнє напруження p_m , уздовж вертикальної – найбільше p_{max} і найменше p_{min} напруження циклу. При відомій характеристиці циклу граничні значення напружень p_r^{max} , p_r^{min} , p_r^m визначають шляхом досліджень в результаті побудови кривих Веллера.

Починають побудову діаграми з симетричного циклу ($r = -1$). Граничним напруженням в цьому випадку є границя витривалості p_{-1} . Отже, $p_{-1}^{\text{max}} = p_{-1}$; $p_{-1}^{\text{min}} = -p_{-1}$; $p_{-1}^m = 0$. На діаграмі цьому циклу відповідають точки D і E. Нагадаємо, що при осьовому розтяганні і стисканні позначення напружень p слід замінити на σ , при крученні – на τ .

В результаті випробувань партії зразків при певному значенні характеристики циклу, знаходять найбільше і найменше значення напружень, при яких матеріал працює на границі витривалості:

$$p_r^{\max} = p_r; \quad p_r^{\min} = r \cdot p_r; \quad p_r^m = \frac{p_r^{\max} + p_r^{\min}}{2}.$$

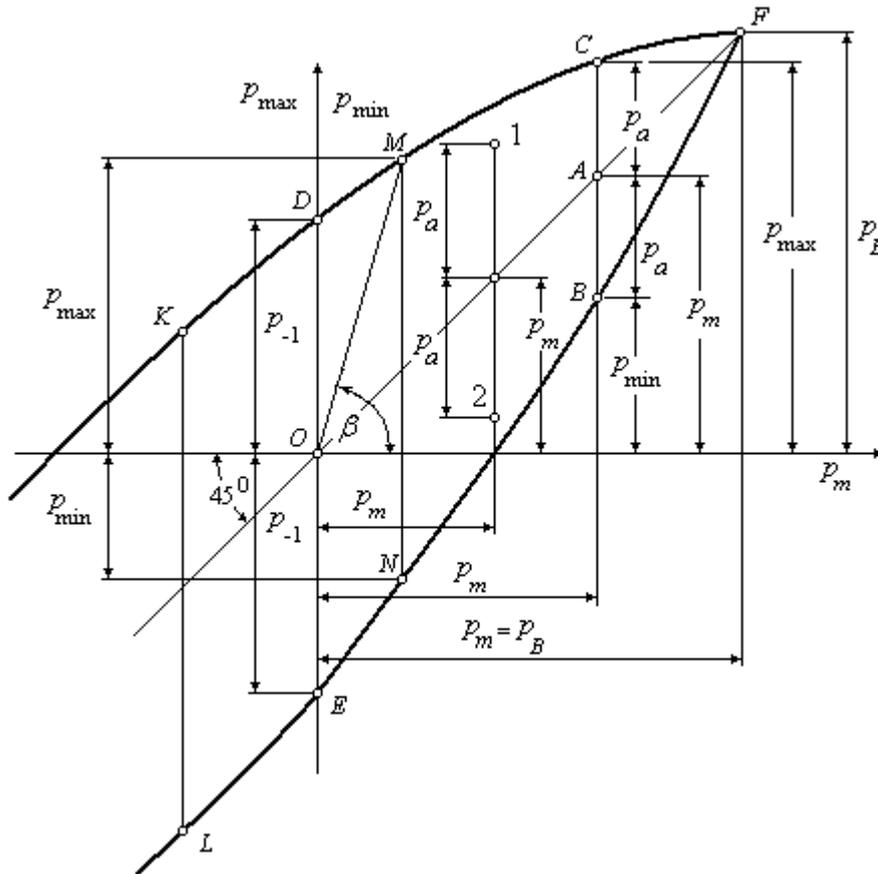


Рис. 12

Отримані напруження відкладаємо на діаграмі, наприклад, в точках М і N. Абсциса цих точок дорівнює p_r^m , ординати відповідно p_r^{\max} і p_r^{\min} . Далі так само для інших циклів знову знаходимо граничні напруження експериментальним шляхом і відкладаємо у точках С і В, К і L і т.д. Сполучаючи отримані точки кривими лініями, отримуємо діаграму Сміта.

Права крайня точка F діаграми відповідає циклу, при якому $p_{\max} = p_{\min} = p_m$, $r = +1$. Такий цикл характеризується сталим навантаженням. Граничним напруженням в цьому випадку є границя міцності p_B . Таким чином, крива KF є геометричним місцем границь витривалості матеріалу для різних циклів.

Для того, щоб знайти за допомогою побудованої діаграми границю витривалості матеріалу при заданому значенні характеристики циклу, потрібно виконати наступні операції:

1. Обчислити $\operatorname{tg} \beta = \frac{p_{\max}}{p_m} = \frac{2p_{\max}}{p_{\max} + p_{\min}} = \frac{2}{1+r}$.

2. З точки O провести промінь під кутом β до перетину з лінією KF.

3. Ордината точки перетинання дорівнюватиме величині границі витривалості p_r для заданого циклу.

Діаграма Сміта дозволяє судити про стан матеріалу при заданому коефіцієнті асиметрії циклу r і можливості розвитку в ньому тріщин, обумовлених втомою. Характеризується цей стан амплітудою циклу p_a . Якщо амплітуда циклу така, що максимальне напруження не перевищує границі витривалості, стан матеріалу можна вважати безпечним з точки зору утворення тріщин. Наприклад, цикл, що характеризується точками № 1 і № 2 є безпечним, оскільки точки № 1 і № 2 перебувають усередині області, окресленої кривими KF і LF.

При розрахунках на міцність при циклічних навантаженнях широко використовують діаграми граничних амплітуд (діаграми Хейя). Ці діаграми показують залежність між середнім напруженням і амплітудами граничних циклів, для яких максимальні напруження дорівнюють границям витривалості p_r .

Діаграма Хейя будується по точках. Для здобуття однієї точки діаграми необхідно випробувати серію однакових зразків (не менше 10 шт.) і побудувати криву Веллера, за допомогою якої визначити границю витривалості для циклу із заданою характеристикою r . Визначивши експериментальні значення p_r^{\max} для п'яти або шести циклів, отримуємо координати p_r^m і p_r^a в окремих точках, що належать граничній кривій. Експериментальним шляхом при циклі $r = +1$ знаходять границю витривалості, що дорівнює за величиною границі міцності p_B . На діаграмі цьому циклу відповідає точка В. З'єднуючи плавною кривою побудовані точки, отримуємо діаграму граничних амплітуд (рис. 13).

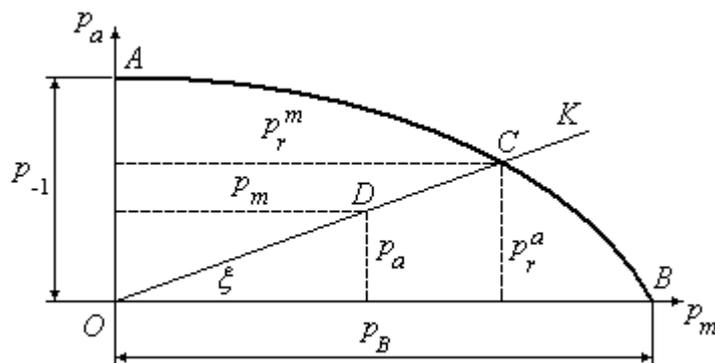


Рис. 13

Скористаємося діаграмою Хейя для визначення границі витривалості для асиметричного циклу з характеристикою r . Виберемо точку D з координатами p_m і p_a . Максимальне напруження в цій точці дорівнює $p_{\max} = p_m + p_a$. Відносячи величину амплітуди циклу p_a до середнього напруження циклу p_m , отримаємо рівняння прямої у вигляді:

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{P_a}{P_m} = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{P_{\max} + P_{\min}} = \frac{1-r}{1+r}. \quad (14)$$

Точки, що належать цій прямій, характеризують всі цикли із співвідношенням (14). На рис. 13 такою прямою є лінія ОК. Проводимо під кутом $\xi = \operatorname{arctg}\left(\frac{1-r}{1+r}\right)$ пряму до перетинання з кривою АВ і отримуємо для вибраного співвідношення $\frac{P_a}{P_m}$ точку С з координатами p_r^m і p_r^a , що відповідають границі витривалості матеріалу.

Точки, розташовані на кривій АСВ зображують напружений стан перебування матеріалу на границі витривалості. Величина границі витривалості при заданому відношенні $\frac{P_a}{P_m}$ визначається сумою координат точки кривої АСВ: $p_r = p_r^a + p_r^m$ (при від'ємному p_r^m доданок p_r^a слід брати із знаком мінус, оскільки в цьому випадку $p_r = p_r^{\min}$). Коефіцієнт запасу міцності на витривалість дорівнює:

$$n_r = \frac{p_r^{\max}}{P_{\max}}. \quad (15)$$

Статичному навантаженню відповідає точка В. У цій точці амплітуда циклу $p_a = 0$, середнє напруження p_m дорівнює границі міцності матеріалу p_B . Точка А відповідає границі витривалості p_{-1} для асиметричного циклу.

Діаграма граничних амплітуд показує, що всі точки, що перебувають усередині площі ОАСВ, відповідають циклам напружень, безпечним за відношенням до можливості утворення тріщин, обумовлених втомою.

Аналітична залежність між границею витривалості, границею міцності і характеристикою циклу може бути описана у вигляді наступного виразу [1]:

$$p_r^a = p_{-1} \left[1 - n_1 \frac{p_r^m}{p_B} - n_2 \left(\frac{p_r^m}{p_B} \right)^2 \right]. \quad (16)$$

Коефіцієнти n_1 і n_2 мають різні чисельні значення залежно від властивостей матеріалу.

5. Уявлення про діаграми руйнівних напружень і амплітуд

У загальному випадку руйнування деталі відбувається в результаті розвитку тріщини при дії повторно-змінного навантаження або за відсутності циклічного навантаження шляхом руйнування від втрати міцності при

досягненні матеріалом границі міцності p_B . Слід зазначити, що при використанні пластичних матеріалів порушення нормальної роботи конструкції відбувається вже при настанні границі текучості p_T . Для багатьох машинобудівних конструкцій настання текучості є граничним станом, оскільки при цьому з'являються залишкові деформації, що в машинобудуванні є недопустимим. Тому для машинобудівних конструкцій границю текучості можна умовно назвати *руйнівним напруженням*. У зв'язку з цим, щоб отримати повний графік руйнівних напружень, необхідно на діаграмі граничних амплітуд нанести лінію, що зображує напружений стан текучості $p_{\max} = p_T$ (рис. 14).

Графік руйнівних напружень зобразиться лінією АМВНЕ, заштрихованою на рисунку. Оскільки цей графік досить складний, в запас міцності його можна замінити двома прямими АВ і ВЕ, показаними на рисунку пунктиром. Таким чином, епюра Сміта для руйнівних напружень має вигляд трикутника АВЕ з ординатами p_T (границя текучості) в точці В і p_{-1} (границя витривалості) в точках А і Е.

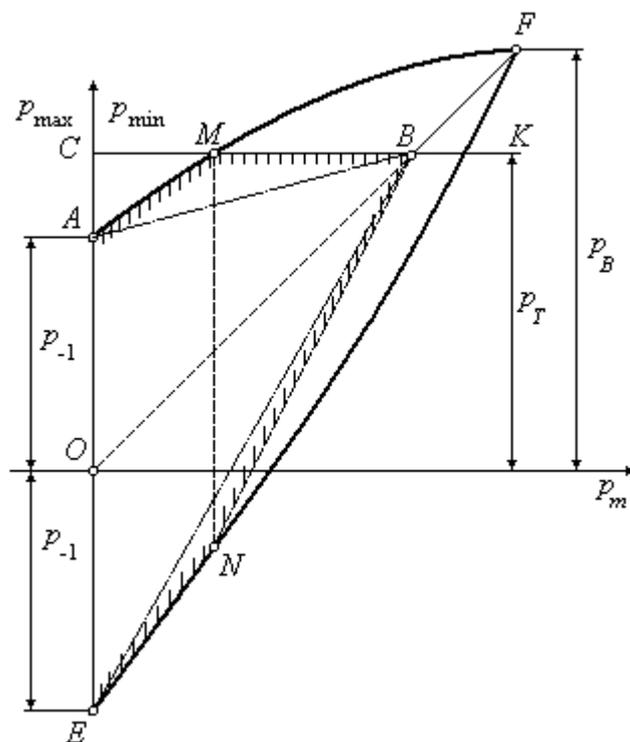


Рис. 14

Зв'язок границі витривалості при розтяганні і стисканні, згинанні і крученні у вигляді $p_{-1} = \beta_k \sigma_B$ наведений вище. Нижче (таблиця 3) наведемо для деяких матеріалів подібні залежності між границею текучості і границею міцності у вигляді $p_T = \beta_T \sigma_B$.

Залежності між границею текучості і границею міцності

Матеріал	Вид деформації	Границя текучості
Вуглецеві сталі	Розтягання і стискання	$\sigma_T^0 = (0,56 \div 0,6) \cdot \sigma_B$
Те ж саме	Згинання	$\sigma_T^H = 1,2\sigma_T^0 = (0,67 \div 0,72) \cdot \sigma_B$
Те ж саме	Кручення	$\tau_T^H = 0,6\sigma_T^0 = (0,34 \div 0,36) \cdot \sigma_B$
Спеціальні сталі	Розтягання і стискання	$\sigma_T^0 = (0,75 \div 0,8) \cdot \sigma_B$
Те ж саме	Згинання	$\sigma_T^H = 1,11\sigma_T^0 = (0,83 \div 0,89) \cdot \sigma_B$
Те ж саме	Кручення	$\tau_T^H = 0,6\sigma_T^0 = (0,45 \div 0,48) \cdot \sigma_B$

Дані, наведені у таблиці 3, дозволяють встановити положення точки на діаграмі граничних напружень (рис. 15).

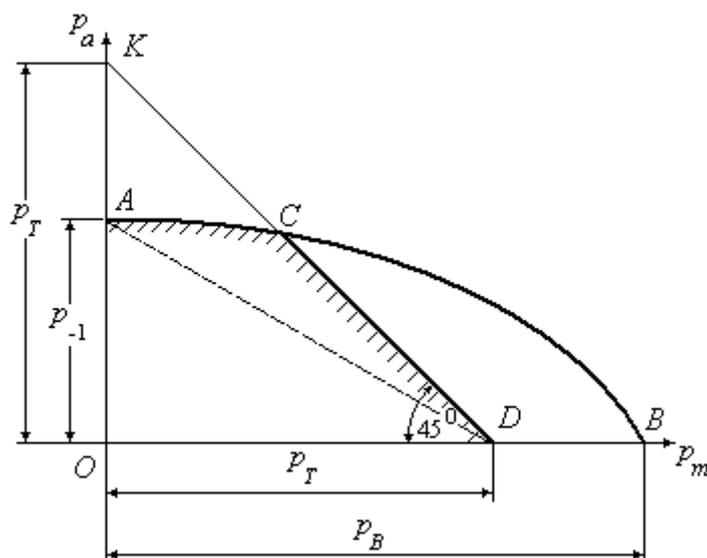


Рис. 15

Побудуємо діаграму руйнівних амплітуд для пластичних матеріалів. На діаграмі Хейя виділимо зону, що відповідає циклам з максимальними напруженнями, меншими за границю текучості. Для цього з точки D, абсциса якої дорівнює границі текучості, проведемо пряму, нахилена під кутом 45° до осі абсцис. На осі ординат ця пряма відсіче відрізок ОК, який відповідає границі текучості p_T . Для будь-якого циклу, зображеного точками лінії DK, максимальне напруження дорівнює границі текучості. Таким чином, всі цикли, безпечні як відносно руйнування від втрати витривалості, так і відносно виникнення текучості, зображаються точками області OACD.

Ділянка діаграми АС є криволінійною. Побудувати її важко через відсутність необхідних експериментальних даних. Тому діаграму на цій ділянці описують прямою лінією, проведеною, наприклад, через дві точки, граничне напруження у яких відоме. Отримана таким чином діаграма наведена на рис. 16,а.

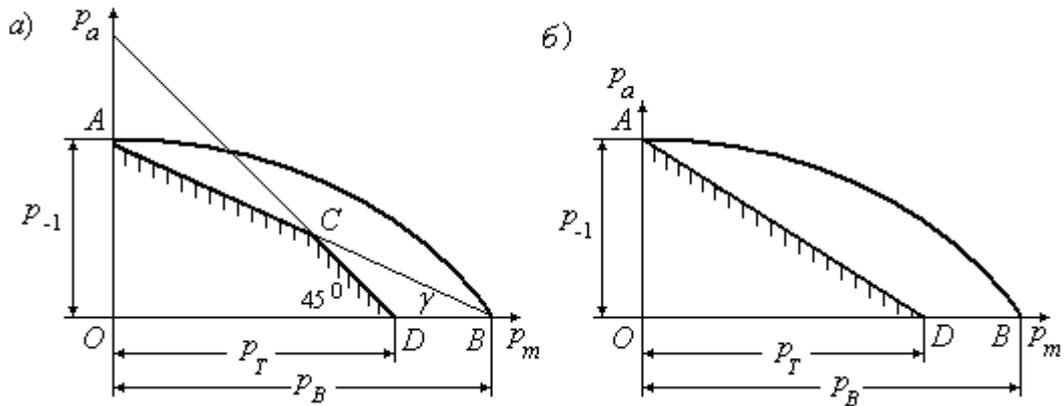


Рис. 16

Інколи з метою ще більшого спрощення діаграми руйнівних амплітуд точки діаграми А і D сполучають прямою лінією. Така діаграма є трикутником OAD (рис. 16,б), граничні напруження, визначенні за допомогою цієї діаграми, виявляються заниженими, збільшуючи таким чином запас міцності.

6. Визначення коефіцієнта запасу міцності. Умова міцності при змінному напруженні

Розрахунки елементів конструкцій і деталей машин, що працюють при повторно-змінних навантаженнях, у більшості випадків виконують як *перевірочні*. Для деталі, що працює в умовах циклічного навантаження, або конструкції визначають коефіцієнт запасу міцності з урахуванням наявності концентраторів напружень, розмірів деталі, стану поверхні та ін. і порівнюють із значенням допустимого коефіцієнта запасу міцності. Умова міцності при такому перевірочному розрахунку має вигляд:

$$n \geq [n]. \quad (17)$$

Величина коефіцієнта міцності $[n]$ є нормативною величиною і її призначають, виходячи з умов роботи, точності визначення навантаження і т.п. Зазвичай цей коефіцієнт дорівнює $[n] = 1,4 \div 3,0$.

При проведенні проектувального розрахунку спочатку приблизно визначають розміри деталі за звичайними формулами опору матеріалів без змінності напружень, але при занижених значеннях допустимих напружень.

Потім виконується додатковий перевірочний розрахунок деталі вже з урахуванням змінності напружень і впливу різних технологічних чинників на втомленісну міцність деталі. За результатами перевірочного розрахунку обчислюються коефіцієнти запасу міцності для декількох небезпечних перерізів деталі і порівнюються з допустимими коефіцієнтами запасу, які призначають для деталей, аналогічних тим, що розраховуються, за заданих умов їх експлуатації.

В більшості випадків при визначенні коефіцієнта запасу міцності припускають, що робочий цикл напружень в деталі, що розраховується, і граничний подібні. Найпростіше коефіцієнт запасу визначається для симетричного циклу, оскільки границя витривалості матеріалу є відомою. Границя витривалості деталі, що розраховується, визначається з урахуванням коефіцієнта зниження границі витривалості.

Коефіцієнт запасу міцності є відношенням ефективної границі витривалості, визначеної для деталі, до номінального значення максимального напруження, що виникає в небезпечній точці деталі.

Номінальним називається напруження, яке визначається за формулами опору матеріалів *без урахування повторно-змінних навантажень*.

Наведемо залежності для визначення коефіцієнта запасу при симетричному циклі для наступних типів деформації:

1. Згинання:

$$n^{3\Gamma} = \frac{\sigma_{-1}^{\Delta}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1}^{3\Gamma}}{\alpha_{\sigma}^{\Delta} \cdot \sigma_{\max}}. \quad (18)$$

2. Розтягання-стискання:

$$n^0 = \frac{\sigma_{-1}^{\Delta}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1}^0}{\alpha_{\sigma}^{\Delta} \cdot \sigma_{\max}}. \quad (19)$$

3. Кручення:

$$n^{\kappa} = \frac{\tau_{-1}^{\Delta}}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_{-1}^{\kappa}}{\alpha_{\tau}^{\Delta} \cdot \tau_{\max}}. \quad (20)$$

Розглянемо визначення коефіцієнта запасу для несиметричних циклів. Скористаємося схематизованою діаграмою граничних амплітуд (рис. 17).

Точка N, що зображує робочий цикл напружень, перебуває усередині області ОАС. У точці M, яка знаходиться на тому ж промені, що і точка N, виникне напруження, що викликає руйнування від втрати витривалості. Оскільки цикли в точці N і в точці M подібні, коефіцієнт запасу при руйнуванні від втрати витривалості визначимо як відношення:

$$n = \frac{OM_1 + MM_1}{ON_1 + NN_1} = \frac{OM}{ON}.$$

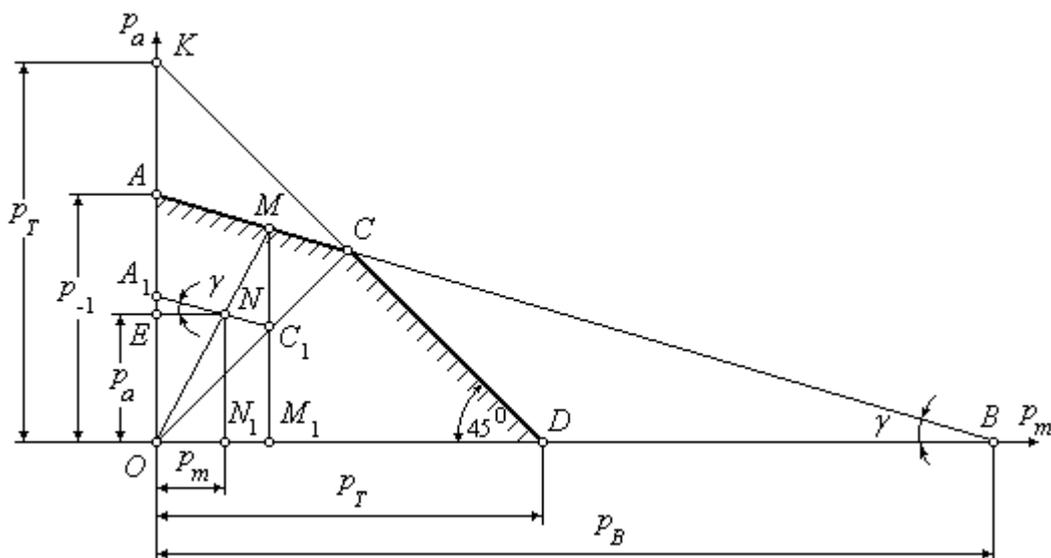


Рис. 17

Проведемо через точку N пряму A_1C_1 , паралельну прямій AC, і горизонтальну лінію NE. З подібності трикутників OAM і OA_1M випливає, що

$$n = \frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OA_1}. \quad (a)$$

З рис. 17 видно, що $OA = p_{-1}$; $OA_1 = OE + EA_1 = p_a + p_m \operatorname{tg} \gamma$.

Підставляючи набуті значення OA і OA_1 у вираз (a), отримуємо:

$$n = \frac{p_{-1}}{p_a + p_m \operatorname{tg} \gamma}. \quad (21)$$

Вираз (21) для коефіцієнта запасу отриманий для ідеальних лабораторних зразків. При визначенні коефіцієнта запасу міцності для неідеальних зразків слід враховувати вплив коефіцієнта зниження границі витривалості α_p^d . Експериментальні дослідження показують, що концентрація напружень, масштаб деталі, стан поверхні впливають на зміну граничних амплітуд і практично не впливають на граничне середнє напруження. Тому при отриманні остаточного виразу для коефіцієнта запасу міцності n коефіцієнт зниження границі витривалості α_p^d помножимо лише на значення граничної амплітуди. Загальний вираз для коефіцієнта n має вигляд:

$$n = \frac{p_{-1}}{\alpha_p^d p_a + p_m \operatorname{tg} \gamma}. \quad (22)$$

Підставляючи у вираз (22) замість p позначення для нормальних напружень σ і дотичних напружень τ , отримуємо наступні вирази:

при згинанні

$$n = \frac{\sigma_{-1}^{3\Gamma}}{\alpha_{\sigma}^{\Delta} \sigma_a + \sigma_m \operatorname{tg} \gamma}; \quad (23)$$

при крученні

$$n = \frac{\tau_{-1}^{\kappa}}{\alpha_{\tau}^{\Delta} \tau_a + \tau_m \operatorname{tg} \gamma_1}. \quad (24)$$

Вводячи позначення: $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_B} = \psi_{\sigma}$ і $\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{\tau_{-1}}{\tau_B} = \psi_{\tau}$ і підставляючи у вирази (23), (24) отримуємо остаточні формули для визначення коефіцієнтів запасу міцності при руйнуванні від втрати витривалості:

при згинанні

$$n_{\sigma}^{3\Gamma} = \frac{\sigma_{-1}^{3\Gamma}}{\alpha_{\sigma}^{\Delta} \sigma_a + \sigma_m \psi_{\sigma}}; \quad (25)$$

при крученні

$$n_{\tau}^{\kappa} = \frac{\tau_{-1}^{\kappa}}{\alpha_{\tau}^{\Delta} \tau_a + \tau_m \psi_{\tau}}; \quad (26)$$

при розтяганні і стисканні

$$n_{\sigma}^0 = \frac{\sigma_{-1}^0}{\alpha_{\sigma}^{\Delta} \sigma_a + \sigma_m \psi_{\sigma}}. \quad (27)$$

Систематика багаточисельних досліджень показала, що значення кутового коефіцієнта ψ_{σ} для вуглецевих сталей лежать в межах $0,1 \div 0,2$ і $0,1 \div 0,3$ для легованих. При крученні значення цього коефіцієнта істотно менше. Для вуглецевих сталей інтервал зміни коефіцієнта ψ_{τ} становить $0,05 \div 0,1$, для легованих $0,1 \div 0,15$.

У таблиці 4 наводяться значення коефіцієнтів ψ_{σ} і ψ_{τ} для ряду вуглецевих і легованих сталей при різних видах деформації залежно від границі міцності [2].

Формула (25) отримана для циклів з додатним середнім напруженням ($\sigma_m \geq 0$). Для циклів з від'ємним середнім напруженням (стискання) слід вважати $\psi_{\sigma} = 0$, з огляду на припущення, що в зоні стискання лінія граничних напружень паралельна осі абсцис.

Значення коефіцієнтів ψ_σ і ψ_τ для вуглецевих і легованих сталей

σ_B , МПа	ψ_σ	ψ_τ
350-550	0	0
520-750	0,05	0
100-1000	0,10	0,05
1000-1200	0,20	0,10
1200-1400	0,25	0,15

При розв'язку практичних задач разом з коефіцієнтом запасу з руйнування від втрати витривалості необхідно визначати коефіцієнт запасу з текучості. При згинанні або розтяганні і стисканні цей коефіцієнт слід визначати за формулою:

$$n_\sigma^T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_T}{\sigma_a + \sigma_m}. \quad (28)$$

При крученні

$$n_\tau^T = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_T}{\tau_a + \tau_m}. \quad (29)$$

В якості розрахункового слід приймати менший з коефіцієнтів запасу, визначений за формулами (25)-(27) або (28)-(29).

При визначенні коефіцієнта запасу витривалостної міцності при складному напруженому стані, наприклад, плоскому, характерному для одночасного виникнення згинання з крученням, кручення з розтяганням (стисканням) або згинання з крученням і розтяганням (стисканням), використовують відомі гіпотези граничних станів при змінних навантаженнях. При згинанні з крученням за наявності циклічних напружень найчастіше використовується емпірична формула Гафа і Полларда:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2}, \quad (30)$$

де n – коефіцієнт запасу витривалостної міцності; n_σ – запас витривалостної міцності при згинанні у припущенні, що дотичне напруження відсутнє, визначається за формулою (25); n_τ – запас витривалостної міцності при крученні у припущенні, що нормальне напруження відсутнє, визначається за формулою (26).

Після нескладних перетворень формули (30) отримуємо вираз для коефіцієнта запасу витривалостної міцності у вигляді:

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}. \quad (31)$$

Наведена формула придатна для використання не лише в разі синфазної зміни нормальних і дотичних напружень, але і при таких циклах, коли максимуми цих напружень досягаються не одночасно.

Проектувальний розрахунок в запас міцності зручно виконувати за допомогою усічених діаграм граничних напружень (рис. 14) і граничних амплітуд (рис. 16,б) [1]. Діаграма граничних напружень на рис. 14 і 18 представлена трикутником АВЕ.

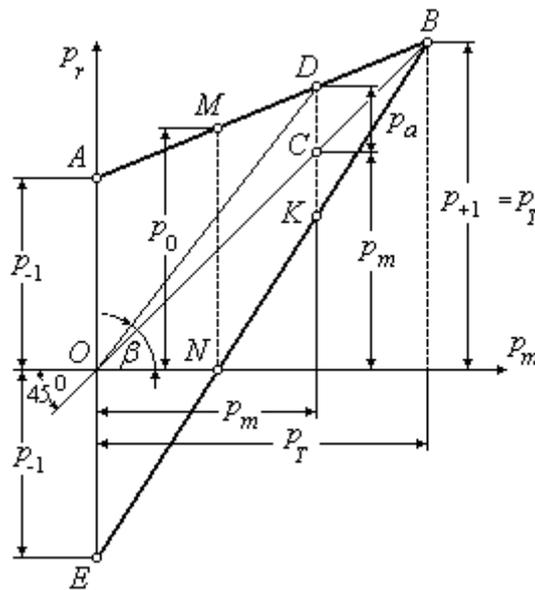


Рис. 18

Ординати прямої АВ є величинами границь витривалості p_r для різних значень характеристики циклу r . З діаграми випливає, що для випадку сталого навантаження допустиме напруження $p_{+1} = p_T$ зображується ординатою точки В. Для випадку симетричного циклу допустиме напруження $p_{-1} = p_{-1}$ зображується ординатою точки А. При однобічному циклі (пульсуючому) величина допустимого напруження зображується точкою М.

Проводячи з точки О промінь до точки D під кутом β , знаходимо:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{p_{\max}}{p_m} = \frac{2p_{\max}}{p_{\max} + p_{\min}} = \frac{2}{1+r}. \quad (32)$$

З діаграми граничних напружень (рис. 12) випливає, що $p_{\max} = p_a + p_m$. У граничному випадку максимальне напруження циклу для пластичних матеріалів дорівнює границі текучості:

$$P_{\max} = P_m + P_a = P_T \cdot \quad (33)$$

Зобразимо діаграму граничних амплітуд в усіченому вигляді (рис. 19).

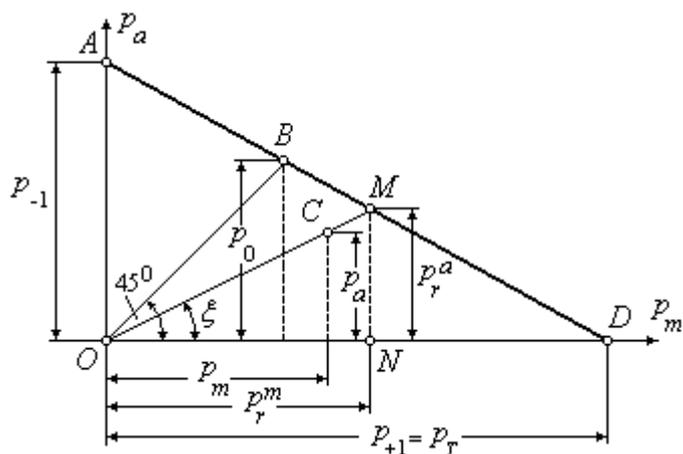


Рис.19

Через точку С проведемо пряму ОМ. Рівняння цієї прямої описане виразом (14):

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{1-r}{1+r}.$$

У точці М при заданому співвідношенні $\frac{P_a}{P_m}$ амплітуда напружень p_r^a відповідає границі витривалості. Знайдемо цю амплітуду з подібності трикутників OAD і NMD:

$$\frac{MN}{OA} = \frac{ND}{OD}$$

або після підстановки напружень:

$$\frac{p_r^a}{p_{-1}} = \frac{p_{+1} - p_r^m}{p_{+1}} = \frac{p_{+1} - p_r^a \cdot \operatorname{ctg} \xi}{p_{+1}} = \frac{p_{+1} - p_r^a \cdot \frac{r+1}{r-1}}{p_{+1}}.$$

Вирішуючи це рівняння відносно, отримуємо p_r^a :

$$p_r^a = \frac{p_{-1} p_{+1} (r-1)}{p_{+1} (r-1) - p_{-1} (r+1)}; \quad p_r^m = p_r^a \operatorname{ctg} \xi = p_r^a \frac{r+1}{r-1}.$$

Складаючи p_r^a і p_r^m , набуваємо значення границі витривалості:

$$p_r = \frac{2p_{-1}p_{+1}}{p_{+1}(1-r) + p_{-1}(1+r)}. \quad (34)$$

Визначаємо величину ефективної границі витривалості для симетричного циклу і допустимі значення для p_{-1}^d і p_{+1} :

$$p_{-1}^d = \frac{p_{-1}}{\alpha_p^d} = \frac{p_{-1}}{\alpha_{\text{кд}} \alpha_d \mu^{-1}}; \quad [p_{-1}^d] = \frac{p_{-1}^d}{n_0} = \frac{p_{-1}^d}{\alpha_{\text{кд}} \alpha_d \eta^{-1} n_0}; \quad [p_{+1}] = \frac{p_T}{n_0}.$$

Підставляючи у вираз (34) допустимі значення для p_{-1}^d і p_{+1} , отримуємо величину допустимого напруження:

$$[p_r] = \frac{2[p_{-1}] \cdot [p_{+1}]}{[p_{+1}] \cdot (1-r) + [p_{-1}] \cdot (1+r)}. \quad (35)$$

Умова міцності для асиметричного циклу набуває вигляду:

$$p_{\text{max}}^{\text{НОМ}} \leq [p_r]. \quad (36)$$

Якщо змінні навантаження супроводжуються різкими ударами, допустиме напруження p_r слід розділити на додатковий коефіцієнт запасу $n_{\text{дин}}$. Величина цього коефіцієнта міняється залежно від асиметрії цикла: чим різкіше міняється напруження, тим вище цей коефіцієнт. Для сталого навантаження він має дорівнювати одиниці, для симетричного цикла $n_{\text{дин}} > 1$. Чисельні значення коефіцієнта $n_{\text{дин}}$ зазвичай коливаються від 1 до 2.

Приклад № 1

Визначити допустиме напруження при згинанні $[\sigma_{-1}^{\text{зг}}]$ для пальця кривошипа діаметром $d = 100$ мм, що має галтель радіусом $r = 4$ мм. Палець виготовлений з маловуглецевої сталі з границею міцності $\sigma_B = 500$ МПа. Поверхня пальця шліфувана. Цикл напружень симетричний. Основний коефіцієнт міцності прийняти $n_0 = 1,6$. Палець не зазнає динамічної дії, коефіцієнт динамічності дорівнює $n_{\text{дин}} = 1$.

Розв'язок:

1. Визначаємо границю витривалості для симетричного циклу при згинанні $\sigma_{-1}^{\text{зг}}$.

Границя витривалості для різних матеріалів і типів деформації є величиною, що визначається з експерименту. В тому випадку, якщо даних експерименту немає, можна скористатися співвідношеннями (4) між

значеннями границі витривалості для симетричного цикла і величиною границі міцності при розтяганні σ_B для сталей різних марок. Остання величина легко визначається експериментальним шляхом і наведена для різних матеріалів у довідниках з опору матеріалів.

$$\sigma_{-1}^0 = 0,28\sigma_B; \quad \sigma_{-1}^{3r} = 0,4\sigma_B; \quad \tau_{-1} = 0,22\sigma_B.$$

Полець кривошипа працює на згинання. Тому границя витривалості дорівнює:

$$\sigma_{-1}^{3r} = 0,4\sigma_B = 0,4 \cdot 500 = 200 \text{ МПа.}$$

2. Визначаємо величину теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\alpha_{кт}$.

При визначенні значень коефіцієнта $\alpha_{кт}$ можна скористатися даними таблиці 2, де наведені деякі значення $\alpha_{кт}$ для круглих сталевих стержнів.

Радіус галтелі $r = 4$ мм. Діаметр пальця кривошипа $d = 100$ мм.

Відношенні радіуса галтелі до найменшого діаметра вала дорівнює:

$$\frac{r}{d} = \frac{4}{100} = 0,04.$$

При такому відношенні теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\alpha_{кт} = 1,83$.

3. Визначаємо коефіцієнт чутливості q матеріалу до місцевої напружень.

Чутливість матеріалу до місцевої напружень q визначають за допомогою графіків, що встановлюють залежність коефіцієнта чутливості q від границі міцності матеріалу і від теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\alpha_{кт}$. Скористаємося графіками, наведеними на рис. 6. За графіком чутливість маловуглецевої сталі з границею міцності $\sigma_B = 500$ МПа і теоретичним коефіцієнтом концентрації напружень $\alpha_{кт} = 1,83$ становить $q = 0,52$.

4. Визначаємо ефективний коефіцієнт концентрації напружень $\alpha_{кд}$.

Величину ефективного коефіцієнта концентрації напружень можна визначити за допомогою формули (8):

$$\alpha_{кд} = 1 + q(\alpha_{кт} - 1) = 1 + 0,52 \cdot (1,83 - 1) = 1,43.$$

5. Визначаємо масштабний коефіцієнт α_d .

Для визначення масштабного коефіцієнта α_d скористаємося графічними залежностями, наведеними на рис. 11. Крива № 1 описує величину масштабного коефіцієнта α_d для деталей з вуглецевих сталей за відсутності

концентрації напружень. Для деталей з вуглецевих сталей при помірній концентрації напружень ($\alpha_{кд} < 2$) і для деталей з легованих сталей за відсутності концентрації напружень використовується крива № 2. За допомогою кривої № 3 визначаються значення коефіцієнта α_d для деталей з легованих сталей за наявності концентрації напружень.

Скористаємося кривою № 2. З графіка випливає, що при $\alpha_{кт} = 1,83$ масштабний коефіцієнт $\alpha_d = 1,68$.

6. Визначаємо коефіцієнт стану поверхні η .

Вплив на границю витривалості агресивного середовища враховується графіками, наведеними на рис. 10. Зниження якості поверхні характеризується коефіцієнтом η , величина якого залежить від границі міцності при різній витримці в умовах корозії до випробування на витривалість.

Вважаючи, що перебування в умовах дії корозійного середовища складає 1 добу, коефіцієнт стану поверхні η при $\sigma_B = 500$ МПа дорівнює $\eta = 0,95$.

7. Обчислюємо коефіцієнт зниження границі витривалості $\alpha_\sigma^д$.

Коефіцієнт зниження границі витривалості при симетричному циклі знаходимо, скориставшись виразом $\alpha_\sigma^д = \frac{\alpha_{кд} \alpha_d}{\eta} = \frac{1,43 \cdot 1,68}{0,95} = 2,53$.

8. Визначаємо допустиме напруження циклу $[\sigma_{-1}^{зг}]$:

$$[\sigma_{-1}^{зг}] = \frac{\sigma_{-1}^{зг}}{\alpha_\sigma^д \cdot n_0 \cdot n_{дин}} = \frac{500}{2,53 \cdot 1,6 \cdot 1} = 49,41 \text{ МПа.}$$

Приклад № 2

Сталевий шліфований вал з галтеллю (рис. 20) працює на кручення за асиметричним циклом. Найбільше значення моменту $M = 0,75$ кНм, найменше значення $M = -0,25$ кНм. Механічні характеристики витривалостної міцності: $\tau_{-1} = 110$ МПа; $\sigma_B = 500$ МПа. Визначити коефіцієнт запасу витривалостної міцності.

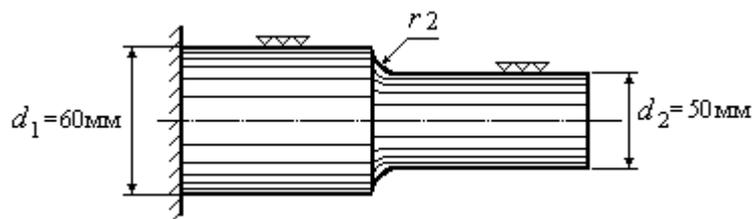


Рис. 20

Розв'язок:

1. Визначаємо номінальні напруження на ділянці вала τ_{max} , τ_{min} .

Найбільше номінальне дотичне напруження виникає на другій ділянці вала з діаметром $d_2 = 50$ мм:

$$\tau_{\max} = \frac{16M_{\max}}{\pi d_2^3} = \frac{16 \cdot 0,75,0 \cdot 10^3}{\pi \cdot 5,0^3 \cdot 10^{-6}} 10^{-6} = 30,56 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\min} = \frac{16M_{\min}}{\pi d_2^3} = \frac{16 \cdot (-0,25) \cdot 10^3}{\pi \cdot 5,0^3 \cdot 10^{-6}} 10^{-6} = -10,19 \text{ МПа}.$$

2. Визначаємо середнє напруження циклу τ_m .

Середнє напруження циклу дорівнює:

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} = \frac{30,56 - 10,19}{2} = 10,185 \text{ МПа}.$$

3. Визначити амплітуду циклу τ_a .

Амплітуда циклу становить:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = \frac{30,56 + 10,19}{2} = 20,375 \text{ МПа}.$$

4. Визначаємо коефіцієнт концентрації напружень $\alpha_{\text{КТ}}^{\sigma}$, чутливість матеріалу до концентрації напружень q , ефективний коефіцієнт концентрації напружень $\alpha_{\text{КД}}^{\sigma}$, ефективний коефіцієнт концентрації напружень $\alpha_{\text{КД}}^{\tau}$, масштабний коефіцієнт α_d , коефіцієнт якості поверхні η .

Перераховані коефіцієнти дорівнюють: $\alpha_{\text{КТ}}^{\sigma} = 1,83$; $q = 0,52$; $\alpha_{\text{КД}}^{\sigma} = 1,43$; $\alpha_{\text{КД}}^{\tau} = 1 + 0,6(\alpha_{\text{КД}}^{\sigma} - 1) = 1 + 0,6(1,43 - 1) = 1,26$; $\alpha_d = 1,38$; $\eta = 0,92$. Методика визначення коефіцієнтів викладена в прикладі № 1.

5. Обчислюємо загальний коефіцієнт зниження границі витривалості $\alpha_{\tau}^{\text{Д}}$. Загальний коефіцієнт зниження границі витривалості при симетричному

знайдемо за формулою: $\alpha_{\tau}^{\text{Д}} = \frac{\alpha_{\text{КД}}^{\tau} \alpha_d}{\eta} = \frac{1,26 \cdot 1,38}{0,92} = 1,89$.

6. Визначаємо кутовий коефіцієнт ψ .

Виходитимемо з того, що при крученні для вуглецевих сталей інтервал зміни цього коефіцієнта складає $0,05 \div 0,1$. Приймаємо $\psi = 0,075$.

7. Знаходимо коефіцієнт запасу витривалостної міцності n_{τ} :

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\alpha_{\tau}^{\text{Д}} \tau_a + \psi \tau_m} = \frac{110}{1,89 \cdot 20,375 + 0,075 \cdot 10,185} = 2,8.$$

Приклад № 3

Визначити величину допустимого напруження для балки, виготовленої з вуглецевої сталі Ст. 3 з характеристиками $\sigma_T^{3r} = 350$ МПа, $\sigma_{-1}^{3r} = 260$ МПа, що зазнає змінного згинання при циклі з коефіцієнтом асиметрії $r = -0,7$. Основний коефіцієнт запасу міцності $n_0 = 1,6$. Загальний коефіцієнт зниження границі витривалості $\alpha_\sigma^d = 2,704$.

Розв'язок:

1. Визначаємо величину допустимого напруження при сталому навантаженні:

$$[\sigma_{+1}^{3r}] = \frac{\sigma_T^{3r}}{n_0} = \frac{350}{1,6} = 218,75 \text{ МПа.}$$

2. Визначаємо величину допустимого напруження при симетричному циклі:

$$[\sigma_{-1}^{3r}] = \frac{\sigma_{-1}^{3r}}{\alpha_\sigma^d n_0} = \frac{260}{2,704 \cdot 1,6} = 60,1 \text{ МПа.}$$

3. Визначаємо величину допустимого напруження при асиметричному циклі. Скористаємося виразом (35):

$$[\sigma_{-0,7}^{3r}] = \frac{2[\sigma_{+1}^{3r}] \cdot [\sigma_{-1}^{3r}]}{(1-r)[\sigma_{+1}^{3r}] + (1+r)[\sigma_{-1}^{3r}]} = \frac{2 \cdot 218,75 \cdot 60,1}{[1 - (-0,7)] \cdot 218,75 + (1 - 0,7) \cdot 60,1} = 67,44 \text{ МПа.}$$

Приклад № 4

Циліндрична гвинтова пружина має $n = 12$ витків при середньому діаметрі витка $D = 40$ мм і діаметрі проволочки $d = 2$ мм. Пружина виготовлена з хромистої сталі з характеристиками $\tau_T = 550$ МПа, $\tau_{-1}^{кр} = 270$ МПа. Пружина заздалегідь стиснута на $\lambda = 5$ мм. Найбільша амплітуда деформації пружини під час роботи $\Delta\lambda = \pm 3$ мм. Перевірити міцність пружини при коефіцієнті запасу міцності $n_0 = 1,8$. Загальний коефіцієнт зниження границі витривалості дорівнює $\alpha_\tau^d = 2,5$. Модуль зсуву матеріалу пружини $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Розв'язок:

1. Визначаємо найбільшу λ_{\max} і найменшу λ_{\min} деформацію пружини:

$$\lambda_{\max} = \lambda + \Delta\lambda = 5 + 3 = 8 \text{ мм}; \quad \lambda_{\min} = \lambda - \Delta\lambda = 5 - 3 = 2 \text{ мм.}$$

2. Визначаємо величину сили P_{\max} , що стискає пружину при найбільшій деформації пружини і сили P_{\min} при найменшій деформації пружини:

$$P_{\max} = \frac{Gd^4}{8nD^3} \lambda_{\max} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,2^4 \cdot 10^{-8}}{8 \cdot 12 \cdot 4^3 \cdot 10^{-6}} \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 1,666 \text{ Н};$$

$$P_{\min} = \frac{Gd^4}{8nD^3} \lambda_{\min} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,2^4 \cdot 10^{-8}}{8 \cdot 12 \cdot 4^3 \cdot 10^{-6}} 10^{-3} \cdot 2 = 0,417 \text{ Н}.$$

3. Визначаємо найбільше τ_{\max} і найменше τ_{\min} напруження циклу:

$$\tau_{\max} = \frac{8P_{\max}D}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D}\right) = \frac{8 \cdot 1,666 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{\pi \cdot 0,2^3 \cdot 10^{-6}} \left(1 + \frac{2}{2 \cdot 40}\right) \cdot 10^{-6} = 21,74 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\min} = \frac{8P_{\min}D}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D}\right) = \frac{8 \cdot 0,417 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{\pi \cdot 0,2^3 \cdot 10^{-6}} \left(1 + \frac{2}{2 \cdot 40}\right) \cdot 10^{-6} = 5,442 \text{ МПа}.$$

4. Визначаємо характеристику циклу r :

$$r = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} = \frac{4,442}{21,74} = 0,25.$$

5. Обчислюємо допустиме напруження при сталому навантаженні:

$$[\tau_{+1}^{зг}] = \frac{\tau_T}{n_0} = \frac{550}{1,8} = 305,56 \text{ МПа}.$$

6. Визначаємо допустиме напруження для симетричного циклу:

$$[\tau_{-1}^{кр}] = \frac{\tau_{-1}^{кр}}{\alpha_{\tau}^д n_0} = \frac{270}{2,5 \cdot 1,8} = 60 \text{ МПа}.$$

7. Визначаємо допустиме напруження для асиметричного циклу $[\tau_r]$ з характеристикою r :

$$[\tau_{0,25}^{кр}] = \frac{2[\tau_{+1}^{кр}] \cdot [\tau_{-1}]}{(1-r)[\tau_{+1}^{кр}] + (1+r)[\tau_{-1}^{кр}]} = \frac{2 \cdot 305,56 \cdot 60}{[1-0,25] \cdot 305,56 + (1+0,25) \cdot 60} = 120,55 \text{ МПа}.$$

8. Оцінюємо міцність пружини: обчислюємо відношення $k = \frac{\tau_{\max}}{[\tau_r]}$ і

перевіряємо виконання нерівності ($k = \frac{\tau_{\max}}{[\tau_r]} \leq 1$). Визначаємо відношення:

$$k = \frac{\tau_{\max}}{[\tau_r]} = \frac{21,74}{120,55} = 0,18 < 1.$$

Приклад № 5

Вал діаметром $d = 80$ мм, що має в місці переходу до діаметра $D = 100$ мм галтель радіусом $r = 5$ мм, виготовлений з вуглецевої сталі з характеристиками $\sigma_B = 750$ МПа, $\sigma_T^{3r} = 450$ МПа, $\sigma_{-1}^{3r} = 350$ МПа, $\tau_T^{\text{кр}} = 220$ МПа, $\tau_{-1}^{\text{кр}} = 200$ МПа. Поверхня вала – груба обточка. Вал при обертанні згинається парою сил з моментом $M_{зг}$ за симетричним циклом і скручується парою сил з моментом $M_{кр}$, який змінюється від $0,5M_{кр}^{\max}$ до $M_{кр}^{\max} = 1,5M_{зг}$. Основний коефіцієнт запасу міцності $n_0 = 1,8$, динамічний коефіцієнт для змінних складових циклів нормального і дотичного напружень $n_{\text{дин}} = 1,6$. Визначити найбільшу допустиму величину для $M_{зг}$ і $M_{кр}$.

Розв'язок:

1. Визначаємо максимальне номінальне нормальне напруження у валу $\sigma_{зг}^{\max}$, виразивши його через максимальний згинальний момент $M_{зг}$.

Найбільше номінальне значення напружень у балці дорівнює:

$$\sigma_{зг}^{\max} = \frac{M_{зг}^{\max}}{W_z} = \frac{32M_{зг}}{\pi d^3} = \frac{32}{\pi \cdot 8^3} M_{зг} = 0,0199 M_{зг}.$$

2. Визначаємо максимальне номінальне дотичне напруження для вала $\tau_{кр}^{\max}$, виразивши їх через максимальний згинальний момент $M_{зг}$:

$$\tau_{кр}^{\max} = \frac{M_{кр}^{\max}}{W_p} = \frac{16M_{кр}^{\max}}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 1,5}{\pi \cdot 8^3} M_{зг} = 0,0149 M_{зг}.$$

3. Визначаємо коефіцієнт концентрації напружень $\alpha_{\text{кт}}^{\sigma}$, чутливість матеріалу до концентрації напружень q , ефективний коефіцієнт концентрації напружень $\alpha_{\text{кд}}^{\sigma}$, ефективний коефіцієнт концентрації напружень $\alpha_{\text{кд}}^{\tau}$, масштабний коефіцієнт α_d , коефіцієнт якості поверхні η .

Перераховані коефіцієнти дорівнюють: $\alpha_{кт}^{\sigma} = 1,75$; $q = 0,625$; $\alpha_{кд}^{\sigma} = 1,468$; $\alpha_{кд}^{\tau} = 1 + 0,6(\alpha_{кд}^{\sigma} - 1) = 1 + 0,6 \cdot (1,468 - 1) = 1,28$; $\alpha_d = 1,57$; $\eta = 0,89$. Методика визначення коефіцієнтів викладена в прикладі № 1.

4. Визначаємо ефективний коефіцієнт концентрації напруження при згинанні: $\alpha_{\sigma}^d = \frac{\alpha_{кд}^{\sigma} \alpha_d}{\eta} = \frac{1,468 \cdot 1,57}{0,89} = 1,89$.

5. Визначаємо величину допустимого напруження для вала при згинанні:

$$[\sigma_{-1}^{зг}] = \frac{\sigma_{-1}^{зг}}{\alpha_{\sigma}^d n_0 \cdot n_{дин}} = \frac{350}{2,59 \cdot 1,8 \cdot 1,6} = 41,72 \text{ МПа.}$$

6. Визначаємо загальний коефіцієнт зниження границі витривалості $\alpha_{кд}^{\tau}$ для симетричного цикла при крученні:

$$\alpha_{\tau}^d = \frac{\alpha_{кд}^{\tau} \alpha_d}{\eta} = \frac{1,28 \cdot 1,57}{0,89} = 2,258.$$

7. Визначаємо допустиме напруження для вала при крученні:

$$[\tau_{-1}^{кр}] = \frac{\tau_{-1}^{кр}}{\alpha_{\tau}^d n_0 \cdot n_{дин}} = \frac{200}{2,258 \cdot 1,8 \cdot 1,6} = 30,75 \text{ МПа.}$$

8. Визначаємо допустиме напруження при крученні при сталому навантаженні:

$$[\tau_{+1}^{кр}] = \frac{\tau_T}{n_0} = \frac{220}{1,8} = 122,2 \text{ МПа.}$$

9. Визначаємо характеристику циклу r і величину допустимого напруження при крученні $[\tau_r^{кр}]$ для цієї характеристики.

Знаходимо мінімальне номінальне дотичне напруження для вала $\tau_{кр}^{\max}$, виразивши їх через максимальний згинальний момент $M_{кр}$:

$$\tau_{кр}^{\min} = \frac{M_{кр}^{\min}}{W_p} = \frac{16M_{кр}^{\min}}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 0,5}{\pi \cdot 8^3} M_{зг} = 0,00496 M_{зг}.$$

Характеристика цикла дорівнює: $r = \frac{\tau_{кр}^{\min}}{\tau_{кр}^{\max}} = \frac{0,00496 M_{зг}}{0,0149 M_{зг}} = 0,333$.

Величина допустимого напруження при крученні для цієї характеристики $r = 0,333$ становить:

$$[\tau_{0,333}^{\text{кр}}] = \frac{2[\tau_{+1}^{\text{кр}}] \cdot [\tau_{-1}]}{(1-r)[\tau_{+1}^{\text{кр}}] + (1+r)[\tau_{+1}^{\text{кр}}]} = \frac{2 \cdot 122,2 \cdot 30,75}{(1-0,333) \cdot 122,26 + (1+0,333) \cdot 3,75} = 86,84 \text{ МПа.}$$

10. Визначаємо з умови міцності найбільші значення для допустимих величин $M_{\text{зг}}$ і $M_{\text{кр}}$.

Умова міцності вала, що зазнає одночасно згинання і кручення, має вигляд:

$$\left\{ \frac{\sigma_{\text{зг}}^{\text{max}}}{[\sigma_{\text{зг}}^{\text{згд}}]} \right\}^2 + \left\{ \frac{\tau_{\text{кр}}^{\text{max}}}{[\tau_{\text{крд}}]} \right\}^2 \leq 1.$$

Підставляючи в це рівняння значення напружень, отримуємо:

$$\left[\left(\frac{0,0199}{41,72} \right)^2 + \left(\frac{0,0149}{86,84} \right)^2 \right] M_{\text{зг}}^2 = 25,69 \cdot 10^{-8} M_{\text{зг}}^2 \leq 1.$$

Вирішуємо отриману нерівність відносно моменту $M_{\text{зг}}$:

$$M_{\text{зг}} = \sqrt{\frac{10^8}{25,69}} = 1972,95 \text{ Нм.}$$

Знаходимо

$$M_{\text{кр}}^{\text{max}} = 1,5 M_{\text{зг}} = 1,5 \cdot 1972,95 = 2959,43 \text{ Нм.}$$

Приклад № 6

Вал, ослаблений шпоночною канавкою, випробовує згинання з крученням. У небезпечному перерізі вала виникають крутний момент $M_{\text{кр}} = 0,35$ кНм, що змінюється за віднульовим циклом, і згинальний момент $M_{\text{зг}} = 0,4$ кНм, що змінюється за симетричним циклом. Діаметр вала $d = 40$ мм, матеріал – вуглецева сталь з характеристиками $\sigma_B = 600$ МПа, $\sigma_T^{\text{зг}} = 300$ МПа, $\sigma_{-1}^{\text{зг}} = 280$ МПа. Прийняти: ефективні коефіцієнти концентрації напружень $\alpha_{\text{кд}}^{\sigma} = 1,87$, $\alpha_{\text{кд}}^{\tau} = 1,52$; масштабний коефіцієнт $\alpha_d = 1,36$; коефіцієнт якості поверхні $\eta = 0,86$. Визначити коефіцієнт запасу витривалостної міцності для небезпечного перерізу вала.

Розв'язок:

1. Визначаємо номінальні нормальні напруження у валу:

$$\sigma_{\text{зг}}^{\text{max}} = \frac{M_{\text{зг}}^{\text{max}}}{W_z} = \frac{32 \cdot M_{\text{зг}}^{\text{max}}}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{\pi \cdot 4^3 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^{-6} = 63,66 \text{ МПа.}$$

2. Визначаємо загальний коефіцієнт зниження границі витривалості при симетричному циклі α_σ^d при згинанні:

$$\alpha_\sigma^d = \frac{\alpha_{\text{кд}}^\sigma \alpha_d}{\eta} = \frac{1,87 \cdot 1,36}{0,86} = 2,957.$$

3. Визначаємо коефіцієнт запасу з витривалісного руйнування при згинанні для симетричного циклу n_{-1}^σ , коефіцієнта запасу з текучості n_T^σ і вибираємо менше значення коефіцієнта запасу при згинанні n_σ .

Коефіцієнт запасу з витривалостної міцності при згинанні становить:

$$n_{-1}^\sigma = \frac{\sigma_{-1}^{3\Gamma}}{\alpha_\sigma^d \cdot \sigma_{3\Gamma}^{\text{max}}} = \frac{280}{2,957 \cdot 63,66} = 1,487.$$

Коефіцієнт запасу з текучості дорівнює:

$$n_T^\sigma = \frac{\sigma_T^{3\Gamma}}{\sigma_{3\Gamma}^{\text{max}}} = \frac{300}{63,66} = 4,71.$$

З двох значень коефіцієнтів запасу вибираємо менший: $n_\sigma = n_{-1}^\sigma = 1,487$.

4. Визначаємо номінальні значення дотичних напружень для вала $\tau_{\text{кр}}^{\text{max}}$:

$$\tau_{\text{кр}}^{\text{max}} = \frac{M_{\text{кр}}^{\text{max}}}{W_p} = \frac{16M_{\text{кр}}^{\text{max}}}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 0,35 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}}{\pi \cdot 4^3 \cdot 10^{-6}} = 27,85 \text{ МПа.}$$

5. Визначаємо границю витривалості при симетричному циклі при крученні для лабораторного зразка τ_{-1} , і границю текучості τ_T :

$$\tau_{-1} = 0,22\sigma_B = 0,22 \cdot 600 = 132 \text{ МПа}; \quad \tau_T = 0,5\sigma_T^{3\Gamma} = 0,5 \cdot 300 = 150 \text{ МПа.}$$

6. Визначаємо значення ампліудного τ_a і середнього τ_m дотичних напружень при віднульовому циклі.

Середнє напруження і амплітуда віднульового циклу для дотичних напружень дорівнює:

$$\tau_m = \tau_a = \frac{\tau_{\text{кр}}^{\text{max}}}{2} = \frac{27,85}{2} = 13,925 \text{ МПа.}$$

7. Визначаємо загальний коефіцієнт зниження границі витривалості при симетричному циклі α_τ^d при крученні. і коефіцієнта ψ для дотичних напружень:

$$\alpha_{\tau}^{\text{д}} = \frac{\alpha_{\text{кд}}^{\tau} \alpha_d}{\eta} = \frac{1,52 \cdot 1,36}{0,86} = 2,258.$$

8. Визначаємо коефіцієнт ψ для дотичних напружень:

$$\psi_{\tau} \approx \psi_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}^{\text{3Г}}}{\sigma_B} = \frac{280}{600} = 0,466.$$

8. Визначаємо коефіцієнт запасу з витривалісного руйнування n_r^{τ} при крученні для віднульового циклу, коефіцієнт запасу з текучості n_T^{τ} і вибираємо менше значення коефіцієнта запасу при крученні n_{τ} .

9. Визначення коефіцієнта запасу з витривалостної міцності n .

Коефіцієнт запасу витривалостної міцності n_{τ} дорівнює:

$$n_{r=0}^{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\alpha_{\tau}^{\text{д}} \tau_a + \psi \tau_m} = \frac{132}{2,258 \cdot 13,925 + 0,466 \cdot 13,925} = 3,49.$$

Коефіцієнт запасу з текучості становить:

$$n_T^{\tau} = \frac{\tau_T}{\tau_{\text{кр}}^{\text{max}}} = \frac{150}{27,85} = 5,386.$$

Вибираємо менше значення з двох значень коефіцієнтів запасу $n_{\tau} = n_{r=0}^{\tau} = 3,49$. Остаточне значення коефіцієнта запасу витривалостної міцності визначаємо за формулою Гафа і Полларда з урахуванням виникнення при згинанні з крученням плоского напруженого стану:

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{1,487 \cdot 3,49}{\sqrt{1,487^2 + 3,49^2}} = 1,368.$$

Список літератури

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев – М.: Наука, 1976. – 608 с.
2. Писаренко Г.С. Опір матеріалів / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, У.С. Уманський. – К.: Вища шк., 1993. – 656 с.
3. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. – К.: Наукова думка, 1975. – 734 с.
4. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – М.: Наука, 1979. – 560 с.